

Schallabstrahlcharakteristik von Platten mit inhomogener Dämpfung und komplexen Schwingungseigenformen

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde

eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von: Dipl.-Ing. Oliver Unruh
aus: Duschanbe, Tadschikistan

eingereicht am: 28.05.2015
mündliche Prüfung am: 06.10.2015

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Michael Sinapius
Prof. Dr.-Ing. Sabine Christine Langer

2015

*„Die Natur ist so gemacht, dass sie verstanden werden kann.
Oder vielleicht sollte ich richtiger umgekehrt sagen, unser
Denken ist so gemacht, dass es die Natur verstehen kann“*

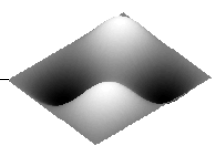
Werner Heisenberg, deutscher Physiker und Nobelpreisträger

Kurzfassung

Thema der vorliegenden Dissertation ist die Aufklärung der Schallabstrahlphänomene inhomogen bedämpfter Platten mit komplexen Schwingungseigenformen. Die komplexen Eigenformen unterscheiden sich von den reellen Eigenformen durch die Präsenz laufender Biegewellenanteile und wurden bei den bisherigen Untersuchungen zur Schallabstrahlung nicht berücksichtigt. Deshalb adressiert die vorliegende Arbeit die Besonderheiten dieser Eigenformen hinsichtlich der Schallabstrahlcharakteristik und hat das Ziel, das phänomenologische Verständnis der vibroakustischen Vorgänge, wie z. B. der Abstrahlung ins Fernfeld, zu verbessern.

Wesentlicher Bestandteil der Arbeitsmethodik ist die detaillierte Untersuchung des Einflusses der Eigenvektorkomplexität auf die allgemein bekannten Metriken wie den modalen Abstrahlgrad, die Verteilung der Schallintensitätsquellen und -senken sowie das abgestrahlte Schallfeld. Weiterhin werden globale Indikatoren, wie die abgestrahlte Schallleistung und der Gesamtabstrahlgrad der inhomogen bedämpften Platte, betrachtet. Die komplexen Eigenschwingformen werden mit Hilfe der FE-Simulation für unterschiedliche charakteristische Dämpfungsverteilungen berechnet. Zur parametrischen Untersuchung komplexer Schwingformen hinsichtlich des Komplexitätsgrades wird zusätzlich ein analytisches Ersatzmodell definiert und ergänzend zu den numerischen Ergebnissen eingesetzt. Zur Bewertung des Komplexitätsgrades komplexer Schwingformen und der damit verbundenen Auswirkung auf das Abstrahlverhalten wird eine neuartige Metrik in Form des Stehwellenverhältnisses eingeführt. Aus der Betrachtung des Abstrahlverhaltens komplexer Eigenformen geht hervor, dass die Präsenz laufender Wellen einen wesentlichen Einfluss auf die genannten Metriken ausübt. So können z. B. die geraden Eigenformen der Platte unterhalb der Koinzidenzfrequenz ihr Abstrahlvermögen wesentlich erhöhen. Ein weiteres wichtiges Ergebnis der theoretischen Untersuchungen ist der Zusammenhang zwischen den Symmetrieeigenschaften inhomogener Dämpfungsverteilungen und dem daraus resultierenden Einfluss komplexer Anteile der Eigenformen auf die akustischen Indikatoren.

Zur Verifikation der Simulationsergebnisse wird ein experimenteller Aufbau im reflexionsarmen Raum verwendet. Dort werden die Platten mit unterschiedlichen Dämpfungsverteilungen hinsichtlich der Präsenz komplexer Schwingungseigenformen charakterisiert und entlang der aufgestellten Forschungshypothesen betrachtet. Die experimentellen Untersuchungen bestätigen die Kernaussagen theoretischer Betrachtungen und zeigen, dass je nach Anwendungsfall die Berücksichtigung komplexer Eigenformen im Auslegungsprozess lärmoptimierter Strukturen eine wichtige Rolle spielen kann. Es zeigt sich, dass vor allem bei den unsymmetrischen Dämpfungsverteilungen der Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf die akustischen Metriken am größten ist.



Abstract

This thesis deals with the sound radiation properties of inhomogeneously damped plates with complex vibration modes. Complex modes differ from real normal modes by the fact, that the dynamics of the structure is no longer dominated by pure standing waves, but rather by superimposed standing and traveling bending waves. The occurrence of complex modes in inhomogeneously damped plates has not been investigated in the previous studies on sound radiation. Therefore, the present work addresses the characteristics of these mode shapes in terms of sound radiation and has the goal to improve the phenomenological understanding of correlated vibroacoustic phenomena.

This study primarily focusses on the influence of the modal complexity on acoustic metrics such as the radiation efficiency, the spatial distribution of sound intensity sources and sinks and the radiated sound pressure field. Furthermore, global indicators, such as the radiated sound power and the averaged radiation efficiency of the inhomogeneously damped plate are considered. The complex vibration modes are numerically obtained using the finite element (FE) simulations for different characteristic spatial damping distributions. For the parametric study of complex modes concerning the varying degree of complexity, an analytical model is defined in order to complement the numerical results. To quantify the degree of complexity of complex modes in plates and in order to evaluate their impact on sound radiation, the standing wave ratio (SWR), known from the electrical transmission line theory, is transferred to two-dimensional vibrating panels.

The consideration of sound radiation properties of complex modes reveals that in certain cases the presence of traveling waves remarkably influences the mentioned acoustic metrics. For example, even order modes substantially increase their radiation capability below the coincidence frequency. As an important result of the theoretical study it can be noted that there is a strong dependence between the symmetry properties of the inhomogeneous damping distribution and the resulting influence of complex modes on the acoustic indicators. In general, the influence decreases with a rising symmetry of the damping distribution, whereas asymmetric distributions show the greatest influence.

To verify the simulation results, an experimental setup in an anechoic chamber is used. Inhomogeneously damped plates with different damping distributions are characterised with respect to the presence of complex vibration modes and verified regarding their sound radiation characteristics. The experimental investigations confirm the main conclusions of the theoretical consideration and show that, depending on the application, the consideration of complex modes in the design process of noise-optimized structures is an important issue in certain cases.

Vorwort

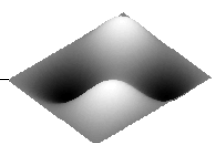
Die vorliegende Dissertation entstand in den Jahren 2009 bis 2015 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) und am Institut für Adaptronik und Funktionsintegration (IAF) der TU Braunschweig. Beide Einrichtungen haben mir ein einzigartiges Forschungsumfeld geboten, welcher entscheidend zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen hat. Deshalb möchte ich an dieser Stelle allen Beteiligten meinen besonderen Dank aussprechen.

In erster Linie möchte ich meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Michael Sinapius ganz herzlich danken. Sie haben sehr früh die Bedeutung dieses Themas erkannt und haben mich stets durch ihre Begeisterung für meine Forschung motiviert. Weiterhin gilt mein besonderer Dank an Prof. Dr.-Ing. Sabine Christine Langer für das Anfertigen des Zweitgutachtens und an Prof. Dr.-Ing. Martin Wiedemann für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Überdies möchte ich auch an Prof. Dr.-Ing. Hans Peter Monner und Dr.-Ing. Johannes Riemenschneider meinen Dank für das wunderbare wissenschaftliche und kollegiale Umfeld der Abteilung Adaptronik des DLR aussprechen. Jeder einzelne Tag in den hervorragend ausgestatteten Laboren in Beisein talentierter Kollegen hat mir viel Freude bereitet. Unter den Kollegen möchte ich ganz besonders Dr.-Ing. Martin Pohl und Thomas Haase danken. Danke für eure Anregungen und scharfe Kritik, für die Unterstützung in den Laboren und die Durchsicht der Arbeit und natürlich danke auch für eure Freundschaft.

Ein wichtiger Teil der experimentellen Arbeiten wurde von meinen Studenten Sebastian Rothe und Christian Geweth durchgeführt. Besten Dank an euch für die tatkräftige Unterstützung im Labor und bei der Auswertung der Messergebnisse.

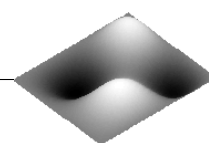
Vom ganzen Herzen danke ich auch meiner Familie und Freunden die alle Höhen und Tiefen der Promotion mit mir geteilt haben. Diese Arbeit ist euch allen und insbesondere meinen liebevollen Eltern Inna und Rafael Unruh gewidmet. Ohne euren Rückhalt und die bedingungslose Unterstützung auf meinem Lebensweg wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.



Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| Nomenklatur | I |
| Abkürzungsverzeichnis | V |
| 1. Einleitung | 1 |
| 2. Ziele der Arbeit und Vorgehensweise | 4 |
| 2.1. Motivation und Forschungshypothesen | 4 |
| 2.2. Struktur und Methodik der Arbeit | 7 |
| 3. Stand der Wissenschaft zur Schallabstrahlung komplexer Eigenformen | 12 |
| 3.1. Schallabstrahlung von Platten | 12 |
| 3.2. Systeme mit nichtproportionaler Dämpfung | 17 |
| 3.3. Passive Dämpfungsmaßnahmen und deren Platzierung | 19 |
| 3.4. Experimentelle Identifikation komplexer Platteneigenformen | 22 |
| 3.5. Zusammenfassung in Bezug auf die Zielsetzung | 24 |
| 4. Modellbildung und Betrachtung der Referenzplatte | 25 |
| 4.1. Überblick und Ziele der Modellierung | 25 |
| 4.2. Dämpfung in strukturdynamischen Systemen | 26 |
| 4.2.1. Arten der Dämpfung | 26 |
| 4.2.2. Definition der Rayleigh-Dämpfung | 26 |
| 4.3. Beschreibung strukturdynamischer Systeme | 28 |
| 4.3.1. Systeme ohne Dämpfung | 28 |
| 4.3.2. Systeme mit proportionaler Dämpfung | 29 |
| 4.3.3. Systeme mit nichtproportionaler Dämpfung | 31 |
| 4.4. Akustische Analysemethoden | 32 |
| 4.4.1. Schallabstrahlung von Biegewellen | 33 |
| 4.4.2. Berechnung der Schallleistung ebener Flächen | 37 |
| 4.4.3. Abstrahlgrad der Eigenformen | 40 |
| 4.4.4. Kreuzkopplungseffizienzen | 43 |
| 4.4.5. Schallstrahlungsmoden | 46 |
| 4.4.6. Kopplungsfaktoren in die Abstrahlmoden | 49 |
| 4.4.7. Verteilung der Fernfeldintensität | 50 |
| 4.4.8. Räumliche Verteilung der Überschallintensität | 53 |
| 4.4.9. Richtcharakteristik des Schallfeldes | 55 |
| 4.4.10. Abstrahlgrad der Platte | 57 |
| 4.4.11. Einfluss der Randbedingungen | 61 |
| 4.4.12. Zusammenfassende Diskussion | 63 |

| | |
|---|-----------|
| 5. Analyse komplexer Schwingungseigenformen | 64 |
| 5.1. Kenngrößen zum Vergleich komplexer Eigenformen | 64 |
| 5.2. SWR als neue Komplexitätsmetrik bei Platteneigenformen | 66 |
| 5.2.1. SWR für eindimensionale Schwingungen | 67 |
| 5.2.2. SWR in schwingenden Platten | 69 |
| 5.3. Numerische Berechnung komplexer Eigenformen | 70 |
| 5.4. Berechnung der SWR komplexer Schwingformen | 72 |
| 5.5. Analytische Berechnung komplexer Schwingformen | 75 |
| 5.5.1. Notwendigkeit des analytischen Modells | 75 |
| 5.5.2. Definition des analytischen Modells | 76 |
| 5.5.3. Validierung des analytischen Modells | 79 |
| 5.5.4. Einsatzbereiche und Grenzen des analytischen Modells | 82 |
| 6. Betrachtung des Schallabstrahlverhaltens inhomogen bedämpfter Platten | 83 |
| 6.1. Relevante Dämpfungsverteilungen | 83 |
| 6.2. Charakterisierung unterschiedlicher Konfigurationen | 85 |
| 6.2.1. Komplexität der berechneten Eigenformen | 85 |
| 6.2.2. Einfluss der Dämpfungsverteilung auf die modalen Abstrahlgrade . . | 87 |
| 6.3. Modaler Abstrahlgrad komplexer Eigenformen | 90 |
| 6.3.1. Zweifach symmetrische Dämpfungsverteilung | 92 |
| 6.3.2. Einfach symmetrische Dämpfungsverteilung | 93 |
| 6.3.3. Punktsymmetrische Dämpfungsverteilung | 96 |
| 6.3.4. Unsymmetrische Dämpfungsverteilung | 97 |
| 6.3.5. Abstrahlgrade analytisch erzeugter Schwingformen | 99 |
| 6.3.6. Kopplungsfaktoren der Abstrahlmoden komplexer Schwingformen . . | 103 |
| 6.3.7. Schlussfolgerungen zum Abstrahlgrad komplexer Eigenformen | 106 |
| 6.4. Einfluss auf die Verteilung der Quellen und Senken | 106 |
| 6.4.1. Verteilung der Wirkintensität der Platte 1 | 106 |
| 6.4.2. Parametrische Studie der Intensitätsverteilung | 110 |
| 6.4.3. Verteilung der Wirkintensität weiterer Dämpfungskonfigurationen . . | 111 |
| 6.4.4. Verteilung der Blindintensität | 112 |
| 6.4.5. Verteilung der Überschallintensität | 113 |
| 6.4.6. Zusammenfassung der Ergebnisse | 114 |
| 6.5. Richtcharakteristik des Schallfeldes | 115 |
| 6.5.1. Abgestrahltes Schallfeld der Eigenformen der Platte 1 | 115 |
| 6.5.2. Richtcharakteristik von Platten der Gruppen A, C und D | 119 |
| 6.5.3. Zusammenfassung der Erkenntnisse | 121 |
| 6.6. Kreuzkopplungseffizienzen komplexer Eigenformen | 122 |
| 6.6.1. Einfluss der Komplexität auf die Kreuzkopplung | 122 |
| 6.6.2. Einfluss der komplexen Kreuzkopplungseffizienzen auf die Schallleistung | 127 |
| 6.7. Schallleistung und Gesamtabstrahlgrad | 130 |
| 6.7.1. Einfluss der Dämpfung und der Eigenvektorkomplexität | 130 |
| 6.7.2. Einfluss der Eigenvektorkomplexität | 131 |
| 6.7.3. Änderung des Gesamtabstrahlgrades | 133 |
| 6.7.4. Zusammenfassende Betrachtung | 136 |
| 6.8. Zusammenfassung der Simulationsergebnisse | 136 |



| | |
|---|------------|
| 7. Experimentelle Untersuchungen | 137 |
| 7.1. Schlussfolgerungen für die Experimente aus der Simulation | 137 |
| 7.2. Experimenteller Aufbau | 138 |
| 7.2.1. Plattenprüfstand und verwendete Messtechnik | 138 |
| 7.2.2. Untersuchte Dämpfungsmaßnahmen | 140 |
| 7.2.3. Übersicht der relevanten Plattenkonfigurationen | 142 |
| 7.3. Validierung der Elementarstrahlertheorie | 144 |
| 7.3.1. Verifikation der Schalleistungsberechnung | 144 |
| 7.3.2. Verifikation der Schallintensitätsverteilung | 146 |
| 7.3.3. Verifikation der Schalldruckberechnung | 148 |
| 7.4. Strukturdynamische Charakterisierung der Platten | 149 |
| 7.5. Identifikation komplexer Eigenformen | 153 |
| 7.5.1. Identifikation modaler Parameter | 153 |
| 7.5.2. Identifizierte Eigenformen der Testplatten | 159 |
| 7.5.3. Vergleich der Betriebsschwingformen | 160 |
| 7.5.4. Schlussfolgerungen aus der experimentellen Modalanalyse | 161 |
| 7.6. Validierung der Simulationsergebnisse | 162 |
| 7.6.1. Anregung relevanter Betriebsschwingformen | 162 |
| 7.6.2. Verifikation des Abstrahlgrades komplexer Schwingformen | 166 |
| 7.6.3. Verifikation der Schallintensitätsverteilung | 169 |
| 7.6.4. Richtcharakteristik der gemessenen Schwingformen | 171 |
| 7.6.5. Kreuzkopplungseffizienzen der experimentellen Eigenformen | 174 |
| 7.6.6. Abstrahlgrade und Schalleistungen der Platten | 176 |
| 8. Zusammenfassung und Ausblick | 179 |
| 8.1. Zusammenfassung | 179 |
| 8.2. Ausblick | 183 |
| Literaturverzeichnis | 184 |
| Abbildungsverzeichnis | 192 |
| Tabellenverzeichnis | 198 |
| A. Anhang | 199 |
| A.1. Mathematische Herleitungen | 199 |
| A.1.1. Zeitlich gemittelte Strukturschnelle einer reellen Schwingung | 199 |
| A.1.2. Zeitlich gemittelte Strukturschnelle einer komplexen Schwingung | 200 |
| A.1.3. Orthogonalitätseigenschaften | 200 |
| A.2. Verifikation der komplexen FE-Modalanalyse mit einem analytischen Modell | 202 |
| A.3. Schallstrahlungsmoden | 204 |
| A.4. Schallintensitätsverteilungen komplexer Schwingformen | 206 |
| A.5. Richtcharakteristik des Schallfeldes | 207 |
| A.6. Validierung der Elementarstrahlertheorie | 208 |
| A.7. Experimentelle Modalanalyse | 211 |
| A.8. Validierung der Simulationsergebnisse | 212 |
| A.9. Linearitätsbetrachtung des Versuchsstandes | 215 |

Nomenklatur

Komplexe Vektoren

$\mathbf{u} \in \mathbb{C}^q$ - Vektor der Länge q

Komplexe Matrizen

$\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{r \times r}$ - quadratische $r \times r$ Matrix

$\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{p \times q}$ - rechteckige $p \times q$ Matrix

N_{ij} entspricht dem Matrixelement der i - ten Zeile und j - ten Spalte der Matrix \mathbf{N}

Konjugierte Vektoren und Matrizen

$\mathbf{u}^*, \dots, \mathbf{M}^*, \mathbf{N}^*$

Konjugiert-transponierte Vektoren und Matrizen

$\mathbf{u}^H = (\mathbf{u}^*)^T$

$\mathbf{M}^H = (\mathbf{M}^*)^T$

$\mathbf{N}^H = (\mathbf{N}^*)^T$

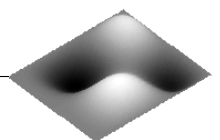
In der gesamten Ausarbeitung gelten folgende Notationen:

- Matrizen werden durch fette Schrift und Großschreibung gekennzeichnet.
- Vektoren werden durch fette Schrift und Kleinschreibung gekennzeichnet.
- Skalare werden durch kursive Schrift gekennzeichnet.

In der unten stehenden Tabelle sind die hier verwendeten Symbole und Formelzeichen, eine Beschreibung sowie die dazugehörige physikalische Einheit aufgelistet.

| Symbol | Beschreibung | Einheit |
|----------------------|--|---------|
| A | Erweiterte Massematrix | $[-]$ |
| B | Erweiterte Steifigkeitsmatrix | $[-]$ |
| A_r | Modale erweiterte Massematrix | $[-]$ |
| B_r | Modale erweiterte Steifigkeitsmatrix | $[-]$ |
| b | Koppelfaktoren strukturbasierter Abstrahlmoden | $[-]$ |
| c_B | Geschwindigkeit der Biegewellen | $[m/s]$ |
| c_0 | Schallgeschwindigkeit | $[m/s]$ |

Fortsetzung auf nächster Seite...



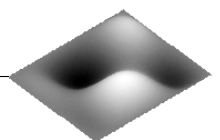
| Symbol | Beschreibung | Einheit |
|----------------|--|------------|
| D | Dämpfungsmatrix | $[Ns/m]$ |
| D | Biegesteifigkeit | $[Nm]$ |
| E | Einheitsmatrix | $[-]$ |
| E | E-Modul | $[N/m^2]$ |
| e_x | reziproke SWR in x-Richtung | $[-]$ |
| e_y | reziproke SWR in y-Richtung | $[-]$ |
| F | Punktkraft | $[N]$ |
| f_x | Skalierungskoeffizienten x-Richtung | $[-]$ |
| f_y | Skalierungskoeffizienten y-Richtung | $[-]$ |
| f | Kraftvektor | $[N]$ |
| f | Frequenz | $[Hz]$ |
| f_c | Koinzidenzfrequenz | $[Hz]$ |
| h | Plattendicke | $[m]$ |
| I | Schallintensität | $[W/m^2]$ |
| \mathbf{i}_x | Einheitsvektor in x-Richtung | $[-]$ |
| \mathbf{i}_y | Einheitsvektor in y-Richtung | $[-]$ |
| \mathbf{i}_z | Einheitsvektor in z-Richtung | $[-]$ |
| $\Im m$ | Imaginärteil einer komplexen Zahl | $[-]$ |
| K | Steifigkeitsmatrix | $[N/m]$ |
| K | Klirrfaktor | $[-]$ |
| k | Akustische Wellenzahl | $[m^{-1}]$ |
| k_B | Biegewellenzahl | $[m^{-1}]$ |
| k_x | Wellenzahl in x-Richtung | $[m^{-1}]$ |
| k_y | Wellenzahl in y-Richtung | $[m^{-1}]$ |
| k_z | Wellenzahl in z-Richtung | $[m^{-1}]$ |
| \hat{k}_z | Wellenzahl eines abklingenden Feldes in z-Richtung | $[m^{-1}]$ |
| L_E | Elementkantenlänge | $[m]$ |
| L_p | Schalldruckpegel | $[dB]$ |
| L_w | Breite der Fensterfunktion | $[m]$ |
| L_W | Schallleistungspegel | $[dB]$ |
| L_x | Plattenabmessung in X | $[m]$ |
| L_y | Plattenabmessung in Y | $[m]$ |
| M | Massenmatrix | $[kg]$ |
| N | Anzahl der Diskretisierungspunkte | $[-]$ |
| m | Ordnung der Schwingungseigenform in X | $[-]$ |
| n | Ordnung der Schwingungseigenform in Y | $[-]$ |
| p | Schalldruck | $[Pa]$ |
| p_s | Überschalldruck | $[Pa]$ |

Fortsetzung auf nächster Seite...

| Symbol | Beschreibung | Einheit |
|-------------------------------|--|---------------|
| P | Strukturbasierte Abstrahlmoden | $[-]$ |
| p | Vektor der Schalldrücke | $[Pa]$ |
| <i>R</i> | Abstand zwischen Quelle und Empfänger | $[m]$ |
| R | Schallabstrahlungsresistanzmatrix | $[Ns/m^3]$ |
| \Re | Realteil einer komplexen Zahl | $[-]$ |
| r | Abstandsvektor | $[m]$ |
| r_s | Abstandsvektor zu den Quellen an der Fläche <i>S</i> | $[m]$ |
| <i>S</i> | Abstrahlfläche | $[m^2]$ |
| <i>S_E</i> | Fläche des Elementarstrahlers | $[m^2]$ |
| <i>S_R</i> | Fläche des akustischen Abstrahlkreises | $[rad^2/m^2]$ |
| Q | Abstrahlmoden | $[-]$ |
| q | Vektor der modalen Auslenkungen | $[-]$ |
| <i>t</i> | Zeit | $[s]$ |
| U_m | Dehnungsenergie | $[J]$ |
| <i>v</i> | Schallschnelle | $[m/s]$ |
| <i>v_s</i> | Überschallschnelle | $[m/s]$ |
| $\langle \bar{v}_n^2 \rangle$ | Quadratische gemittelte Strukturschnelle | $[m^2/s^2]$ |
| v_n | Vektor der normalen Geschwindigkeiten | $[m/s]$ |
| <i>W</i> | Schallleistung | $[W]$ |
| <i>W₀</i> | Referenzschallleistung | $[W]$ |
| <i>W₊</i> | Koeffizient zu Berechnung der SWR | $[-]$ |
| <i>W₋</i> | Koeffizient zu Berechnung der SWR | $[-]$ |
| <i>W_x(x)</i> | Fensterfunktion in X | $[-]$ |
| <i>W_y(y)</i> | Fensterfunktion in Y | $[-]$ |
| x | Vektor der Auslenkungen, Zustandsvektor | $[m]$ |
| y | Erweiterte generalisierte Koordinaten | $[-]$ |
| y_r | Modale Koppelfaktoren der Struktureigenformen | $[-]$ |
| Z | Impedanzmatrix | $[Ns/m^3]$ |
| <i>Z</i> | Impedanz | $[Ns/m^3]$ |
| Z₀ | Schallkennimpedanz | $[Ns/m^3]$ |

| Symbol | Beschreibung | Einheit |
|------------|--|---------|
| α | Skalierungsfaktor der Massenmatrix | $[-]$ |
| β | Skalierungsfaktor der Steifigkeitsmatrix | $[-]$ |
| γ | Dimensionslose Frequenz | $[-]$ |
| δ_n | Bewertungskoeffizient | $[-]$ |
| ζ | Dämpfungsmaß | $[-]$ |

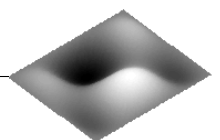
Fortsetzung auf nächster Seite...



| Symbol | Beschreibung | Einheit |
|----------------------|--|----------------------|
| ζ_i | Modale Dämpfung | [–] |
| $\mathbf{\Lambda}$ | Matrix der Eigenwerte | [–] |
| $\mathbf{\Lambda}_r$ | Eigenwerte der Schallstrahlungsresistanzmatrix | [–] |
| λ | Wellenlänge | [m] |
| λ_i | Eigenwert | [–] |
| ν | Querkontraktionszahl | [–] |
| Ξ | Modale Dämpfungsmatrix | [–] |
| Π | Modale Schallstrahlungsresistanzmatrix | [–] |
| Π_{ij} | Element der Schallstrahlungsresistanzmatrix | [–] |
| Φ | Modalmatrix | [–] |
| Φ_n | Modalmatrix in Richtung der Normalen | [–] |
| $\check{\Phi}$ | Modalmatrix eines nichtproportional gedämpften Systems | [–] |
| Ψ_n | Modalmatrix der normalen Geschwindigkeiten | [–] |
| ϕ | Eigenvektor | [–] |
| $\check{\phi}$ | Eigenvektor eines nichtproportional gedämpften Systems | [–] |
| ρ | Dichte | [kg/m ³] |
| ρ_0 | Luftsdichte | [kg/m ³] |
| σ_i | Abklingkoeffizient | [1/s] |
| σ | Abstrahleffizienz im Fernfeld | [–] |
| σ_n | Abstrahleffizienz im Nahfeld | [–] |
| σ_{ij} | Kreuzkopplungseffizienz | [–] |
| ϕ | Eigenvektor | [–] |
| Ω | Matrix der Eigenfrequenzen | [1/s] |
| Ω_r | Eigenwerte der strukturbasierten Schallstrahlungsresistanzmatrix | [–] |
| ω | Kreisfrequenz | [1/s] |
| ω_i | Eigenfrequenz | [1/s] |

Abkürzungsverzeichnis

| | |
|-------|--|
| ACLD | Active Constraint Layer Damping |
| ASAC | Active Structural Acoustic Control |
| ATB | Akustischer Transmissionsprüfstand Braunschweig |
| CFK | Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff |
| CLD | Constraint Layer Damping |
| DGL | Differentialgleichung |
| DLR | Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V. |
| DOF | Degree of Freedom |
| ERA | Eigenvalue Realization Algorithm |
| SDOF | Single Degree of Freedom |
| MDOF | Multiple Degree of Freedom |
| FEM | Finite Elemente Methode |
| FFT | Fast Fourier Transform |
| FRF | Frequency Response Function |
| LSCF | Polyreference Least-Squares Complex Frequency-Domain |
| LSV | Laser Scanning Vibrometer |
| LS | Least squares |
| MCF | Modaler Komplexitätsfaktor (Modal Complexity Factor) |
| MCI | Modaler Kollinearitätsindex (Modal Collinearity Index) |
| MP | Mittlere Phase (Mean Phase) |
| MPD | Mittlere Phasendifferenz (Mean Phase Deviation) |
| MSI | Modaler Streuungsindex (Modal Scatter Index) |
| MSC | Mode Shape Complexity |
| PZT | Lead Zirconate Titanate (Piezoelektrisches Material) |
| PFD | Polyreference Frequency Domain |
| RFP | Rational Fraction Polynomial |
| RFP-Z | Rational Fraction Polynomial with Z- Mapping |
| SWR | Standing Wave Ratio |
| TBL | Turbulent Boundary Layer |



1. Einleitung

Mit dem Beginn des industriellen Zeitalters und der rasanten Entwicklung des weltweiten Verkehrs wird zunehmend auch der Lärm zum wichtigen Begleiter der technologischen Revolution. Speziell im Bereich des Verkehrswesens, wo die Gewichtseffizienz eine wichtige Rolle spielt, stellt die Lärmbekämpfung eine besondere Herausforderung dar. Vermehrter Einsatz leichter und steifer Faserverbundstrukturen in der Luftfahrt und in anderen Verkehrsmitteln erschwert zusätzlich die Lösung der Lärmprobleme. Überall dort, wo Leichtbaustrukturen zu Schwingungen angeregt werden, treten aufgrund der geringen Masse und der großen Steifigkeit erhöhte Lärmbelastungen auf. Dies geschieht vor allem durch die geringe Koinzidenzfrequenz moderner Leichtbaustrukturen. Als Koinzidenzfrequenz wird die kritische Frequenz bezeichnet, bei der die akustische Wellenlänge der Luft mit der dispersiven Biegewellenlänge der schwingenden Struktur übereinstimmt. Oberhalb der Koinzidenzfrequenz strahlen alle Biegeschwingungen effizient den Schall ins akustische Fernfeld ab und es gilt bei der Auslegung lärmarmen Strukturen, diese Frequenz möglichst weit zu erhöhen. Diese Anforderung kann vor allem durch den Zusatz an Strukturmasse und das Herabsetzen der Steifigkeit erreicht werden, was unmittelbar im Konflikt zu der Auslegungsphilosophie des Leichtbaus steht. Hinzu kommt noch, dass aus Gewichts- und Kostengründen komplexe Faserverbundstrukturen zunehmend in einer Integralbauweise gebaut werden. Diese Bauweise unterscheidet sich im Wesentlichen von der klassischen Differentialbauweise durch die Abwesenheit zahlreicher Teilstrukturen und Verbindungselemente, was zu einer geringeren Strukturdämpfung führt. Eine mögliche Lösung dieses Problems bieten strukturelle Dämpfungsmaßnahmen, mit deren Hilfe die Vibrationsamplituden und damit auch die Schallabstrahlung reduziert werden können.

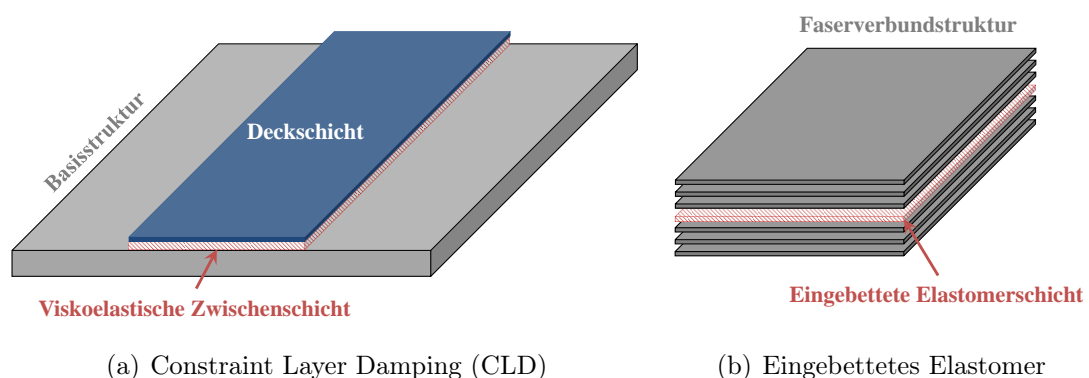


Abbildung 1.1.: Beispiele von Dämpfungsmaßnahmen für flächige Strukturen

Weit verbreitet ist z. B. die Dämpfung mit einer viskoelastischen Zwischenschicht. Bei dieser, in der englischen Fachliteratur unter dem Namen Constraint Layer Damping (CLD) bekannten Dämpfungsmaßnahme [110], [116] handelt es sich beispielsweise um eine Metallfolie, die mit einer viskosen Zwischenschicht nachträglich auf eine schwingende Struktur appliziert

wird, wie es in Abbildung 1.1(a) dargestellt ist. Die schallabstrahlenden Biegewellen verursachen eine Schubverformung der Zwischenschicht, wo die Schwingungsenergie in Form von Wärme dissipiert wird. Eine weitere Möglichkeit besteht in der direkten Einbettung von Elastomerschichten in die Faserverbundstruktur bereits während des Produktionsprozesses [23], wie es exemplarisch in Abbildung 1.1(b) gezeigt ist. Im Hinblick auf das Bestreben nach Multifunktionalität in modernen Faserverbundwerkstoffen finden die CLD-Folien und eingebettete Elastomere nicht nur hinsichtlich ihrer dämpfenden Eigenschaften immer breitere Anwendung. Eine Integration von Elastomeren in den Laminataufbau führt z. B. zu einer Verbesserung des Erosions- und Schlagschutzes und hilft, die Brucheigenschaften der Faserverbundstruktur positiv zu beeinflussen [9].

Unabhängig davon, um welchen Werkstoff es sich handelt, müssen im Auslegungsprozess die Strukturen im Hinblick auf bestimmte Phänomene modelliert werden. Wenn es sich um dynamische Vorgänge handelt, dann spielt seit Jahrzehnten die Modalanalyse eine sehr wichtige Rolle [32]. Dabei wird ein komplexes System mit Hilfe der Eigenwertzerlegung hinsichtlich seiner charakteristischen Größen, wie den Eigenfrequenzen, Eigenformen, modalen Massen und Dämpfungen, beschrieben. Zum einen erlaubt diese Analysemethode eine erhebliche Reduktion der Komplexität strukturdynamischer Modelle und zum anderen ist die genaue Kenntnis der genannten charakteristischen Größen in vielen Fällen unumgänglich. Die Lage der Eigenfrequenzen, die Größe der modalen Dämpfung und die Geometrie der Eigenschwingformen bestimmen die Antwort der Struktur auf äußere Anregungen und müssen im Auslegungsprozess berücksichtigt werden. Dabei wird in vielen Anwendungsfällen die vereinfachende Annahme getroffen, dass die räumliche Dämpfungsverteilung homogen ist.

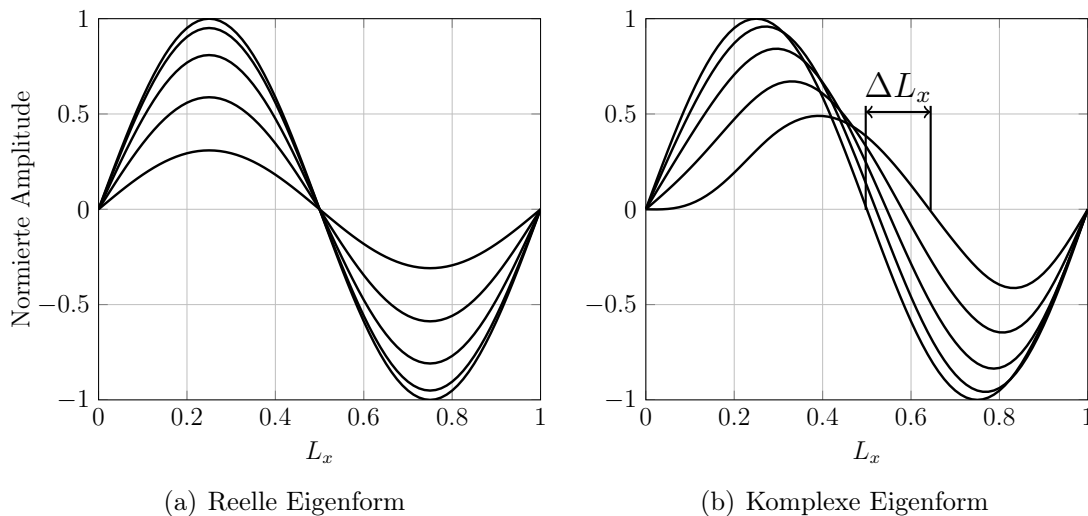


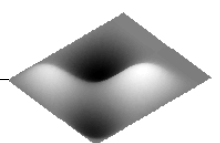
Abbildung 1.2.: Zeitabhängige Amplituden der Eigenformen des Balkens

Aus Gründen der Gewichts- und Kostenminimierung werden die in Abbildung 1.1 gezeigten Dämpfungsmaßnahmen oft an einigen kritischen Stellen der Struktur verteilt, wodurch es zu einer örtlich inhomogenen Dämpfungsverteilung kommt. Diese Inhomogenitäten führen dazu, dass bei der Modellierung eines dynamischen Systems die Dämpfungsmatrix nicht-proportional zur Steifigkeits- und Massematrix wird ([45], S.313). Daraus resultieren bei der Eigenwertzerlegung der homogenen Differentialgleichungen (DGL) komplexe Struktureigenformen. Im Gegensatz zu reellen Eigenformen bilden die komplexen Eigenformen nicht nur rein stehende Wellen ab, sondern eine Überlagerung aus stehenden und laufenden Wellen-

anteilen. Abbildung 1.2 zeigt beispielhaft die zeitabhängigen Amplituden für eine reelle und komplexe Eigenschwingform eines gelenkig gelagerten Balkens. Die laufenden Wellenanteile einer komplexen Eigenschwingform sind durch einen wandernden Knotenpunkt (Nulldurchgang) zu erkennen.

Komplexe Eigenformen sind kein reines Produkt der mathematischen Beschreibung, sondern lassen sich mit Methoden der experimentellen Modalanalyse beobachten und identifizieren ([32], S.115). Neben den partiell eingesetzten Dämpfungsmaßnahmen können auch Randbedingungen mit dissipativen Eigenschaften die Ursache für die Entstehung komplexer Eigenformen sein. Weiterhin können die Ungenauigkeiten aus der Fertigung, Schäden oder Fügestellen dazu führen, dass die Verteilung der Dämpfung inhomogen wird und komplexe Eigenformen auftreten.

Die Betrachtung von Eigenschwingformen ist nicht nur ein wichtiger Teil der Strukturdynamik, sondern auch der Vibroakustik, denn vor allem im Bereich der Strukturresonanzen wird die abgestrahlte Schallleistung maßgeblich durch die Amplituden- und Phasenverteilung der Eigenformen beeinflusst. Diese Arbeit befasst sich deshalb mit der Frage nach der Auswirkung inhomogen verteilter Dämpfung und daraus resultierender komplexer Schwingungseigenformen auf die Schallabstrahlcharakteristik von Plattenstrukturen. Das Augenmerk liegt insbesondere auf einer phänomenologischen Untersuchung der wichtigsten Einflüsse, welche die Eigenvektorkomplexität auf die akustischen Metriken ausübt.



2. Ziele der Arbeit und Vorgehensweise

2.1. Motivation und Forschungshypothesen

Zur wirksamen Bekämpfung des Lärms ist die genaue Kenntnis lärm erzeugender Quellen unumgänglich. Deswegen wurde in den letzten 60 Jahren der Erforschung physikalischer Phänomene der Lärmentstehung und Ausbreitung viel Aufmerksamkeit geschenkt, weshalb heute ein gefestigtes Wissen in vielen Bereichen der Vibroakustik besteht. Die Lärmquellen werden hauptsächlich nach deren Schwingungsamplitude, spektraler Zusammensetzung sowie dem frequenzabhängigen Abstrahlvermögen charakterisiert [33]. Da die dynamische Antwort einer Struktur in den meisten Fällen von den Resonanzen dominiert wird, wurde das Abstrahlverhalten der Schwingungseigenformen besonders detailliert untersucht. Eine der wichtigsten Kenngrößen, welche die Akustik einzelner Schwingformen beschreibt, ist der modale Abstrahlgrad, auch Abstrahleffizienz genannt ([33], S.151). Diese frequenzabhängige Metrik unterscheidet die einzelnen Schwingformen nach ihrem Vermögen, Schallleistung im akustischen Fernfeld zu erzeugen. Da oberhalb der Koinzidenzfrequenz alle Schwingformen gleich effizient Schall abstrahlen, ist der modale Abstrahlgrad vor allem im tieffrequenten Bereich von großer Bedeutung. Die Variationen im Abstrahlgrad sind physikalisch vor allem durch unterschiedliche Anzahl der Schwingungsmaxima und -minima begründet. Hinzu kommt noch, dass nicht nur die räumliche Verteilung, sondern auch der Phasenwinkel dieser Maxima und Minima zueinander (0° oder 180° im Fall reeller Eigenformen) von Bedeutung sind. Diese Faktoren beeinflussen den akustischen Kurzschluss und bestimmen damit die Beschaffenheit aktiver und reaktiver Schallfelder im Fern- und Nahfeld der schwingenden Platte. Der akustische Kurzschluss tritt auf, wenn sich die Druckgebilde mit gleicher Amplitude aber entgegengesetzter Phase im Nahfeld aufheben und kein Energietransport ins Fernfeld stattfindet [123].

Wenn die Schwingungseigenformen hinsichtlich genannter akustischer Eigenschaften betrachtet werden, so wird üblicherweise die Annahme getroffen, dass die Verteilung der Strukturdämpfung sowie die Beschaffenheit der Randbedingungen homogen sind und die Struktureigenformen reell sind. Für die meisten Anwendungsfälle ist diese Annahme legitim und führt zu einem ausreichend genauen Ergebnis.

Am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) wurden in den letzten Jahren experimentelle Untersuchungen des strukturdynamischen Verhaltens von Leichtbaustrukturen durchgeführt, bei denen mit Hilfe der Modalanalyse immer wieder komplexe Schwingungseigenformen identifiziert wurden. Beispielsweise bei Kabinenverkleidungen für Verkehrsflugzeuge (Linings) wurde zum Teil ein deutlicher Komplexitätsgrad bei den Schwingformen beobachtet. Die Linings werden als leichte und steife Sandwichbauteile mit Papierwabenkern gefertigt und besitzen an einigen Stellen aufgeklebte Montagehalterungen. Die Entstehung der komplexen Schwingungseigenformen bei dieser Art von Strukturen kann möglicherweise

durch die Anwesenheit dieser Inhomogenitäten begründet werden. Abbildung 2.1 zeigt exemplarisch zwei identifizierte, komplexe Schwingungseigenformen einer Flugzeugseitenwand aus der Übertragungsfunktion zwischen Kraft und Strukturschnelle mit geringer und hoher Komplexität. Im unteren Teil der Abbildung sind die dazugehörigen Amplituden- und Phasenverteilungen dargestellt. Die erhöhte Komplexität des Eigenvektors bei 163 Hz lässt sich vor allem an der Streuung des Phasenwinkels einzelner Freiheitsgrade, abseits von 0° und 180° erkennen.

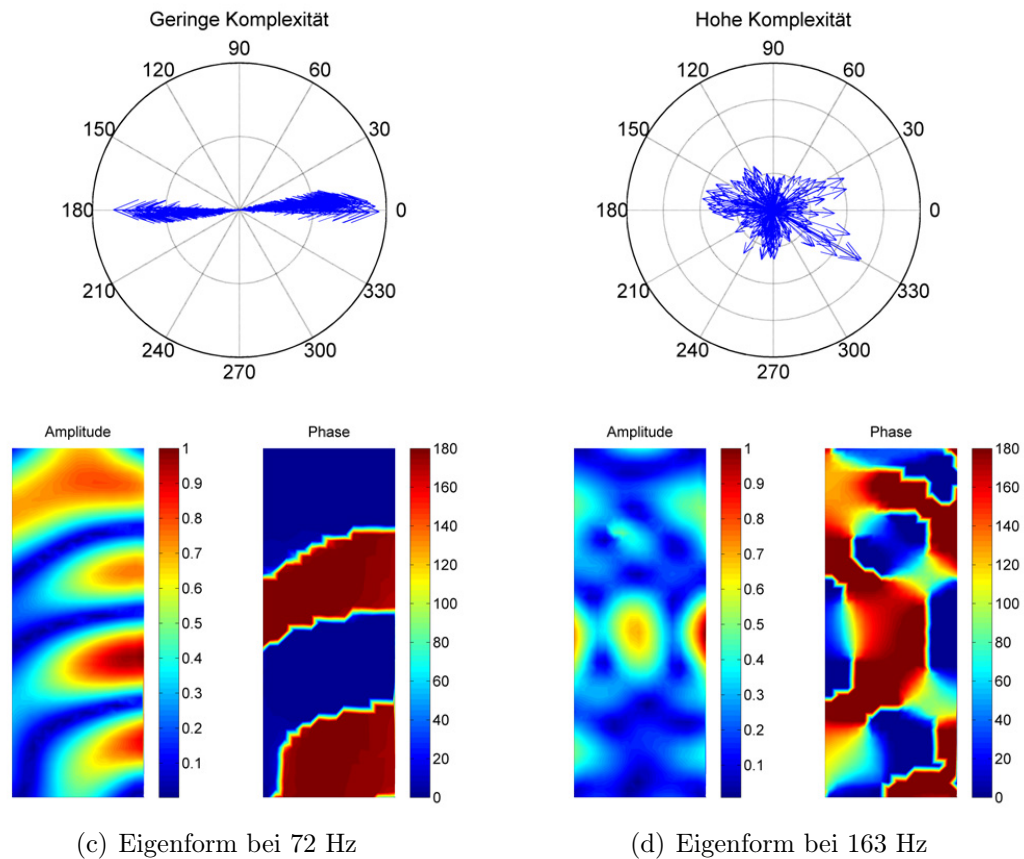
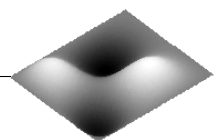


Abbildung 2.1.: Polardiagramme sowie Amplituden- und Phasenverteilungen der Eigenformen einer Flugzeugseitenwand

Die identifizierten Strukturmodelle im Modalraum werden am DLR im Rahmen der Prozesskette zur aktiven strukturdynamischen Akustikregelung (ASAC) zur Auslegung aktiver Lärmreduktionssysteme verwendet [79], [43]. Dafür werden in der Prozesskette bisher entweder rein reelle oder ins Reelle transformierte, schwach komplexe Eigenformen berücksichtigt. Zur Definition der Aktuator- und Sensorpositionen eines aktiven Systems wird auf Basis des Strukturmodells die abgestrahlte Schalleistung als Zielfunktion der Optimierung berechnet.

Die Präsenz der komplexen Schwingungseigenformen in technisch realisierten Strukturen wirft die Frage nach deren Einfluss auf die Schallabstrahlcharakteristik auf. Wie wichtig ist es, aus akustischer Sicht die komplexen Eigenformen im Berechnungsprozess zu berücksichtigen? Oder auch, welcher Anteil des schallrelevanten Informationsgehaltes geht bei einer Transformation des komplexen Eigenvektors ins Reelle verloren? Neben diesen grundsätzlichen Fragestellungen muss auch geklärt werden, wie relevant komplexe Schwingungseigenformen für technische Anwendungen im Bereich der Vibroakustik sind. Sollte ein Ingenieur



bei der Definition lokaler Dämpfungsmaßnahmen idealerweise die Besonderheiten komplexer Eigenformen beachten? Oder lassen sich diese Besonderheiten sogar zu Gunsten geringerer Lärmemissionen gezielt ausnutzen? Denn bisher erfolgt die Platzierung von Dämpfungsmaßnahmen nach Kriterien der Amplitudenminimierung und berücksichtigt nicht die möglicherweise entstehenden komplexen Schwingungseigenformen [106], [62], [10].

Es ist bekannt, dass bei breitbandiger Anregung die dynamische Antwort der Struktur durch eine Vielzahl von Schwingungseigenformen dominiert wird [33]. Im Bereich der Resonanzen wird die Dynamik dieser multimodalen Systemantwort hauptsächlich durch einzelne Eigenformen bestimmt. Dabei hängt die Schallabstrahlung ins Fernfeld maßgeblich von den modalen Abstrahleffizienzen dieser Eigenformen ab. Dies ist besonders bei schwach bedämpften Systemen der Fall, wo die Resonanzüberhöhungen stark ausgeprägt sind. Bei stark bedämpften Systemen können die Resonanzüberhöhungen gering sein und dabei signifikante Anteile mehrerer benachbarter Eigenformen beinhalten. Dieses Phänomen wird oft als Dämpfungskopplung bezeichnet. Im Bereich außerhalb der Resonanzen sind immer mehrere Eigenformen an der Schwingungsantwort beteiligt. Dort bestimmen nicht nur die modalen Abstrahleffizienzen, sondern auch akustische Kreuzkopplungen zwischen den einzelnen Eigenformen, wie viel Schallleistung von einer schwingenden Struktur abgestrahlt wird. In diesem Zusammenhang werden die Kreuzkopplungseffizienzen zwischen den einzelnen Eigenformen eingeführt ([33] S.164). Abhängig von der Ordnung der Eigenformen können sich die Kreuzkopplungseffizienzen entweder konstruktiv oder destruktiv auf die abgestrahlte Schallleistung auswirken. Mit steigender Dämpfungskopplung beteiligen sich immer mehr Eigenformen an der Systemantwort, weshalb der Beitrag aus den Kreuzkopplungen immer bedeutender wird. Dadurch, dass stark inhomogene Dämpfung zu komplexen Schwingungseigenformen führt, stellt sich die Frage, inwieweit dadurch die Kreuzkopplungen und damit auch die abgestrahlte Schallleistung sowie der Gesamtabstrahlgrad beeinflusst werden.

Mit diesen offenen Fragestellungen lassen sich die Grundhypothese sowie die daraus abgeleiteten Teilhypothesen der vorliegenden Arbeit formulieren:

Grundhypothese: Inhomogenitäten in der Dämpfungsverteilung und die daraus resultierenden komplexen Schwingungseigenformen haben unterhalb der Koinzidenzfrequenz einen Einfluss auf die Schallabstrahlung von Plattenstrukturen.

Zur Untersuchung der Grundhypothese werden zwei Betrachtungsebenen eingeführt. Im ersten Schritt liegt der Fokus auf der theoretischen Untersuchung einzelner komplexer Schwingungseigenformen. Das Ziel dabei ist vor allem die Identifikation wichtiger Einflussgrößen und das Verständnis physikalischer Grundeffekte, die sich auf die Abstrahlung ins Fernfeld auswirken. Dazu gehört z. B. der Einfluss laufender Biegewellen auf die räumliche Verteilung der Schallintensitätsquellen und -senken und die damit verbundene Änderung des Abstrahlgrades.

Die ersten beiden Teilhypothesen spiegeln die Arbeitsschritte dieser Betrachtungsebene wie folgt wider:

- **Teilhypothese 1:** Die Komplexität der Eigenformen verändert deren Abstrahlgrad und muss bei der Auslegung lärmoptimierter Strukturen berücksichtigt werden.
- **Teilhypothese 2:** Akustische Kurzschlusseffekte werden durch die Komplexität der Eigenformen beeinflusst, wodurch sich die Verteilung akustischer Quellen und damit auch das abgestrahlte Schallfeld ändert.

Die zweite Betrachtungsebene umfasst die Untersuchung des Abstrahlverhaltens der gesamten Platte, deren dynamische Antwort von mehreren komplexen Eigenformen dominiert wird. Dieses Verhalten findet sich im Experiment oder auch in der Anwendung wieder und wird im Rahmen der Teilhypothese 3 adressiert:

- **Teilhypothese 3:** Die abgestrahlte akustische Wirkleistung und der Gesamtabstrahlgrad der Platte mit multimodaler, dynamischer Antwort werden durch die Präsenz komplexer Eigenformen beeinflusst.

Um auf Basis der Betrachtungen von Teilhypothese 1 bis 3 erste Erkenntnisse in Richtung technischer Anwendung abzuleiten, wird die Teilhypothese 4 formuliert, bei der es darum geht, den Einfluss komplexer Eigenformen auf die Platzierung von Dämpfungsmaßnahmen zu quantifizieren:

- **Teilhypothese 4:** Die geometrische Verteilung der Dämpfung bestimmt maßgeblich die Konfiguration laufender Wellen komplexer Eigenformen und damit deren akustisches Verhalten sowie die Abstrahlcharakteristik der Platte im Allgemeinen.

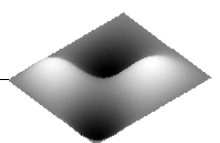
Die Teilhypothese 4 adressiert ein Querschnittsfeld entlang der Teilhypothese 1 bis 3 und zeigt die relevanten Einflüsse unterschiedlicher Dämpfungskonfigurationen auf die untersuchten akustischen Indikatoren, wie den Abstrahlgrad, die Schallintensitätsverteilung oder das abgestrahlte Schallfeld. Ein zentraler Punkt dabei ist die Identifikation wichtiger geometrischer Eigenschaften der Dämpfungsverteilungen, welche die Schallabstrahlcharakteristik entstehender komplexer Schwingungseigenformen beeinflussen.

2.2. Struktur und Methodik der Arbeit

Die Bearbeitung der Forschungshypothesen unterteilt sich, wie bereits beschrieben, in zwei wesentliche Bestandteile auf zwei Betrachtungsebenen. Neben der Differenzierung entlang dieser unterschiedlichen Betrachtungsebenen ist die Arbeit in Modellbildung und experimentelle Validierung gegliedert.

Die Behandlung der verwendeten Modelle beginnt in Kapitel 4 mit einer kurzen Übersicht über die analytische Betrachtung strukturdynamischer Systeme im Modalraum. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Berücksichtigung nichtproportionaler Dämpfung, die zu komplexen Schwingungseigenformen führt. Anschließend wird neben einigen Begriffsdefinitionen zur Schallabstrahlung von BiegeWellen die Berechnungsmethodik auf Basis der Elementarstrahlertheorie erläutert [33]. Mit diesem Berechnungsverfahren werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit die modalen Abstrahlgrade sowie die Schallintensitäts- und Schalldruckverteilungen komplexer Eigenformen als wesentliche Bestandteile der Teilhypothese 1 und 2 ermittelt. Zusätzlich bildet die Elementarstrahlertheorie auch im Hinblick auf den Gesamtabstrahlgrad der Platte, die abgestrahlte Schallleistung sowie die Kreuzkopplungseffizienzen die Stütze der Teilhypothese 3. Um an den Stand des Wissens und der Technik anzuknüpfen, wird die betrachtete Modellbildung auf eine gelenkig gelagerte Platte mit reellen Eigenformen angewendet. Dabei soll neben der Validierung von verwendeten Berechnungstechniken vor allem ein Referenzfall für einen späteren Vergleich definiert werden.

Das darauffolgende Kapitel 5 vertieft die Modellbildung und befasst sich mit den Eigenschaften komplexer Eigenformen und deren Berechnung. Zunächst werden die Kenngrößen



zusammengefasst, die zur Quantifizierung des Komplexitätsgrades geeignet sind. Anschließend wird eine neuartige Kenngröße zur Klassifikation komplexer Eigenformen eingeführt. Im Gegensatz zu den bekannten Komplexitätsmetriken lassen sich mit Hilfe dieser Größe für die Schallabstrahlung wichtige Informationen in Form des Anteils, der Ausbreitungsrichtung sowie der räumlichen Verteilung der laufenden Wellenanteile in einer Schwingform bestimmen.

Zur Berechnung komplexer Schwingformen werden zwei unterschiedliche Methoden in dieser Arbeit angewendet. Zum einen ist es die Finite-Elemente-Methode (FEM) und zum anderen ein vereinfachter analytischer Ansatz. Die FE-Modelle werden vor allem dafür genutzt, um realistische Plattenstrukturen mit unterschiedlicher Dämpfungskonfiguration zu simulieren. Der vereinfachte analytische Ansatz wird ergänzend dazu verwendet, um Schwingformen mit gewünschtem Komplexitätsgrad oder bestimmten Eigenschaften laufender Wellen gezielt zu erzeugen.

Im Kapitel 6 werden die bis dahin eingeführten Simulationswerkzeuge zur Analyse der Forschungshypothesen angewendet. Abbildung 2.4 gibt eine Übersicht über die Methodik dieses Kapitels. Im ersten Schritt werden die unterschiedlichen geometrischen Verteilungen der Dämpfung betrachtet und hinsichtlich deren Einflusses auf die resultierenden komplexen Eigenformen charakterisiert. Abbildung 2.2 zeigt Beispiele einiger inhomogener Dämpfungsverteilungen mit unterschiedlichen Symmetrieeigenschaften.

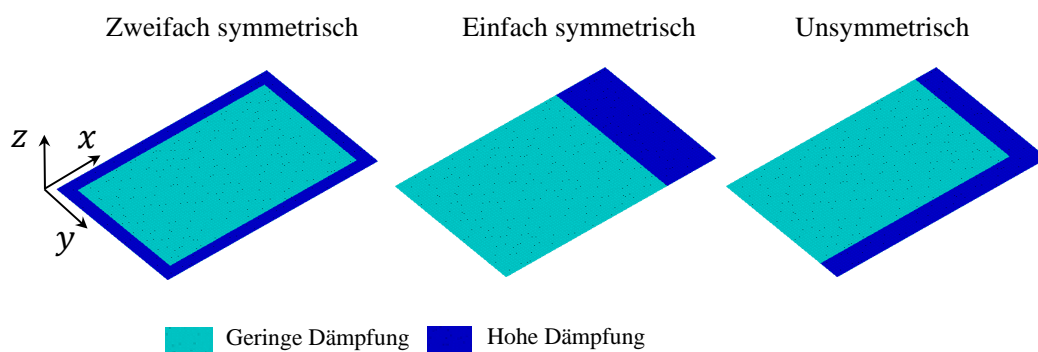


Abbildung 2.2.: Unterschiedliche Konfigurationen inhomogener Dämpfung

Nach der Berechnung komplexer Schwingformen mit Hilfe der FE-Simulation und des vereinfachten analytischen Modells folgt die Quantifizierung des Komplexitätsgrades mit eingeführten Metriken. Die akustische Charakterisierung komplexer Schwingformen erfolgt mit der Elementarstrahlertheorie. Für die Dämpfungsverteilungen mit dem größten Einfluss auf die akustischen Charakteristika werden detaillierte phänomenologische Studien durchgeführt und die auftretenden Effekte entlang der Forschungshypothesen analysiert.

Die im Abschnitt 6 mit Hilfe der Simulation gewonnenen Erkenntnisse werden in Kapitel 7 experimentell validiert. Abbildung 2.5 fasst das experimentelle Vorgehen zusammen. In Anlehnung an die Erkenntnisse aus den theoretischen Untersuchungen werden zunächst die Testplatten definiert. Mit Hilfe des Laser-Scanning-Vibrometers (LSV) werden diese Platten anschließend strukturdynamisch vermessen. Die Messkampagne findet im reflexionsarmen Raum des Akustischen Transmissionsprüfstandes Braunschweig (ATB) statt, gezeigt in Abbildung 2.3.

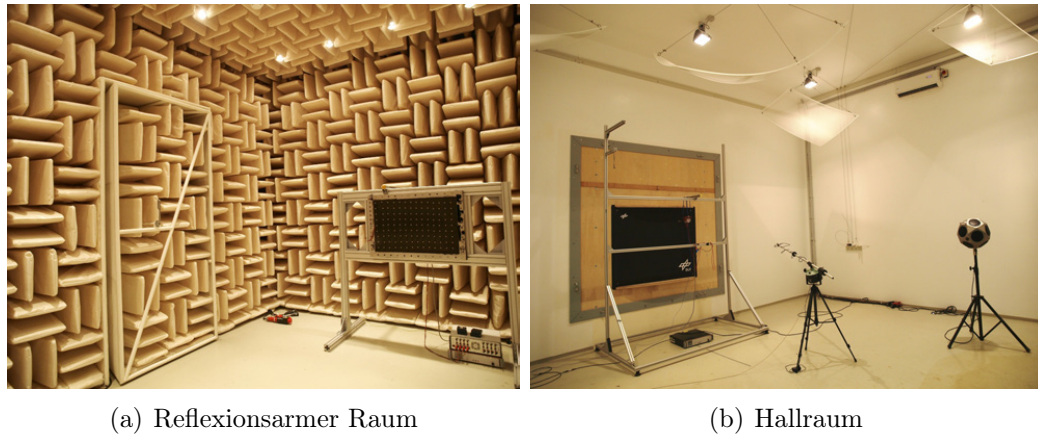
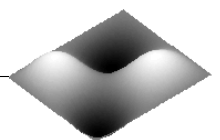


Abbildung 2.3.: Akustischer Transmissionsprüfstand Braunschweig (ATB)

Anhand der gemessenen Übertragungsfunktionen werden mit Methoden der Modalanalyse komplexe Eigenformen identifiziert und hinsichtlich ihrer Komplexitätsgrade bewertet. Da die Identifikation komplexer Eigenformen mit kommerziell verfügbaren Verfahren auf Grund der hohen Dämpfungskopplung nicht immer möglich ist, werden bei den meisten Betrachtungen die Betriebsschwingformen, welche von einer Eigenform dominiert werden, direkt zur akustischen Charakterisierung verwendet.

Ein wichtiger Teil der experimentellen Untersuchungen ist die detaillierte Validierung der Elementarstrahlertheorie für homogen und inhomogen bedämpfte Platten hinsichtlich der abgestrahlten Schallleistung sowie der Schallintensitäts- und Schalldruckverteilung. Dadurch, dass einige akustische Bewertungsmetriken aus den Teilhypothesen nicht direkt oder nur mit großem Aufwand ermittelt werden können, ist die Einführung zweier Validierungsebenen erforderlich. Bei der ersten Ebene werden die akustischen Kenngrößen direkt mit Hilfe des Mikrophonarrays oder der Schallintensitätsmesssonde gemessen. Dazu gehören beispielsweise der Abstrahlgrad und die Schallintensitätsverteilung der Schwingformen bei der jeweiligen Resonanzfrequenz (Teilhypothese 1 und 2). Dafür werden die Schwingformen monofrequent angeregt und akustisch vermessen. Da die selektive Anregung einer bestimmten Struktureigenform über einen breiten Frequenzbereich sehr schwierig ist, wird die zweite Validierungsebene eingeführt. Dabei werden die experimentell ermittelten Schwingformen mit Hilfe der validierten Elementarstrahlertheorie detailliert analysiert. Dieses Vorgehen erlaubt die Ermittlung modaler Abstrahlgrade über den gesamten relevanten Frequenzbereich. Aufgrund einer begrenzten räumlichen Auflösung der Schallintensitätsmessungen lässt sich mit hochaufgelösten LSV-Daten und der Elementarstrahlertheorie ein wesentlich detaillierteres Bild über die Verteilung akustischer Quellen und Senken erzielen. Hinzu kommt, dass die experimentelle Vermessung des dreidimensionalen Schallfeldes und der Charakterisierung hinsichtlich der Richtcharakteristik mit enormem messtechnischen Aufwand verbunden ist (Teilhypothese 2). Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Tatsache, dass die Kreuzkopplungseffizienzen zwischen einzelnen Schwingungseigenformen messtechnisch nicht erfassbar sind (Teilhypothese 3), weshalb die Kombination aus experimentell ermittelten komplexen Schwingformen und der Elementarstrahlertheorie zwingend erforderlich ist.



Analyse der Schallabstrahlung inhomogen bedämpfter Platten mit Hilfe der Simulation

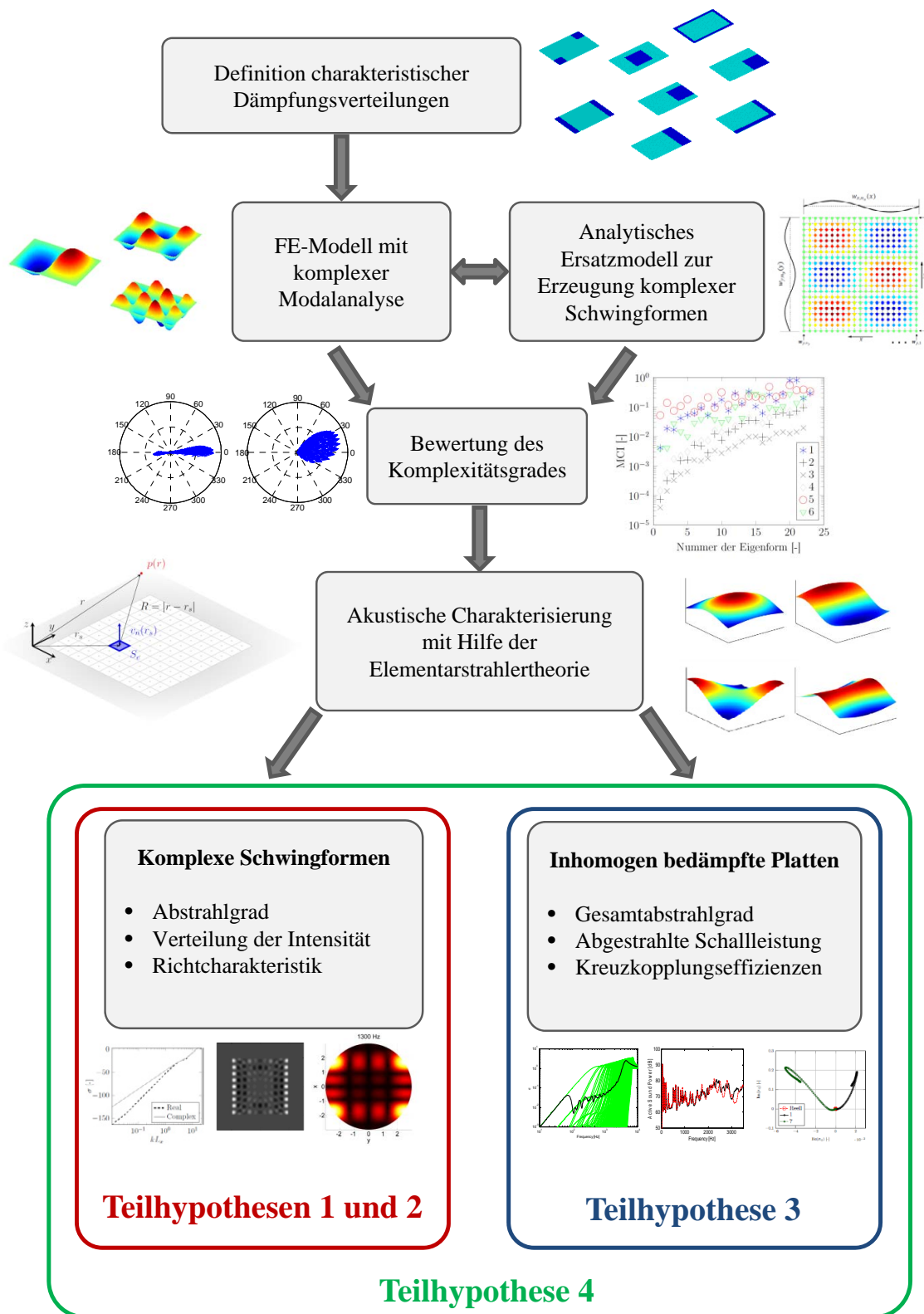


Abbildung 2.4.: Übersicht über die Simulationsmethodik des Kapitels 6

Experimentelle Charakterisierung inhomogen bedämpfter Platten

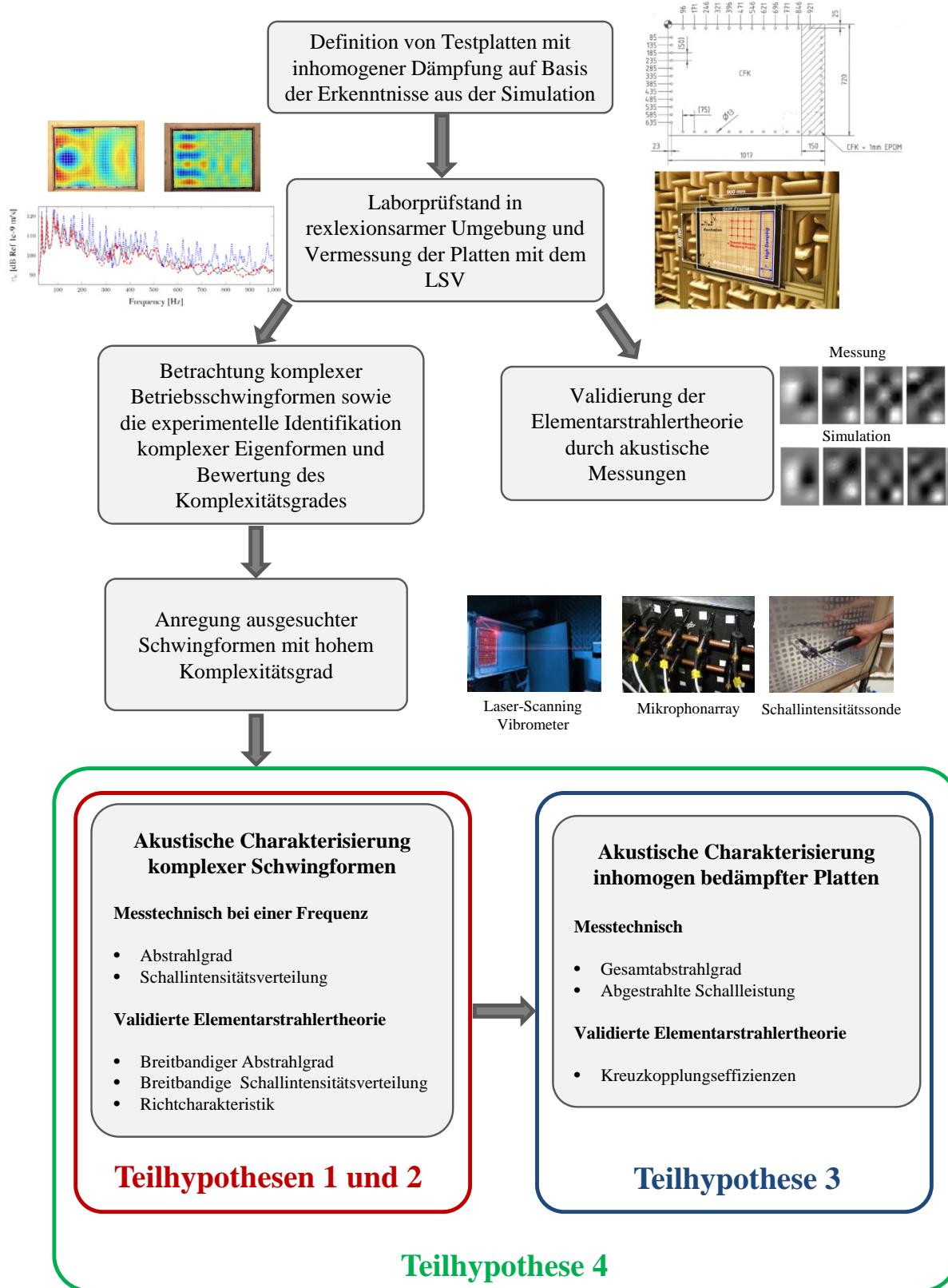


Abbildung 2.5.: Übersicht über die experimentelle Methodik des Kapitels 7

3. Stand der Wissenschaft zur Schallabstrahlung komplexer Eigenformen

3.1. Schallabstrahlung von Platten

Seit Mitte der 1950er Jahre wird die Schallabstrahlung von Strukturen anhand von Platten sehr intensiv untersucht. Einerseits liegt es an der Einfachheit und guter analytischer Handhabbarkeit der Plattendifferentialgleichungen und der akustischen Fluid - Struktur - Kopplung. Andererseits lassen sich viele technische Anwendungen, wie Wände, Fensterscheiben, Teile der Fahrzeugkarosserie oder Hautfelder eines Flugzeugrumpfes anhand theoretischer Betrachtungen der Platte ausreichend genau beschreiben. Die ersten Arbeiten erschienen bereits in den frühen 1940er Jahren [26] und stellten die theoretischen Grundlagen zur Berechnung der Schallabstrahlung unendlicher biegeschwingender Platten auf. Die Einflüsse der Endlichkeit [108], geometrischer Abmessungen [121], [111] und der Randbedingungen [82] werden später einbezogen und im Detail untersucht. Maidanik vergleicht in [82] die berechneten Abstrahlgrade von Betonplatten mit gelenkiger (simply supported) und eingespannter (clamped) Lagerung und belegt diese mit experimentellen Ergebnissen. Diese Abstrahlgrade sind als Funktion des Verhältnisses f/f_p zwischen der Anregungsfrequenz f und Koinzidenzfrequenz f_p in Abbildung 3.1 aufgetragen.

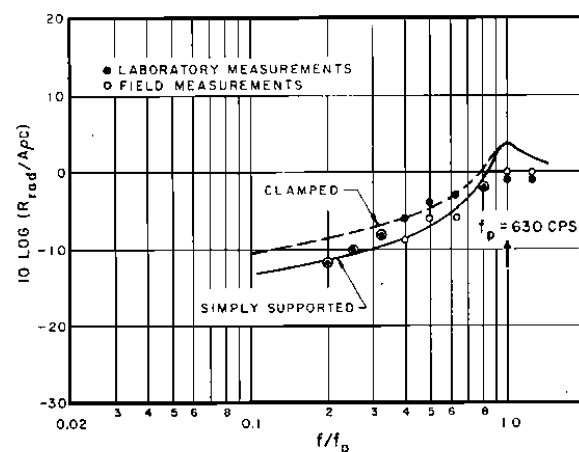


Abbildung 3.1.: Abstrahleffizienz von Platten mit unterschiedlichen Randbedingungen [82]

Weitere Arbeiten, unter anderem von Wallace [121], Maidanik [83] sowie Gomperts [42] zeigen, dass unterhalb der Koinzidenzfrequenz die einzelnen Schwingungsmoden der Platte auf unterschiedliche Weise Schall abstrahlen. Die Eigenformen der Platte werden vor allem nach

deren Ordnung in beide Raumrichtungen unterschieden. Die Ordnung beschreibt die Anzahl an Amplitudenmaxima und -minima und kann gerade (G) oder ungerade (U) Werte annehmen. Abbildung 3.2 zeigt einige Beispiele der Struktureigenformen der gelenkig gelagerten Platte mit unterschiedlichen Ordnungen.

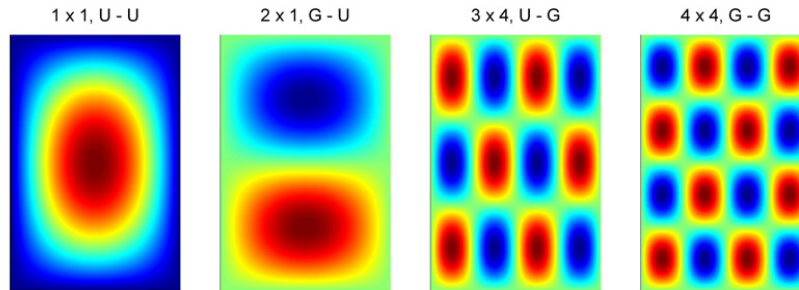
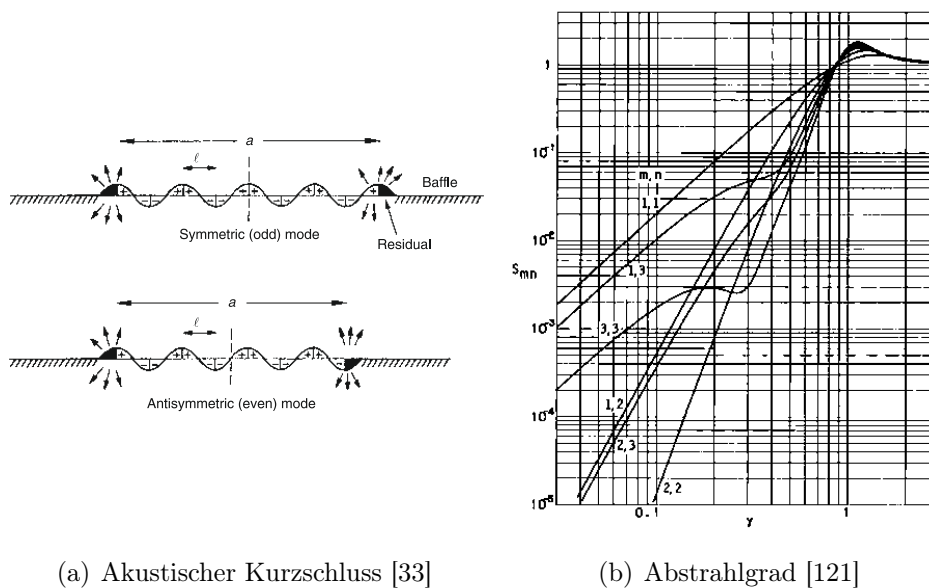


Abbildung 3.2.: Eigenformen einer gelenkig gelagerten Platte

Im Gegensatz zu geraden, besitzen Eigenformen mit ungerader Ordnung nicht die gleiche Anzahl an Druckmaxima und -minima, wodurch sich der akustische Kurzschluss verringert und die Schallausbreitung ins Fernfeld zunimmt. Die Abbildung 3.3(a) zeigt exemplarisch diesen Zusammenhang. Weiterhin ist es wichtig, dass durch die endlichen Dimensionen der Platte die destruktive Interaktion zwischen den einzelnen Maxima und Minima nicht vollständig erfolgen kann, weswegen die Randbereiche zu den Hauptquellen des abgestrahlten Schallfeldes werden. Der von Wallace publizierte Vergleich einiger Schwingungsmoden hinsichtlich der Abstrahleffizienz [121] ist in Abbildung 3.3(b) gezeigt. Vergleichbar zu Abbildung 3.1 befindet sich auf der Abszisse das Verhältnis γ zwischen der Anrege- und Koinzidenzfrequenz. Es ist erkennbar, dass unterhalb der Koinzidenzfrequenz die Eigenformen mit ungeraden Ordnungszahlen (m, n) wesentlich höhere Abstrahlgrade aufweisen.



(a) Akustischer Kurzschluss [33]

(b) Abstrahlgrad [121]

Abbildung 3.3.: Akustischer Kurzschluss und Abstrahlgrade der Eigenformen

Die detaillierten Betrachtungen der Nahfeldeffekte unterhalb der Koinzidenzfrequenz sind in Literatur weit verbreitet und konzentrieren sich zum großen Teil auf den Einfluss der Versteifungen [81], [78], [107] oder der Randbedingungen [41], [69], [14], [104], [103]. Im Allgemeinen gibt es je nach Anregungsfrequenz Plattengebiete, die aufgrund verschiedener struktureller Wellenlängen und der akustischen Kurzschlusseffekte dominierenden Anteil an Wirkleistung im akustischen Fernfeld erzeugen können. Abhängig von der Ordnungszahl und damit auch der Biegewellenlänge in x- und y-Richtung besitzen Platten unterschiedliche Abstrahlmechanismen, siehe Abbildung 3.4. Demnach werden die Eigenformen mit stark unterschiedlichen Biegewellenlängen in beide Raumrichtungen als Randstrahler (Edge Radiator) bezeichnet. Sind die Biegewellenlängen sehr ähnlich, so werden die Schwingformen als Eckenstrahler (Corner Radiator) charakterisiert. Diese wichtigen Zusammenhänge bestimmen maßgeblich die Richtcharakteristik des abgestrahlten Schallfeldes und werden ausführlich im Kapitel 4 behandelt.

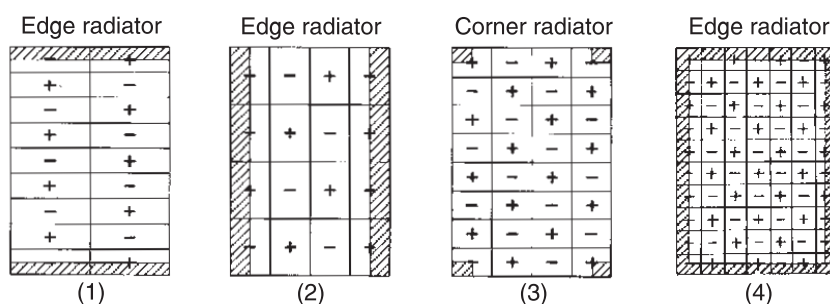


Abbildung 3.4.: Unterschiedliche Abstrahlcharakteristika der Platte [33]

Zur Berechnung der modalen Abstrahleffizienzen von Platten mit unterschiedlicher Umrandung sind zahlreiche analytische Verfahren entwickelt. So wird ein auf Fast-Fourier-Transformation basiertes Verfahren zur Berechnung der Abstrahleffizienz zum ersten Mal von Williams [124] vorgestellt. In [33] ist eine alternative Herangehensweise im Wellenzahlbereich beschrieben. Cunefare und Koopmann [28] sowie Elliott und Johnson [31] beschreiben die Schallabstrahlung von ebenen Platten mit Hilfe der Elementarstrahler. Dabei erfolgt die Diskretisierung einer Platte in viele einzelne Quellen, deren Interaktion mittels einer Schallstrahlungsresistanzmatrix beschrieben ist. Die Eigenwertzerlegung dieser Matrix liefert die frequenzabhängigen Schallabstrahlmoden, welche unabhängig voneinander Schall ins Fernfeld abstrahlen. Dieses Verfahren zur Berechnung des Schalldruckfeldes und vor allem der abgestrahlten Schallleistung ist zu einem verbreiteten Mittel zur Approximation akustischer Regelgrößen in der aktiven Lärmreduktion geworden [31], [53]. Später erweiterte Bevan [15] diesen Ansatz um den Einfluss der Krümmung und wendete es auf einfach gekrümmte Schalen an. Marburg hat in einer Reihe von Arbeiten [84],[86],[85] die Schallabstrahlung einer Struktur ins Freifeld mit Hilfe von frequenzunabhängigen Eigenmoden beschrieben. In [84] sind zunächst für ein eindimensionales Rohr mit teilweise oder vollständig offenen Enden die Eigenmoden ermittelt. Die Lösung dieses Problems liefert komplexe, akustische Eigenwerte und Eigenformen und es wird betrachtet, wie diese in der komplexen Zahlenebene verteilt sind. Diese Formulierungen sind in [86] auf ein zweidimensionales Problem einer strahlenden Ellipse und eines teilweise offenen Kastens erweitert. Für das zweite Beispiel sind in [85] die Anwendbarkeit der modalen Superposition zur Berechnung des Schallfeldes untersucht.

Neben den modalen Abstrahleffizienzen sind Untersuchungen für eine Gruppe von Eigenformen oder die Gesamtplattenstruktur durchgeführt. Die Schwierigkeit bei dieser Betrachtung

liegt vor allem darin, dass in der Realität die einzelnen Eigenformen unterschiedlich angeregt werden und damit auch auf verschiedene Weise zur Gesamtschallabstrahlung beitragen. Die abgestrahlte Schallleistung einer Platte ist deshalb abhängig von der Art der Anregung und wird teilweise durch Querkopplungen zwischen einzelnen Eigenformen beeinflusst [33]. Diese auch als Kreuzkopplungseffizienz bezeichnete Größe beschreibt die gegenseitige konstruktive (positives Vorzeichen) oder destruktive Beeinflussung (negatives Vorzeichen) zweier Schwingungseigenformen bei einer multimodalen Plattenantwort. Abbildung 3.5 zeigt für einige Paarungen an Eigenformen die Kreuzkopplungseffizienzen. Das Verhältnis k/k_B der akustischen Wellenzahl k zur Wellenzahl der Biegewellen k_B wird vergleichbar zum bereits erwähnten Faktor γ , beim Erreichen der Koinzidenzfrequenz $k/k_B = 1$.

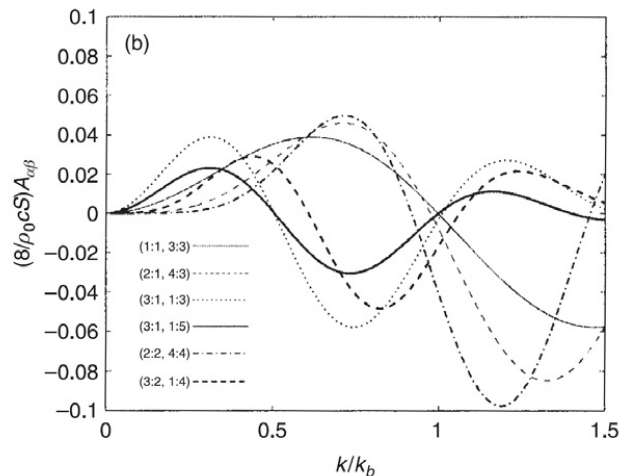
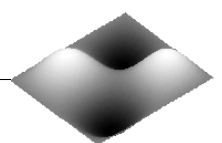


Abbildung 3.5.: Kreuzkopplungseffizienzen einiger Paare von Struktureigenformen nach Fahy [33]

Maidanik stellt in [81] ein Verfahren vor, bei dem für den Fall einer Diffusfeldanregung die gemittelte Gesamtabstrahleffizienz für die Platte mit hoher modaler Dichte berechnet wird. Weiterführend ist von Leppington in [68] eine ähnliche Formulierung für hohe Wellenzahlen angegeben, die Vorhersagegenauigkeit für Platten mit großen Seitenverhältnissen im Bereich der Koinzidenzfrequenz verbessert. Snyder und Tanaka [109] berücksichtigen die Quereinflüsse einzelner Eigenformen bei der Berechnung abgestrahlter Schallleistung und stellen fest, dass Querkopplungsterme für jeweils grade oder ungerade Eigenformenpaare ungleich null sind. Die Arbeiten von Li und Gibeling [70], [71] beschreiben ein Verfahren zur Berechnung der Kreuzkopplungseffizienzen und zeigen selbst in der Nähe der Resonanzfrequenzen deren Wichtigkeit. Xie u.a., Thompson und Jones [126] stellen für Platten mit unterschiedlichem Seitenverhältnis einen Näherungsansatz zur Berechnung des Gesamtabstrahlgrades vor und zeigen, dass dieser unterhalb der ersten Platteneigenfrequenz proportional zum Quadrat der kürzesten Seitenlänge ist. Das Ergebnis ist zusammen mit dem Satz an modalen Abstrahlgraden in Abbildung 3.6 dargestellt.

Fahy [33] sowie Xie u.a. [126] zeigen, dass bei der Erhöhung der Dämpfung die Schallabstrahleffizienz einer durch Punktkraft angeregten Platte im Bereich der Ecken- und Randstrahlermoden zunimmt. Feng und seine Kollegen [35] bestätigen anhand von Messungen an einer Stahl- oder Sandwichplatte den gleichen Einfluss der Dämpfung auf den Gesamtabstrahlgrad. Die Ursache für diese Erhöhung liegt vor allem darin, dass die dynamische Antwort der Platte mit hoher Dämpfung nicht mehr durch die Resonanzen, sondern durch



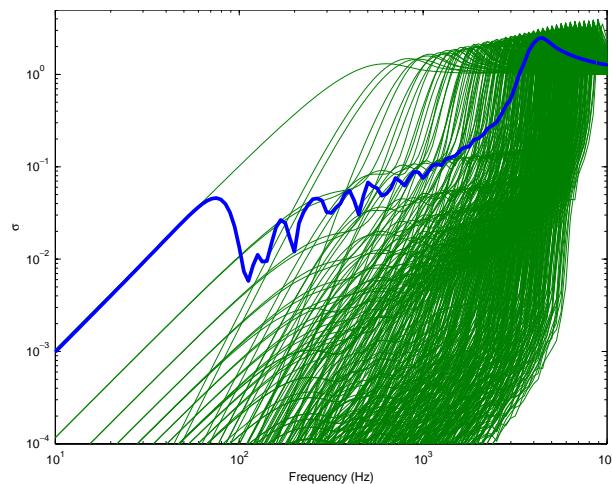


Abbildung 3.6.: Abstrahlgrade der Eigenformen (—) und der Gesamtabstrahlgrad der Platte (—) [126]

erzwungene Schwingungen am Anregungspunkt dominiert wird. Diese phasengleiche, kolbenartige Bewegung am Anregungspunkt besitzt eine deutlich höhere Abstrahleffizienz als die schwach gedämpften Schwingungseigenformen. Die experimentell ermittelten Abstrahlgrade einer durch Punktkraft angeregten Sandwichplatte belegen diesen Effekt in Abbildung 3.7. Neben der unbedämpften Konfiguration wurden eine partiell und vollständig mit CLD bedeckte Platte untersucht. Auf die möglicherweise entstehenden komplexen Schwingungsformen wird in jener Arbeit nicht eingegangen.

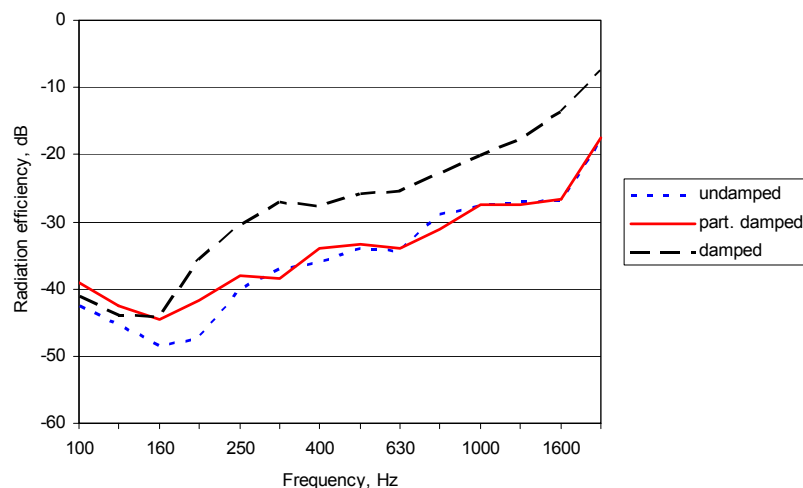


Abbildung 3.7.: Die Abstrahlgrade einer Sandwichplatte mit unterschiedlicher Dämpfung [35]

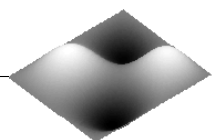
Die bekannten Literaturquellen zur Schallabstrahlcharakteristik von Plattenstrukturen betrachten fast ausschließlich Systeme mit proportionaler Dämpfung und reellen Schwingungseigenformen. Folgender Abschnitt fasst die wichtigsten Arbeiten zu der Untersuchung von Systemen mit nichtproportionaler Dämpfung und komplexen Schwingungseigenformen zusammen.

3.2. Systeme mit nichtproportionaler Dämpfung

Die ersten Schritte in Richtung komplexer Eigenformen wurden 1963 von Caughey und O'Kelly unternommen [21]. Die Autoren untersuchten lineare, dynamische Systeme mit un-symmetrischen Systemmatrizen und charakterisieren den Einfluss der Dämpfung auf die Eigenfrequenzen und Eigenformen. Weiterführend werden in [22] für gedämpfte kontinuierliche und diskrete Systeme die Bedingungen definiert, die zum Erhalt reeller Eigenformen führen. Lang betrachtet in einem Übersichtsartikel [65] ein einfaches System mit drei Freiheitsgraden und fasst die wichtigsten Eigenschaften komplexer Eigenformen wie z.B. die Orthogonalität zusammen. In [101] geben Prater und Singh die verschiedenen numerischen Indizes an, welche die Nichtproportionalität der Dämpfung in diskreten Systemen quantifizieren. Es wird die Modalfläche (modal area) und die modale Phasendifferenz (modal phase difference) eingeführt, um entsprechend die Streuung und die Phasenabweichungen des Eigenvektors in der komplexen Zahlenebene zu bestimmen. Mitchell [88] formuliert in seiner Arbeit ein System mit nichtproportionaler Dämpfung im Zustandsraum und untersucht neben den Orthogonalitätseigenschaften auch verschiedene Berechnungsmethoden zur Bestimmung komplexer Eigenformen. Liang u.a. sind in [72] der Frage nachgegangen, in wie weit komplexe Eigenformen als Indikatoren nichtproportionaler Dämpfung dienen können und wie weit diese von der Dämpfung in ihrer Form beeinflusst werden.

Mit der Weiterentwicklung der Rechentechnik fanden die Methoden der experimentellen Modalanalyse immer größere Verbreitung. In vielen Anwendungsfällen waren komplexe Eigenformen oft das Ergebnis der Parameteridentifikation. Um aus komplexen Eigenformen reelle zu erhalten, werden in [92], [50], [49], [3], [2], [38] unterschiedliche Transformationsverfahren vorgestellt. Imregun und Ewins [51] unterscheiden einige Ursachen für die Entstehung komplexer Eigenformen und definieren neue Parameter zur Bewertung des Komplexitätsgrades. Die Autoren quantifizieren die Komplexität der Eigenformen mit Hilfe modaler Komplexitätsfaktoren (MCF). Weiterhin wird bei der Berechnung dieser Faktoren eine amplitudenabhängige Wichtung einzelner Eigenvektoreinträge eingeführt. Nach Imregun und Ewins sind die komplexen Eigenformen nicht nur in Systemen mit inhomogener Dämpfung, sondern auch in rotierenden Strukturen zu beobachten. Des Weiteren treten diese in aeroelastischen Systemen auf, wo eine aerodynamische Dämpfung vorhanden ist. Komplexe Eigenformen können aber auch aus fehlerhafter Betrachtung nichtlinearer Systeme mit linearen Analysemethoden entstehen. Werden SDOF (Single Degree of Freedom) Algorithmen in der Modalanalyse auf verrauschte Frequenzgänge (FRF's) angewendet, so verursachen diese komplexe Eigenformen, die als numerische Artefakte und nicht als physikalische Phänomene zu betrachten sind [32].

Zahlreiche Arbeiten über komplexe Eigenformen setzen sich mit der analytischen Behandlung unterschiedlicher Anwendungsfälle auseinander. Der Einfluss der Randsteifigkeit und der Dämpfung auf die Dynamik eines Balkens wird von MacBain und Genin in [77] untersucht. In [127] ermitteln Zarek und Gibbs die komplexen Modalparameter für einen ähnlichen Balken mit variabler Randimpedanz. Kang und Kim [57] beschreiben die rotatorischen und translatorischen Steifigkeiten der Ränder mit Hilfe komplexer Steifigkeit und geben den Weg zur Berechnung modaler Parameter an. In [95] wird von Oliveto ebenfalls ein Verfahren zur komplexen Modalanalyse eines durch Rotationsdämpfer bedämpften Biegebalkens vorgestellt. Die Arbeit von Prater und Singh [102] gibt die exakte Lösung des Eigenwertproblems für einen partiell bedämpften Balken an. Die zweite komplexe Eigenform des nichtproportional bedämpften Balkens aus dieser Publikation ist in Abbildung 3.8 gezeigt. Es ist erkennbar,



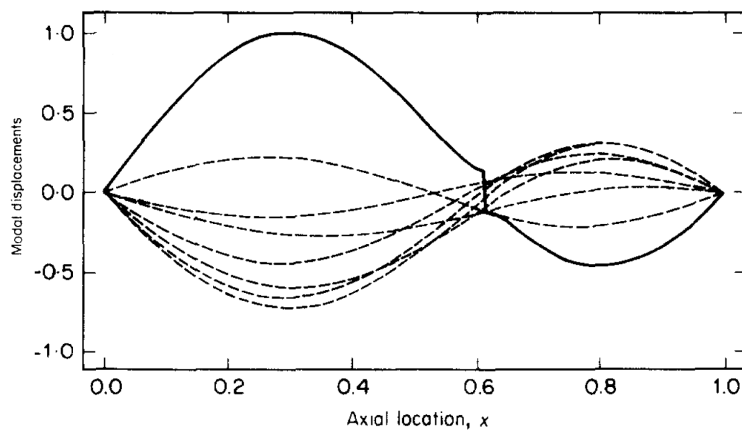


Abbildung 3.8.: Normierte Amplitude (—) und zeitabhängige Verläufe der Auslenkung (---) der 2. komplexen Eigenform des Biegebalkens [102]

dass die Knotenlinie der Eigenform nicht wie im Fall rein reeller Eigenformen stationär ist, sondern sich in Laufe einer Schwingungsperiode verschiebt.

In [5] und [63] wurden die Methoden zur Berechnung komplexer Modalparameter auf den Fall der durch CLD bedämpften Platten erweitert. Der Zusammenhang zwischen Real- und Imaginärteilen einer komplexen Eigenform wird für Systeme mit reellen symmetrischen Matrizen von Garvey und Friswell in [40] diskutiert. Ahmida und Arruda [4] betrachten die komplexen Eigenformen aus der Sicht der Wellenausbreitung, wobei der besondere Schwerpunkt auf der Betrachtung von Randbedingungen liegt. Demnach können die Wellenausbreitungsvorgänge über die Ränder auf die benachbarten Strukturelemente mit der Energiedissipation gleichgesetzt werden.

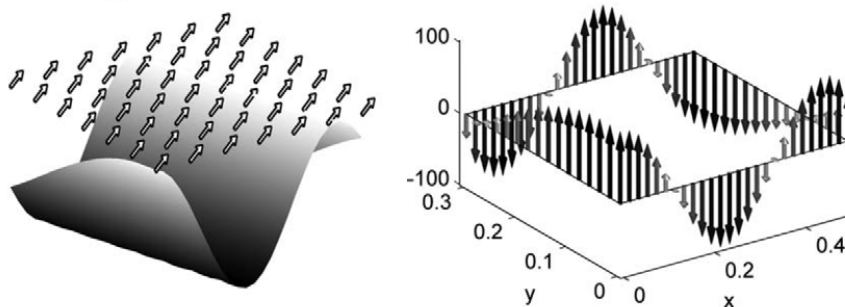


Abbildung 3.9.: Laufende Welle in einer Membran (links) und die dazugehörige Mehrpunktanregung (rechts) [39]

Im Gegensatz zu den endlichen Strukturen mit hoher Randimpedanz, wo sich gewöhnlich innerhalb der Strukturresonanzen rein stehende Wellen ausbilden, entstehen bei einer unendlichen Platte rein laufende Wellen. Der modale Komplexitätsgrad einer Struktur bewegt sich deshalb zwischen diesen beiden Grenzfällen. Bucher [18] und Feeny [34] zeigen zwei Verfahren zur Zerlegung des komplexen Wellenfeldes einer ringförmigen Struktur in stehende und laufende Anteile. In [39] wird von Gabai und Bucher eine Methode zur experimentellen Erzeugung laufender Wellen in beliebige Richtung für homogene und endliche Plattenstruk-

turen gezeigt. Die laufende Welle entsteht dabei aus einer Überlagerung reeller Eigenformen mit komplexer Mehrpunktanregung. Abbildung 3.9 zeigt die laufende Welle in einer endlichen Plattenstruktur und die Mehrkraftanregung, die dafür notwendig ist. Diese interessante Möglichkeit zur gezielten Erzeugung laufender Wellen erweist sich allerdings aufgrund des hohen experimentellen Aufwandes als schwierig.

In der Arbeit von Park, Mongeau und Sigmund [97] wird eine durch komplexe rotatorische und translatorische Randsteifigkeit gestützte Platte untersucht. Es werden für die Randsteifigkeit die optimalen Werte, die zur minimalen Schwingungsamplitude oder abgestrahlten Schallleistung führen, angegeben. Die Betrachtung komplexer Eigenformen ist bei dieser Untersuchung nicht enthalten.

Torres u.a. beobachten komplexe Eigenformen in der Deckplatte einer klassischen Gitarre [113], siehe Abbildung 3.10. Dies ist eine der sehr wenigen Veröffentlichungen, die das strukturdynamische Verhalten komplexer Schwingungseigenformen mit der Schallabstrahlung verknüpft. Im Fokus dieser Untersuchungen steht allerdings lediglich die Methodik des Erkennens komplexer Schwingformen mit Hilfe komplexer Frequenzgänge aus der FE-Simulation. Die akustische Relevanz komplexer Eigenformen, sowie deren Einfluss auf die Abstrahlcharakteristik der Gitarre wird auch in dieser Arbeit nicht untersucht.

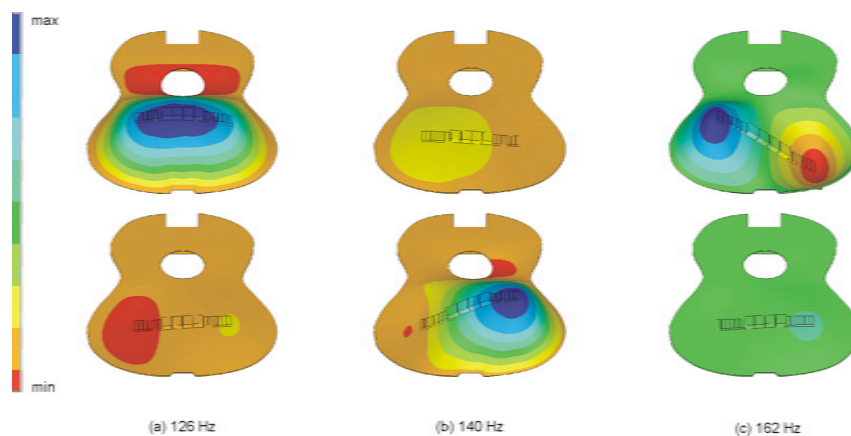
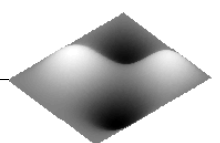


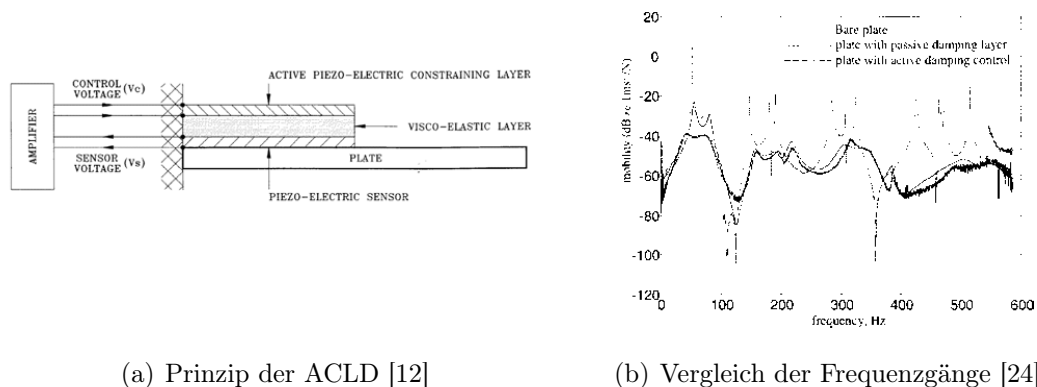
Abbildung 3.10.: Realteil (oben) und Imaginärteil (unten) komplexer Eigenformen einer klassischen Gitarre [113]

3.3. Passive Dämpfungsmaßnahmen und deren Platzierung

Die ersten Arbeiten, die sich mit der flächigen Dämpfung von Strukturschwingungen mit Hilfe von CLD beschäftigten, stammen von Kerwin [58], Plunkett und Lee [100] sowie Nokes und Nelson [94]. Dort werden hinsichtlich der Dicke der Deckschicht und der viskoelastischen Zwischenschicht die ersten Optimierungskriterien angegeben. Demnach sollte die Deckschicht idealerweise die gleiche Steifigkeit besitzen, wie die Trägerstruktur um die maximalen Schubverformungen der viskosen Zwischenschicht zu ermöglichen.



Johnson und Kienholz [52] ermitteln mit Hilfe der FEM die modalen Dämpfungen für eine mit CLD bedämpfte Platte. Dabei werden allerdings nicht die komplexen, sondern die reellen Eigenformen der unbedämpften Platte als Berechnungsgrundlage verwendet.



(a) Prinzip der ACLD [12]

(b) Vergleich der Frequenzgänge [24]

Abbildung 3.11.: Dämpfung mit aktiver viskoelastischer Zwischenschicht

In [44], [120] [24] haben zahlreiche Autoren das Konzept der aktiven CLD (ACLD) etabliert. Dabei handelt es sich um ein aktives Piezoelement, beispielsweise ein Flächenwandler aus Blei-Zirkonat-Titanat (PZT), das auf einer viskosen Zwischenschicht appliziert und mit Hilfe eines Regelungssystems angesteuert wird. Wesentliches Ziel dabei ist die Erhöhung der Schubverformung der viskoelastischen Zwischenschicht mit einem strukturseitigen Sensor und deckschichtseitigen Aktuator. Abbildung 3.11(a) zeigt exemplarisch den prinzipiellen Aufbau einer ACLD. Diese Kombination aus aktiven und passiven Maßnahmen verbessert vor allem die Reduktion von Vibrationsamplituden der niederfrequenten Strukturresonanzen. Dies wird bei der Betrachtung der Frequenzgänge in Abbildung 3.11(b) deutlich. Es ist offensichtlich, dass auch bei der Anwendung der ACLD komplexe Schwingungseigenformen entstehen können. Allerdings wird deren Einfluss auf das Abstrahlverhalten der aktiven Struktur mit geschlossenem Regelkreis in der Literatur nicht betrachtet.

Im Sinne der gewichts- und kosteneffizienten Reduktion von Schwingungen und Lärm sollten die Dämpfungsmaßnahmen wie die CLD an günstigen Stellen der zu beruhigenden Struktur platziert werden. Die am weitesten verbreitete Methode zur Platzierung von Dämpfungsmaßnahmen basiert auf der Superposition modaler Dehnungsamplituden [106], [62], [10]. Die daraus resultierende Verteilung modaler Dehnungsenergie und deren Maxima zeigen auf die günstigsten Positionen für das Applizieren der Dämpfungsfolien. Abbildung 3.12 zeigt das Beispiel einer solchen Platzierung. Dieser Ansatz wird in der Literatur ebenfalls oft zur analytischen Bestimmung von Dämpfungsgraden für gegebene CLD-Konfigurationen verwendet.

Eine weitere Methode wird von Spalding u.a. [110] und Kruger u.a. [61] angewendet. Dieses Verfahren basiert auf der Strukturintensität, die als vektorielle Größe, ähnlich der Schallintensität, die Energieflüsse innerhalb einer schwingenden Struktur abbildet. Die Strukturintensität setzt sich aus Anteilen der Biege-, Torsions- und Schubwellen zu einer komplexwertigen Größe zusammen. Es wird gezeigt, dass besonders der reaktive Strukturintensitätsanteil der Schubwellen für die Platzierung von Dämpfungsfolien von entscheidender Bedeutung ist. In Abbildung 3.13 wird ein Beispiel der Platzierung mit Hilfe der Strukturintensität für die 2×2 -Eigenform der rechteckigen Platte gezeigt.

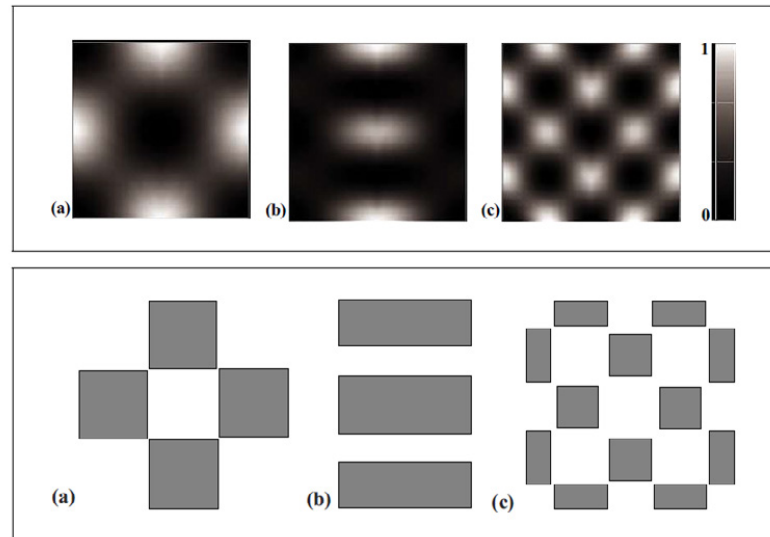


Abbildung 3.12.: Räumliche Verteilungen modaler Dehnungsenergie (oben) und der dazugehörigen optimalen Platzierungen (unten) [10]

In [25], [8] werden gradientenbasierten Methoden der Optimierung von Position der Dämpfungsfolien angewendet. Die Zielfunktion der Optimierung adressierte in diesen Fällen die größte Reduktion von Schwingungsamplituden gekoppelt mit der Forderung nach minimalem Gewicht. Ling u.a. benutzen in [73] eine aus der Topologieoptimierung bekannte Methode der bewegenden Asymptote (MMA) zur Optimierung der CLD-Platzierung. Auch hier ist die Zielfunktion im Hinblick auf die maximalen modalen Dämpfungsgrade und damit auf die bestmögliche Reduktion von Schwingungsamplituden formuliert worden.

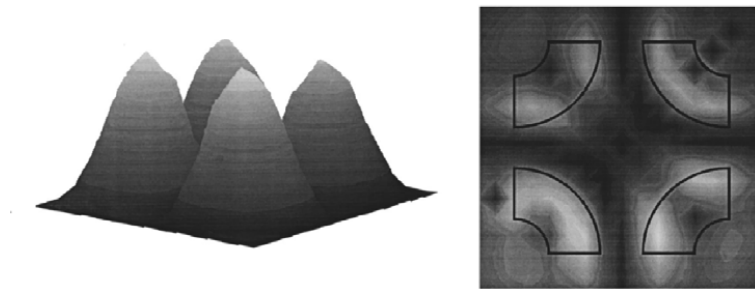


Abbildung 3.13.: Amplitudenverteilung der 3. Schwingform (links) und die dazugehörige Verteilung der reaktiven Strukturintensität der Schubwellen mit resultierender CLD-Platzierung (rechts) [61]

In [67] hat Lee die Optimierung der CLD hinsichtlich der Dicken- und Längenparameter auf ein akustisches Innenraumproblem angewendet. Hierbei wurde im Laufe der Optimierung eine komplexe Modalanalyse der schwingenden Struktur mit Dämpfungsfolien unternommen, um Modalparameter zu bestimmen. Bei dieser Studie fließen die entstehenden komplexen Eigenformen in die Berechnung akustischer Zielfunktion mit ein, allerdings wird hier nur ein Balken betrachtet und es fehlt die phänomenologische Untersuchung des Einflusses komplexer Eigenformen auf den Schalleintrag.

Wodtke und Lamancusa [125] optimieren die Platzierung von Dämpfern auf kreisförmigen Platten und diskutieren anschließend, welche Mechanismen zur Reduktion abgestrahlter Schallleistung führen können. Demnach gibt es auf die abgestrahlte Schallleistung einen strukturellen und einen akustischen Effekt. Beim strukturbasierten Effekt spielt die Reduktion von Amplituden im Bereich der Resonanzen (modal suppression) eine wesentliche Rolle, weshalb viele Platzierungsverfahren genau das als Zielfunktion beinhalten. Nach Wodtke und Lamancusa ist es bei der Optimierung mit akustischer Zielfunktion wichtig, die Restrukturierung von Schwingformen (modal restructuring) und Verschiebung von Eigenfrequenzen zu betrachten. Diese Einflüsse können eine ungünstige Änderung der Abstrahlgrade entstehender Schwingformen verursachen und damit trotz reduzierter Vibrationsamplituden die Schallabstrahlung negativ beeinflussen. Diese Aussage ist für die vorliegende Arbeit von großer Bedeutung, wobei es wichtig zu erwähnen ist, dass Wodtke und Lamancusa keine Betrachtungen komplexer Eigenformen durchgeführt haben.

3.4. Experimentelle Identifikation komplexer Platteneigenformen

Dadurch, dass bei den Laboruntersuchungen im Rahmen dieser Arbeit die komplexen Eigenformen identifiziert werden sollen, bietet sich an dieser Stelle ein kurzer Ausflug in die gängigen Methoden der experimentellen Modalanalyse an.

Die Methoden der experimentellen Modalanalyse dienen der Identifikation modaler Parameter wie z. B. den Eigenfrequenzen, Eigenformen, modalen Dämpfungen und Massen aus den gemessenen Übertragungsfunktionen oder den Impulsantworten. Die experimentelle Modalanalyse spannt ein sehr weites Feld mit einer Vielzahl an speziellen Verfahren auf. Es ist wichtig, zu sagen, dass die ausführliche Betrachtung dieser Verfahren und die Umsetzung komplexer Mess- und Auswertemethoden zur Behandlung der in dieser Arbeit adressierten Forschungsfragen nicht im Mittelpunkt stehen. Dennoch gibt dieser Abschnitt eine kurze Übersicht über die Methoden zur Identifikation komplexer Eigenformen, von denen einige im experimentellen Teil dieser Arbeit Anwendung finden.

Es gibt eine Vielzahl unterschiedlicher Methoden [32], [80], die sich nach unterschiedlichen Kriterien klassifizieren lassen. Es gibt z. B. direkte und indirekte Verfahren, bei denen entweder zuerst physikalische Systemmatrizen oder gleich modale Parameter identifiziert werden. Eine weitere Klassifizierung erfolgt nach den Zeit- und Frequenzbereichsverfahren. Weiterhin werden Verfahren unterschieden, die sich entweder auf Einfreiheitsgrad- (SDOF-Single Degree of Freedom) oder Mehrfreiheitsgradbetrachtungen (MDOF-Multiple Degree of Freedom) basieren. Die SDOF-Verfahren sind meistens sehr einfach und effizient, erlauben allerdings nur im Fall geringer modaler Dichte und Dämpfungskopplung eine zuverlässige Identifikation relevanter Parameter. Dagegen sind die Mehrfreiheitsgradverfahren in der Lage, komplexere Probleme mit hohen Dämpfungsgraden zu lösen, und erlauben beispielsweise die Identifikation von rotationssymmetrischen Strukturen mit doppelten Eigenwerten. Nachteilig ist hier allerdings der meist höhere Programmier- und Rechenaufwand.

Zur Identifikation modaler Parameter aus den gemessenen Übertragungsfunktionen kann eine Vielzahl kommerziell verfügbarer Werkzeuge verwendet werden. Zunächst gibt es bekannte Softwarepakete wie TestLab und PULSE Reflex der namhaften Hersteller LMS und Brüel&Kjær. Diese Werkzeuge bieten ein großes Spektrum an Möglichkeiten im Pre- und

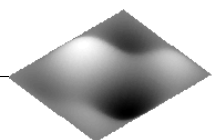
Postprocessing und eine Vielzahl unterschiedlicher SDOF- und MDOF-Verfahren an, sind allerdings sehr teuer in der Anschaffung und Wartung. Eine preiswerte Alternative bieten Werkzeuge wie XModal [114] und ISSPA [74], die von den Forschergruppen an verschiedenen Universitäten entwickelt und vertrieben werden.

ISSPA ist ein auf MATLAB basierendes Softwarepaket von der Universität Kassel, welches vor allem dafür bekannt ist, dass es die direkte Identifikation physikalischer Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen erlaubt, aus denen später das Eigenwertproblem zur Gewinnung modaler Parameter formuliert werden kann [75]. Die Identifikation komplexer Eigenformen ist in ISSPA grundsätzlich möglich, wird aber in derzeitig verfügbarer Version nicht direkt unterstützt.

Bei XModal 3 handelt es sich ebenfalls um ein auf MATLAB basierendes Werkzeug von der University of Cincinnati, welches die Identifikation modaler Parameter mit einer Reihe von SDOF- und MDOF-Verfahren anbietet. Hier wird die Identifikation komplexer Eigenformen vollständig unterstützt, weil eine Reihe von Phasentrennungsverfahren implementiert ist. Interessant an diesem Softwarepaket ist die Tatsache, dass neben den klassischen MDOF-Verfahren wie Eigenvalue Realization Algorithm (ERA) [56], Rational Fraction Polynomial (RFP) [105], [20] und Polyreference Frequency Domain (PFD) [30], auch ein modernes Verfahren, bekannt unter dem Namen LMS-PolyMAX oder Polyreference Least-Squares Complex Frequency-Domain (LSCF), implementiert ist [98], [99]. Diese Methode erlaubt die verbesserte Identifikation modaler Parameter aus verrauschten Messdaten bei Systemen mit hoher Dämpfungskopplung. In XModal 3 ist LMS-PolyMAX unter dem Namen Rational Fraction Polynomial mit Z-Mapping (RFP-Z) implementiert. Interessant ist auch die Anwendung des Ibrahim-Zeitbereichsverfahrens [48], [47], [96], welcher zur Identifikation komplexer Eigenformen ebenfalls geeignet ist. Zum Erzielen optimaler Resultate werden beim Ibrahim-Verfahren die Impulsantworten der Struktur an zahlreichen Punkten in Form von Zeitdaten benötigt.

Eine weitere Möglichkeit ist die Anwendung des sehr weit verbreiteteren Phasenresonanzverfahrens, der z. B. im Standschwingversuch zur Zulassung von Flugzeugen angewendet wird. Dabei wird die Struktur mit einem langsamen Gleitsinussignal an einer oder mehreren Stellen angeregt. Die Eigenfrequenz und Eigenform liegen in der dynamischen Antwort vor, wenn das Phasenresonanzkriterium erfüllt ist. Dieses Kriterium besagt, dass zwischen Kraft und Antwort des Systems ein Phasenwinkel von 90° vorliegen muss. Diese Bedingung gilt allerdings nur für die Anregung und Identifikation der reellen Schwingungseigenformen. Das Phasenresonanzkriterium für nichtproportional bedämpfte Strukturen mit komplexen Eigenformen ist in [17] formuliert. Die Schwierigkeit an dieser Formulierung liegt allerdings darin, dass zum Zeitpunkt der Messung das komplette Systemverhalten inklusive der Eigenwerten, Eigenvektoren und Massematrix bekannt sein muss.

Als Fazit kann zusammengefasst werden, dass aufgrund der grundsätzlichen Kompatibilität des RFP-Z-Verfahrens mit der Identifikation komplexer Eigenformen und der guten Verfügbarkeit des Programms XModal 3 im Rahmen der experimentellen Modalanalyse auf diese Werkzeuge zurückgegriffen wird.



3.5. Zusammenfassung in Bezug auf die Zielsetzung

Bei der Recherche zum Stand der Wissenschaft und Technik im Zusammenhang mit der Schallabstrahlcharakteristik inhomogen bedämpfter Platten konnten drei wichtige Themengebiete identifiziert werden.

Zum Thema der Schallabstrahlung von Plattenstrukturen gibt es eine Vielzahl von Veröffentlichungen zu den unterschiedlichsten Fragestellungen. Neben den zahlreichen Ausführungen zu Berechnungsmethoden gibt es viele Arbeiten, die sich mit den physikalischen Phänomenen der Schallabstrahlung befassen. Die Einflüsse der Geometrie, der Randbedingungen, besonderer Bauweisen und unterschiedlicher Anregungen wurden weitestgehend untersucht. In den meisten Fällen wird angenommen, dass die Dämpfung homogen verteilt ist und die Schwingungseigenformen der Struktur rein reell sind.

Ein weiteres Themengebiet befasst sich mit nichtproportionaler Dämpfung in dynamischen Systemen. Der Fokus liegt dabei vor allem bei theoretischen Betrachtungen der Bewegungsdifferentialgleichungen, komplexer Eigenwertzerlegung und grundlegenden Eigenschaften resultierender Eigenformen sowie den Methoden der experimentellen Modalanalyse. Die Arbeiten aus dem Bereich technischer Praxis behandeln vor allem die speziellen Anwendungsfälle und zahlreiche Transformationsverfahren experimentell ermittelter Eigenformen in den Bereich der reellen Zahlen. Es gibt nur vereinzelt Arbeiten, welche auf das Auftreten komplexer Eigenformen in akustisch relevanten Anwendungen hinweisen. Es gibt keine Publikationen, welche die Besonderheiten nichtproportionaler Dämpfung und der damit verbundenen Komplexität der Eigenformen in Zusammenhang mit der Schallabstrahlung bringen.

Die anwendungsbezogenen Arbeiten zum Thema „Passive Dämpfungsmaßnahmen in Plattenstrukturen“ umfassen vor allem deren Berechnung, Auslegung und die unterschiedlichen Platzierungsmethoden. Meistens stehen die Optimierung der Strukturdämpfung und die daraus resultierende Reduktion der Schwingungsamplituden im Vordergrund der Betrachtungen. In einigen Fällen wird bei der Auslegung auch die akustische Zielfunktion eingeführt, wobei die Änderungen der Abstrahlcharakteristik entstehender Schwingformen nur am Rande betrachtet werden. Demnach gibt es bisher kein Verfahren zur Optimierung passiver Dämpfungsmaßnahmen, was die bestmögliche Reduktion von Vibrationsamplituden und die Verringerung des Abstrahlvermögens entstehender, komplexer Eigenformen vereint.

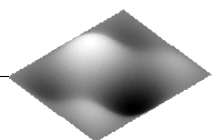
Die im Kapitel 2 formulierte Grundhypothese stellt erstmals den fehlenden Zusammenhang zwischen dem Themengebiet der Schallabstrahlcharakteristik von Platten und den Besonderheiten inhomogener Dämpfungsverteilung und daraus resultierender komplexer Eigenformen her. Die Teilhypothesen 1 und 2 konzentrieren sich vor allem auf die Beantwortung phänomenologischer Fragestellungen, wie dem Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf den Abstrahlgrad und das abgestrahlte Schallfeld im Allgemeinen. Die Teilhypothesen 3 und 4 adressieren die Einbringung von lokalen Dämpfungsmaßnahmen und deren Auswirkung auf die Schallabstrahlung. Es gilt vor allem zu klären, inwieweit sich die Gesamtschallabstrahlung der Platten ändert und ob die spezifischen Eigenschaften komplexer Eigenformen bei der Platzierung von Dämpfungsmaßnahmen eine entscheidende Rolle spielen können.

4. Modellbildung und Betrachtung der Referenzplatte

4.1. Überblick und Ziele der Modellierung

Mit der rasanten Entwicklung der Rechentechnik nahmen auch unterschiedliche Berechnungsmethoden eine immer wichtigere Stellung in den Natur- und Ingenieurwissenschaften ein. Als Grundlage jeder Berechnungsmethodik dient immer ein Modell, das je nach Anwendungszweck bestimmte Vorgänge im System mit ausreichender Genauigkeit abbildet. Modellhafte Abbildungen physikalischer Systeme dienen nicht nur als Grundlage für Auslegungswerkzeuge in technischen Anwendungen, sondern erlauben je nach Detailgrad tiefe Einblicke in die Natur physikalischer Vorgänge. In vielen Fällen wurden mit Hilfe von Rechenmodellen Vorhersagen getroffen und Phänomene erkannt, die erst später durch Experimente belegt werden konnten.

In dieser Arbeit stellen die theoretischen Untersuchungen ebenfalls einen sehr wichtigen Teil der Arbeitsmethodik dar, die zur Beantwortung der aufgestellten Forschungshypothesen dienen. Die Ergebnisse der Simulationen erlauben nicht nur den Einblick in die Schallabstrahlphänomene im Zusammenhang mit komplexen Schwingungseigenformen, sondern identifizieren die wichtigsten akustischen Metriken, welche im Experiment besondere Aufmerksamkeit verdienen. Weiterhin sind einige wichtige Bestandteile der Forschungshypothesen, wie beispielsweise die Kreuzkopplungseffizienzen einzelner Eigenformen, experimentell nicht zu erfassen und können nur anhand von Modellen betrachtet werden. Andere Teile der Forschungshypothesen, wie z. B. das abgestrahlte, dreidimensionale Schallfeld, lassen sich zwar messen, erfordern allerdings einen enormen experimentellen Aufwand und benötigen Messtechnik mit einer großen Anzahl an Kanälen. Wesentlich effizienter ist der Weg, bei dem ein Simulationsmodell verwendet wird. Dafür muss das Modell zunächst mit Hilfe einer detaillierten Validierungsmessung verifiziert und hinsichtlich seiner Aussagegenauigkeit bewertet werden. Anschließend kann das verifizierte Modell im Rahmen seiner Gültigkeit für andere Fälle (z. B. andere Eigenformen, Platten mit anderen Dämpfungskonfigurationen usw.) effizient angewendet werden. Zur Aufklärung wichtiger Phänomene der Schallabstrahlung der inhomogen bedämpften Platten mit komplexen Schwingungseigenformen scheint dies eine geeignete Methodik zu sein. Deshalb ist die Darstellung der verwendeten Modelle im kommenden Abschnitt von großer Bedeutung für das Verständnis der vorliegenden Arbeit. Zum besseren Verständnis des Wissensstandes aus dem Kapitel 3 werden alle aufgeführten Berechnungsmethoden auf eine homogen bedämpfte Platte mit reellen Eigenformen angewendet. Diese Betrachtung soll die Referenz zum späteren Vergleich mit inhomogen bedämpften Platten mit komplexen Eigenformen darstellen.



4.2. Dämpfung in strukturdynamischen Systemen

4.2.1. Arten der Dämpfung

In der Strukturdynamik bezeichnet die Dämpfung ein Phänomen, bei dem mechanische Energie in thermische Energie umgewandelt wird. Die Kenntnis der Dämpfung bei der theoretischen und experimentellen Analyse von dynamischen Systemen ist sehr wichtig. Die Dämpfung bestimmt die Größe der Schwingungsamplituden, den Verlauf der Phasengänge, die Abklingzeit von Impulsantworten und die Lage der Eigenfrequenzen. Generell ist die Modellierung oder experimentelle Bestimmung der Dämpfung mit vielen Unsicherheiten verbunden. Es liegt vor allem daran, dass die physikalischen Prozesse, die bei der Dissipation mechanischer Schwingungsenergie beteiligt sind, äußerst komplex und vielfältig sein können. Im Allgemeinen können drei primäre Arten von Dämpfung unterschieden werden [29]:

- Materialdämpfung
- Strukturdämpfung
- Fluiddämpfung

Die Materialdämpfung beinhaltet alle mikro- und makroskopischen Vorgänge, die im Werkstoff zur Dissipation mechanischer Energie führen. Beispielsweise kommt es im Fall eines Faserverbundes mit eingebetteter Elastomerschicht aufgrund unterschiedlicher Materialien zu einer größeren Relativbewegung einzelner Schichten, wodurch das Elastomer höhere Schubverformungen erfährt. Diese Verformungen sind durch ihre hohen Dissipationsraten mit einer deutlichen Dämpfungserhöhung verbunden.

Unter der Strukturdämpfung wird in erster Linie die Dissipation mechanischer Energie verstanden, die aufgrund der Relativbewegung zwischen den einzelnen Strukturkomponenten stattfindet. Die Strukturdämpfung ist deshalb bei integral gefertigten Faserverbunden geringer als bei den differentiellen Strukturen mit vielen Komponenten und Verbindungselementen. Im Rahmen dieser Dissertation wird der Begriff Strukturdämpfung nicht nur für diesen Entstehungsmechanismus verwendet, sondern er steht stellvertretend für die Summe aller Dämpfungsarten, die in einer schwingenden Struktur vorhanden sind (Materialdämpfung und Strukturdämpfung).

Die Fluiddämpfung beschreibt die Dissipationsvorgänge, die vor allem aus der Interaktion der schwingenden Struktur mit dem umgebenden Fluid erfolgen. Es können beispielsweise aerodynamische Kräfte oder abgestrahlte Schallfelder sein.

Im Fall der schwingenden Platten, die in dieser Arbeit untersucht werden, dominiert im System hauptsächlich die Materialdämpfung die Dissipationsvorgänge. Durch Abwesenheit von Teilstrukturen und Verbindungselementen existiert bei der Platte lediglich im Bereich der Einspannung ein geringes Maß an Strukturdämpfung.

4.2.2. Definition der Rayleigh-Dämpfung

Bei der Modellierung der Dämpfung wird generell zwischen der viskosen und der hysteretischen Dämpfung unterschieden. Die viskose Dämpfung ist geschwindigkeitsabhängig und die hysteretische Dämpfung ist proportional zu den Strukturauslenkungen. In der Literatur und in kommerzieller FE-Software gibt es eine Reihe von Möglichkeiten zur Definition der

Strukturdämpfung z. B. mit konstanten oder modalen Dämpfungsgraden sowie mit Hilfe der Rayleigh-Dämpfung. Die viskose Rayleigh-Dämpfung wird auch als klassische Dämpfung bezeichnet. In diesem Dämpfungsmodell wird die physikalische Dämpfungsmatrix \mathbf{D} als Linearkombination der skalierten Masse- und Steifigkeitsmatrix \mathbf{M} und \mathbf{K} formuliert. Da die Matrizen \mathbf{M} und \mathbf{K} symmetrisch sind, ergibt sich ebenfalls eine symmetrische Dämpfungsmatrix:

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (4.1)$$

Dabei sind α und β die Skalierungskoeffizienten der Masse- und Steifigkeitsmatrix. Der Term $\alpha \mathbf{M}$ bildet vor allem den tieffrequenten Anteil und $\beta \mathbf{K}$ dominiert bei hohen Frequenzen. Diese Koeffizienten lassen sich durch die Vorgabe des Referenzdämpfungsgrades ζ und des gewünschten Frequenzbandes von ω_1 bis ω_2 berechnen:

$$\alpha = 2\zeta \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \quad \beta = \frac{2\zeta}{\omega_1 + \omega_2} \quad (4.2)$$

Der frequenzabhängige Gesamtdämpfungsgrad ζ_{ges} berechnet sich dann mit Hilfe dieser Koeffizienten wie folgt:

$$\zeta_{ges}(\omega) = \frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\beta\omega}{2} \quad (4.3)$$

Die Koeffizienten α und β müssen empirisch für den gewünschten Dämpfungsgrad ζ_{ges} in einem adressierten Frequenzbereich eingestellt werden. Die Skalierungskoeffizienten sowie der resultierende Gesamtdämpfungsgrad sind exemplarisch für einen Referenzdämpfungsgrad $\zeta = 0.1$ zwischen 10 und 500 Hz in Abbildung 4.1 gezeigt. Bei den Frequenzen ω_1 und ω_2 entspricht der frequenzabhängige Gesamtdämpfungsgrad ζ_{ges} dem gewählten Referenzdämpfungsgrad ζ .

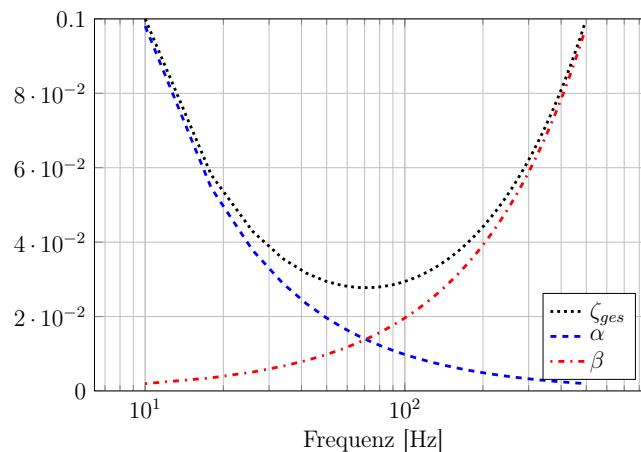


Abbildung 4.1.: Verlauf der Rayleigh-Dämpfung

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Dämpfungsmatrix \mathbf{D} nach Gleichung 4.1 symmetrisch und proportional zur Steifigkeits- und Massematrix ist, weshalb diese Art der Dämpfung als proportional bezeichnet wird. Die Berücksichtigung der proportionalen Dämpfung bei der Eigenwertzerlegung des dynamischen Systems würde trotz komplexer Ei-

genwerte die reellen Eigenvektoren des ungedämpften Systems liefern. Um auch komplexe Eigenvektoren zu erhalten, muss die Dämpfungsverteilung inhomogen sein. Mit dem Ziel, inhomogene Dämpfungseigenschaften einer Struktur abzubilden, wird die Dämpfungsmatrix um materialspezifische Skalierungsfaktoren α_i und β_i ergänzt. Die Formulierung für die Dämpfungsmatrix lautet dann:

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \mathbf{M}_i + \sum_{i=1}^m \beta_i \mathbf{K}_i \quad (4.4)$$

Diese Erweiterung erlaubt die Definition unterschiedlicher Dämpfungsgrade auf bestimmten Bereichen der Struktur. Die materialabhängigen Koeffizienten skalieren die dazugehörigen Teile der Masse- und Steifigkeitsmatrix \mathbf{M}_i und \mathbf{K}_i . Daraus resultiert eine nicht diagonalisierbare Matrix \mathbf{D} , die zur Berechnung komplexer Eigenvektoren führt. Die gleiche Formulierung einer nichtproportionalen Dämpfungsmatrix existiert in der FE-Software ANSYS, die im Rahmen dieser Arbeit zur Berechnung komplexer Eigenformen verwendet wird [1].

In den kommenden Abschnitten wird bei allen Simulationen einheitlich die proportionale und nichtproportionale Rayleigh-Dämpfung verwendet. Der Grund dafür ist einerseits die einfache Definition und andererseits die Tatsache, dass im Rahmen der komplexen Modalanalyse in ANSYS nur diese Form zur Definition inhomogener, materialabhängiger Dämpfung zugelassen ist. Generell ist das Dämpfungsmodell lediglich ein Mittel zum Zweck, um komplexe Struktureigenformen zu erzeugen. Da die Beschaffenheit komplexer Eigenformen vor allem von der räumlichen Verteilung und dem Gradienten der Dämpfung abhängig ist, sollte die Art der Dämpfung in dieser Arbeit keine wesentliche Rolle spielen. Die Aussagen der Forschungshypothesen zur Schallabstrahlcharakteristik adressieren die Eigenschaften komplexer Schwingungseigenformen sowie die Einflüsse unterschiedlicher Dämpfungsverteilungen und es wird angenommen, dass diese von der Art des verwendeten Dämpfungsmodells unabhängig sind.

4.3. Beschreibung strukturdynamischer Systeme

4.3.1. Systeme ohne Dämpfung

Die mathematische Beschreibung der Systeme mit unterschiedlichen Dämpfungseigenschaften in den kommenden Abschnitten basiert auf dem Buch von Hurty und Rubinstein [45].

Ein strukturdynamisches System mit N Freiheitsgraden welches linear, zeitinvariant, ortsdiskret und deterministisch ist, lässt sich durch folgende DGL zweiter Ordnung beschreiben:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) + \mathbf{D} \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) + \mathbf{K} \mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{f}(\mathbf{t}) \quad (4.5)$$

In dieser Gleichung ist \mathbf{x} ein $N \times 1$ Vektor der Strukturauslenkungen, \mathbf{f} ein $N \times 1$ Vektor der äußeren Kräfte und \mathbf{M} , \mathbf{D} , \mathbf{K} die $N \times N$ - dimensionalen Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen. Für den eingeschwungenen Zustand kann zur Lösung der DGL ein exponentieller Ansatz verwendet werden:

$$\mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{x} e^{j\omega t} \quad (4.6)$$

Dabei ist \mathbf{x} die frequenzabhängige komplexe Amplitude und ω die dazugehörige Kreisfrequenz. Mit diesem Ansatz lässt sich die Gleichung 4.5 in den Frequenzbereich überführen:

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{D} + \mathbf{K})\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (4.7)$$

Für den ungedämpften Fall bei dem die Dämpfungsmatrix $\mathbf{D} = 0$ ist, kann für die vereinfachte Gleichung 4.5 das allgemeine Eigenwertproblem formuliert werden ([45], S.112):

$$[-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}]\boldsymbol{\phi} = 0 \quad (4.8)$$

Diese homogene DGL besitzt einen nicht trivialen Satz an Lösungen, wenn die Determinante gleich null ist:

$$\det(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) = 0 \quad (4.9)$$

Die Wurzeln der charakteristischen Gleichung werden als Eigenwerte $\lambda_i = \omega_i^2$ bezeichnet. Für die jeweiligen Eigenfrequenzen $\boldsymbol{\Omega} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N]$ gibt es einen korrespondierenden Satz an Eigenvektoren $\boldsymbol{\phi}$, die sich zu einer Modalmatrix $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\phi}_1, \boldsymbol{\phi}_2, \dots, \boldsymbol{\phi}_N]$ zusammenfassen lassen.

Die Strukturauslenkungen \mathbf{x} können mit Hilfe der generalisierten Modalkoordinaten \mathbf{q} und der Modalmatrix $\boldsymbol{\Phi}$ wie folgt beschrieben werden:

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{q} \quad (4.10)$$

Werden die Systemmatrizen ebenfalls einer Modaltransformation unterzogen, so ergibt sich aus der Gleichung 4.5 für den unbedämpften Fall folgender Zusammenhang:

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} \ddot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{q} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{f} \quad (4.11)$$

Die Eigenvektoren $\boldsymbol{\Phi}$ werden in der Regel derart normiert, dass für die Matrizen in Gleichung 4.11 folgendes gilt:

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{E} \quad \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} = \text{diag}(\omega_i^2) = \boldsymbol{\Omega}^2 \quad (4.12)$$

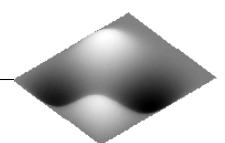
Dabei repräsentiert \mathbf{E} die Einheitsmatrix.

Für den Fall eines unbedämpften Systems $\mathbf{D} = 0$ können die Bewegungsgleichungen in entkoppelter Form in generalisierten Koordinaten umgeschrieben werden zu:

$$\mathbf{E} \ddot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\Omega}^2 \mathbf{q} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{f} \quad (4.13)$$

4.3.2. Systeme mit proportionaler Dämpfung

Um den Einfluss der Dämpfung zu berücksichtigen ist es üblich, zunächst vom Spezialfall der proportionalen Dämpfung auszugehen. Für die Dämpfungsmatrix wird angenommen, dass diese sich aus der Linearkombination $\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$ ableitet. Der Vorteil dieser Annahme besteht darin, dass die gleiche Methodik der Eigenwertzerlegung wie im unbedämpften Fall angewendet werden kann.



Für das Eigenwertproblem mit Berücksichtigung der Dämpfungsmatrix ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$[-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{D} + \mathbf{K}]\boldsymbol{\phi} = 0 \quad (4.14)$$

Der wesentliche Unterschied zum ungedämpften Fall ist das Auftreten konjugiert komplexer Eigenwertpaare mit der Definition $\lambda_i = \sigma_i \pm i\omega_i$. Dabei ist ω_i die Frequenz der gedämpften Eigenform und σ_i der dazugehörige Abklingkoeffizient. Die Eigenformen bleiben im Vergleich zum ungedämpften Fall unverändert.

Die DGL zweiter Ordnung des bedämpften Systems im Modalraum lautet:

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} \ddot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\Phi} \dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{q} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{f} \quad (4.15)$$

Die modale Dämpfungsmatrix $\boldsymbol{\Xi}$ ergibt sich aus der Transformation der physikalischen Dämpfungsmatrix \mathbf{D} zu:

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\Phi} = 2 \text{diag}(\omega_i \zeta_i) = \boldsymbol{\Xi} \quad (4.16)$$

Dabei repräsentiert die Variable $\zeta_i = -\sigma_i/\omega_0$ den Dämpfungsgrad der Eigenformen mit der Kennkreisfrequenz der ungedämpften Schwingung $\omega_0 = \sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2}$.

In Analogie zur Gleichung 4.13 kann mit Berücksichtigung der Dämpfung ein entkoppeltes Gleichungssystem in generalisierten Koordinaten formuliert werden:

$$\mathbf{E} \ddot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\Xi} \dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\Omega}^2 \mathbf{q} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{f} \quad (4.17)$$

Für rechteckige Platten mit gelenkiger Lagerung gibt es einen einfachen analytischen Ansatz zur Ermittlung von Eigenformen ϕ_{mn} und Eigenfrequenzen ω_{mn} . Diese lassen sich aus den Abmessungen L_x, L_y , Biegesteifigkeit D , Plattendicke h und Dichte ρ berechnen [13]:

$$\phi_{mn}(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \quad (4.18)$$

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{\rho h} \left[\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 \right]} \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (4.19)$$

Die Biegesteifigkeit D setzt sich zusammen aus dem E-Modul E , der Querkontraktionszahl ν und der Plattendicke h . Die Ordnungszahlen m, n bestimmen die Ordnung der Eigenformen in die x- und y-Richtung. Dies erlaubt eine Klassifizierung in gerade (G) und ungerade (U) Eigenformen, wie es in Abbildung 3.2 im Abschnitt 3 gezeigt wird.

Wenn die Rayleigh-Dämpfung als Dämpfungsmodell verwendet wird, dann können die modalen Dämpfungsgrade ζ_{mn} entsprechend der Gleichung 4.3 mit den eingesetzten Eigenfrequenzen berechnet werden.

$$\zeta_{mn} = \frac{\alpha}{2\omega_{mn}} + \frac{\beta\omega_{mn}}{2} \quad (4.20)$$

Wird die gelenkig gelagerte Platte mit einer Punktkraft F an der Position (x_0, y_0) angeregt, so können die modalen Geschwindigkeitsamplituden v_{mn} in Abhängigkeit der Kreisfrequenz ω und der modalen Masse M_{mn} wie folgt berechnet werden ([27], S.299):

$$v_{mn} = \frac{j\omega F \phi_{mn}(x_0, y_0)}{(\omega_{mn}^2(1 + 2j\zeta_{mn}) - \omega^2)M_{mn}} \quad (4.21)$$

Abbildung 4.2 zeigt die berechneten Geschwindigkeitsamplituden v_{mn} der ersten sechs Eigenformen einer Aluminiumplatte mit Abmessungen $0.9 \text{ m} \times 0.6 \text{ m} \times 0.005 \text{ m}$, sowie die aufsummierte Gesamtantwort bei einer Punktkraftanregung mit $F = 1 \text{ N}$ bei $x = 0.13 \text{ m}$, $y = 0.11 \text{ m}$. Für die modalen Dämpfungen ist ein konstanter Wert von $\zeta_{mn} = 0.01$ angenommen.

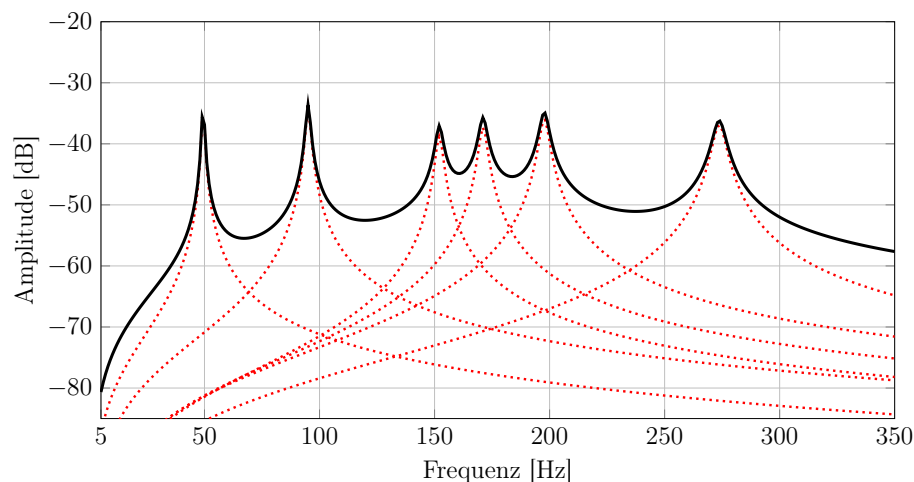


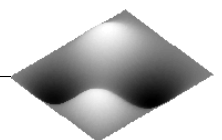
Abbildung 4.2.: Modale Strukturschnellen (-----) und die Gesamtantwort (—)

Aus dem Verlauf der Amplituden wird deutlich, dass jede Eigenform über einen breiten Frequenzbereich zur Gesamtantwort des Systems beiträgt. Besonders zwischen den Resonanzen wird die Dynamik der Platte von der Überlagerung mehrerer Eigenformen dominiert. Akustisch bedeutet es wiederum, dass die Eigenformen nicht unabhängig voneinander an der Schallabstrahlung beteiligt sind. Dies wurde in Kapitel 2 im Zusammenhang mit den Kreuzkopplungseffizienzen und dem Gesamtabstrahlgrad hervorgehoben und soll noch mal die Wichtigkeit der Betrachtung von globalen Größen im Rahmen der Teilhypothese 3 verdeutlichen.

4.3.3. Systeme mit nichtproportionaler Dämpfung

Im Fall der nichtproportionalen Dämpfung müssen neben den Eigenwerten auch die Eigenformen in Form konjugiert komplexer Paare auftreten [87]. Demnach gibt es bei der Lösung des Eigenwertproblems insgesamt $2N$ Eigenformen, $2N$ generalisierter Koordinaten \mathbf{q} , aber nur N physikalischer Verschiebungen \mathbf{x} . Um dieses Problem zu umgehen, werden N Ausgangs-DGL zweiter Ordnung in $2N$ DGL erster Ordnung durch die Einführung von Hilfsvariablen transformiert. Es resultiert ein Differentialgleichungssystem in folgender Form:

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{B}\mathbf{y} = \mathbf{F} \quad (4.22)$$



mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & 0 \\ 0 & \mathbf{K} \end{bmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Die Überführung einer DGL zweiter Ordnung in die DGL erster Ordnung mit Hilfe der Ersatzkoordinaten entspricht der weit verbreiteten Formulierung im Zustandsraum. Die symmetrischen Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{B} werden als Systemmatrizen oder auch als erweiterte Masse- und Steifigkeitsmatrizen bezeichnet. Aus der Gleichung 4.22 und den genannten Systemmatrizen kann das Eigenwertproblem wie folgt formuliert werden:

$$\mathbf{A}\check{\Phi}\mathbf{\Lambda} + \mathbf{B}\check{\Phi} = 0 \quad (4.24)$$

dabei ist $\mathbf{\Lambda}$ die Matrix der Eigenwerte und $\check{\Phi}$ die erweiterte Modalmatrix:

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_{2N} \end{bmatrix} \quad \check{\Phi} = \begin{bmatrix} \lambda_1\phi_1 & \lambda_2\phi_2 & \cdots & \lambda_{2N}\phi_{2N} \\ \phi_1 & \phi_2 & \cdots & \phi_{2N} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Mit der Definition generalisierter Koordinaten \mathbf{z} nach folgender Beziehung:

$$\mathbf{y} = \check{\Phi}\mathbf{A}_r^{-1}\mathbf{z} \quad (4.26)$$

mit

$$\check{\Phi}^T \mathbf{A} \check{\Phi} = \mathbf{A}_r \quad \check{\Phi}^T \mathbf{B} \check{\Phi} = \mathbf{B}_r \quad (4.27)$$

ergibt sich die Bewegungsgleichung in entkoppelter Form wie folgt:

$$\mathbf{E}\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{\Lambda}\mathbf{z} = \check{\Phi}\mathbf{F} \quad (4.28)$$

Zur Lösung des Eigenwertproblems und zur Ermittlung konjugiert komplexer Eigenwerte und Eigenvektoren des gedämpften Systems kann beispielsweise die iterative Matrizenmethode, beschrieben in ([87], S.420), ([45], S.324), angewendet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird zur Lösung des Eigenwertproblems der DAMP-Löser in FE-Software ANSYS verwendet [1], der auf einer FD-Methode (Frequency Derivative Method) basiert.

4.4. Akustische Analysemethoden

Die Elementarstrahlertheorie ist ein wichtiger Teil der Modellbildung, die zur Charakterisierung akustischer Eigenschaften schwingender Platten verwendet wird. Basierend auf der Elementarstrahlertheorie werden vor allem die für die Teilhypothesen 1 und 2 wichtigen Abstrahleffizienzen und Verteilungen der Schallintensität analysiert. Weiterführend werden der Gesamtabstrahlgrad, die Kreuzkopplungseffizienzen und die Richtcharakteristik des Schall-

feldes als Bestandteile der Teilhypothese 3 auf Basis der Elementarstrahlertheorie berechnet. Alle vorgestellten Modelle werden in diesem Abschnitt einheitlich zunächst auf eine Referenzplatte mit gelenkiger Lagerung und fester Einspannung angewendet. Die Tabelle 4.1 fasst die Kenndaten der Referenzplatte zusammen. Dadurch, dass die gelenkige Lagerung in der Realität schwierig zu realisieren ist und meistens eine Mischung zwischen gelenkiger Lagerung und allseitiger Einspannung vorliegt, werden bei den wichtigsten Indikatoren beide Arten der Randbedingungen betrachtet. Zusätzlich wird am Ende dieses Kapitels der Einfluss von Randbedingungen auf die wichtigsten akustischen Metriken diskutiert.

| | |
|----------------------|--|
| Abmessungen | $0.9\text{ m} \times 0.6\text{ m} \times 0.005\text{ m}$ |
| Randbedingung | gelenkig gelagert / eingespannt |
| E-Modul | $E = 72\text{ GPa}$ |
| Querkontraktionszahl | $\nu = 0.33$ |
| Dichte | $\rho = 2700\text{ kg/m}^3$ |
| Koinzidenzfrequenz | $f_c \approx 2200\text{ Hz}$ |

Tabelle 4.1.: Kenndaten der Referenzplatte

4.4.1. Schallabstrahlung von Biegewellen

Das Schallfeld wird durch den skalaren Schalldruck p und die vektorielle Schallschnelle \mathbf{v} beschrieben. Eine wichtige Bedingung bei der Behandlung vibroakustischer Phänomene resultiert aus der Fluid-Struktur-Kopplung. Dabei wird angenommen, dass die Schallschnelle im angrenzenden Fluid gleich der Strukturschnelle in Normalenrichtung $v = v_n$ ist.

Der Quotient aus Schalldruck und Schallschnelle wird als akustische Impedanz Z bezeichnet und entspricht dem Widerstand, welcher entgegengesetzt der Schallausbreitung wirkt. Die Impedanz ist eine komplexe Größe die sich aus der Resistanz R (Realteil) und Reaktanz X (Imaginärteil) zusammensetzt:

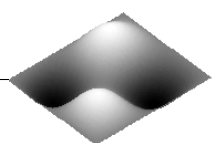
$$Z = \frac{p}{v} = R + jX \quad (4.29)$$

Im Fernfeld, wo der Schalldruck und Schallschnelle in Phase sind, wird die Impedanz durch die Eigenschaften des Mediums bestimmt. Diese als Schallkennimpedanz $Z_0 = \rho_0 c_0$ bezeichnete Größe ergibt sich aus dem Produkt der Luftdichte ρ_0 und Schallgeschwindigkeit c_0 .

Zu den Schallenergiegrößen gehört die Schallintensität $I = pv$, die den Energiefluss pro Fläche S beschreibt, und die Schallleistung $W = pvS$. Beide Größen sind komplex und besitzen einen aktiven Wirkanteil (Realteil) und reaktiven Blindanteil (Imaginärteil).

Eine weitere wichtige Größe ist die akustische Wellenzahl k . Die Wellenzahl ist proportional zum Kehrwert der Wellenlänge λ und kann mit dem Verhältnis der Kreisfrequenz ω zur Ausbreitungsgeschwindigkeit c_0 definiert werden [123].

$$k = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (4.30)$$



Als ebene Welle der Amplitude $A(\omega)$ wird die Lösung der Helmholtz-Differentialgleichung bezeichnet, bei der die Wellenfronten senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehen. Die orts- und frequenzabhängige Schalldruckverteilung einer solchen Welle ist gegeben durch [123]:

$$p(x, y, z, w) = A(\omega)e^{j(k_x x + k_y y + k_z z)} \quad (4.31)$$

Im dreidimensionalen Raum stehen die Wellenzahlen k_x , k_y und k_z zur Wellenzahl k einer ebenen Welle in folgender Beziehung ([123], S.21).

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (4.32)$$

Die in dieser Gleichung angegebene Beziehung spannt den sphärischen k -Raum auf, der den Bezug zwischen der Wellenzahlverteilung in die drei Raumrichtungen und der resultierenden Welle herstellt. Nachfolgende Abbildung 4.3 zeigt exemplarisch ein ebenes Wellenfeld am Beispiel der Wellenzahlen $k_x = 6$, $k_y = 0$, $k_z = 2$.

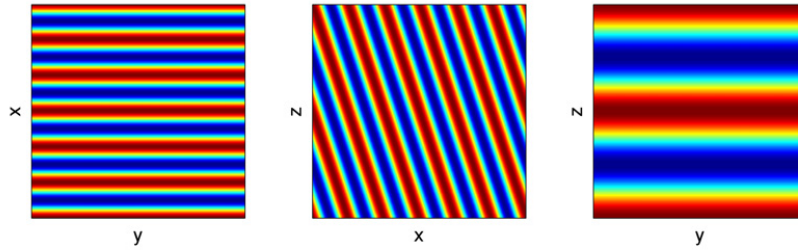


Abbildung 4.3.: Ebenes Wellenfeld für $k_x = 6$, $k_y = 0$, $k_z = 2$.

In dieser Arbeit werden die k_x , k_y als Wellenzahlen der ebenen Platte und k als die Wellenzahl der Luft bezeichnet. Für die Wellenzahl des abgestrahlten Schallfeldes k_z senkrecht zur schwingenden Oberfläche gilt entsprechend:

$$k_z^2 = k^2 - k_x^2 - k_y^2 \quad (4.33)$$

Für den Fall, dass die Wellenzahlen schwingender Oberfläche in x- und y-Richtung größer sind, als die der Luft $k_x, k_y > k$, ergibt sich für die Wellenzahl des abgestrahlten Schallfeldes in z-Richtung:

$$k_z = \pm j \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2} = \pm j \hat{k}_z \quad (4.34)$$

Aus der Betrachtung der ebenen Wellenfelder in Abbildung 4.3 wird deutlich, dass die Schallwelle sich ohne Schwächung im Raum ausbreitet. Dies ändert sich für den Spezialfall $k_x, k_y > k$ mit der Einführung der Wellenzahl des abklingenden Wellenfeldes (im Englischen: evanescent wave) \hat{k}_z . Die Lösung der Gleichung 4.34 mit positiven Vorzeichen ist physikalisch nicht sinnvoll weil der Schalldruck p im unendlichen Abstand von der schwingenden Oberfläche unendlich wird. Für die Lösung mit dem negativen Vorzeichen lässt sich die Gleichung 4.31 umschreiben zu:

$$p(x, y, z, w) = A(\omega)e^{-\hat{k}_z z} e^{j(k_x x + k_y y)} \quad (4.35)$$

Die Abbildung 4.4 zeigt für diesen Zusammenhang ein Wellenfeld am Beispiel der Wellenzahlen $k_x = 6$, $k_y = 0$, $k = 5.95$. Im Gegensatz zu den ebenen Wellen aus Abbildung 4.3 klingt das Wellenfeld in z -Richtung ab. Dieses Ergebnis zeigt einen wichtigen Zusammenhang zwischen den Wellenzahlen der Biegeschwingung k_x, k_y und der Luftwellenzahl k im Hinblick auf das abgestrahlte Schallfeld einer unendlichen Platte. Sobald die Biegewellenzahl größer ist als die der Luft, bildet sich ein exponentiell abklingendes Wellenfeld aus und es findet keine Schallabstrahlung ins Fernfeld statt.

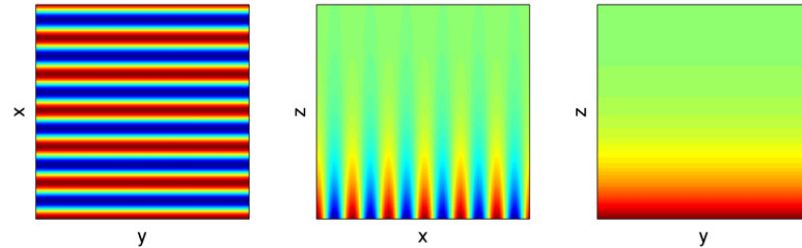


Abbildung 4.4.: Abklingendes Wellenfeld für $k_x = 6$, $k_y = 0$, $k = 5.95$.

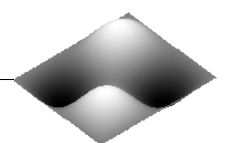
In Gleichung 4.30 wurde gezeigt, dass die Wellenzahl eine indirekte Proportionalität zu Ausbreitungsgeschwindigkeit und der Wellenlänge besitzt, weshalb sich die Bedingung zur Entstehung abklingender Wellenfelder auch mit Hilfe dieser Größen angeben lässt. Während die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwellen im Wesentlichen nur von der Art des Mediums und der Temperatur abhängt, ist die Geschwindigkeit der Biegewellen abhängig von der Kreisfrequenz, Plattenbiegesteifigkeit D und Massebelegung ρh [33]:

$$c_B = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{D}{\rho h}} \quad (4.36)$$

Das bedeutet, dass, im Vergleich zu den Schallwellen, Biegewellen dispersiv, also frequenzabhängig sind. Abbildung 4.5(a) zeigt den Verlauf der Biege- und Luftwellenzahlen als Funktion des Verhältnisses der Frequenz f zur Koinzidenzfrequenz f_c . Als Koinzidenzfrequenz wird die Frequenz bezeichnet, bei der die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Biege- und Schallwellen und damit auch die Wellenlängen und Wellenzahlen gleich groß sind. Oder auch anders formuliert, es findet beim Erreichen der Koinzidenzfrequenz ein Übergang der Biegewellen vom Unterschall $c_B < c_0$ zum Überschall $c_B > c_0$ statt. Für schwingende Platten lässt sich die Koinzidenzfrequenz durch folgende Gleichung berechnen:

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 h}{D}} \quad (4.37)$$

Die Koinzidenzfrequenz wurde bereits in den ersten Kapiteln betrachtet, wobei an dieser Stelle deutlich wird, dass sie allein durch das dispersive Verhalten der Biegewellen eingeführt werden kann. Es ist ebenfalls offensichtlich, dass die Koinzidenzbedingung implizit in den Formulierungen der abklingenden Wellenfelder in Gleichungen 4.34, 4.35 enthalten ist. Das bedeutet wiederum, dass das Abstrahlvermögen einer unendlichen Platte maßgeblich von der Lage der Koinzidenzfrequenz beeinflusst wird. Dieses Abstrahlvermögen wird auch als



Abstrahleffizienz oder Abstrahlgrad σ bezeichnet und kann für den betrachteten Spezialfall einer unendlichen Platte wie folgt angegeben werden:

$$\sigma = \frac{f/f_c}{\sqrt{(f/f_c)^2 - 1}} \quad (4.38)$$

Abbildung 4.5(b) zeigt den Verlauf des Abstrahlgrades σ einer unendlichen Platte in Abhängigkeit des Frequenzverhältnisses f/f_c . Aus dem Verlauf des Abstrahlgrades wird deutlich, dass bei einer unendlichen Platte unterhalb der Koinzidenzfrequenz $f/f_c < 1$ durch $\sigma = 0$ keine Schallabstrahlung ins Fernfeld stattfindet. Physikalisch ist es der Tatsache geschuldet, dass die Biegewellenlänge der schwingenden Platte kleiner ist als die Wellenlänge der Luft (Unterschall), wodurch das Schallfeld durch den akustischen Kurzschluss im Nahfeld dominiert wird. Oberhalb der Koinzidenzfrequenz $f/f_c > 1$ nähert sich der Abstrahlgrad asymptotisch dem Wert von $\sigma = 1$.

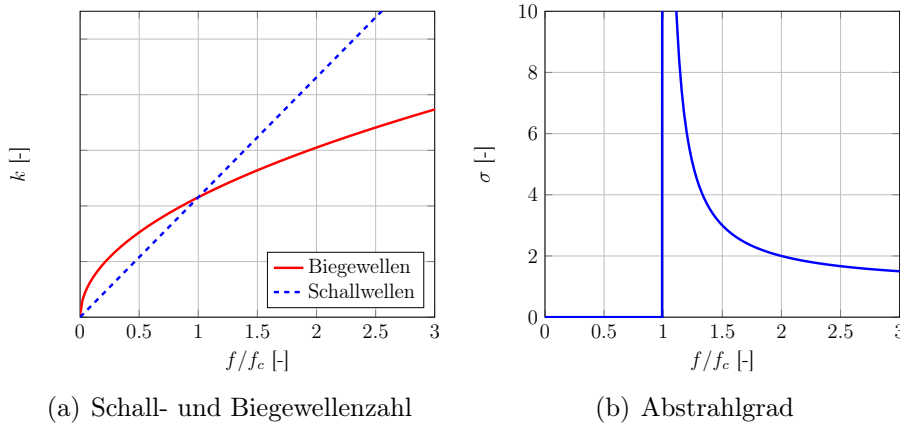


Abbildung 4.5.: Wellenzahlen und der Abstrahlgrad einer unendlichen Platte

Bemerkenswert ist die Tatsache, dass bei der Koinzidenzfrequenz $f/f_c = 1$ die Platte einen unendlichen Abstrahlgrad besitzt. Zur Erläuterung wird die alternative Formulierung des Schalldrucks oberhalb einer unendlichen Platte für $y = 0$ angegeben mit [123]:

$$p(x, z, \omega) = \frac{A(\omega)\rho_0 c_0}{\sqrt{1 - k_x^2/k^2}} e^{-jk_x x} e^{-j\sqrt{k^2 - k_x^2} z} \quad (4.39)$$

Beim Erreichen der Koinzidenzfrequenz wird der Nenner dieser Gleichung gleich null, wodurch der Schalldruck unendlich wird. Das bedeutet, dass die Platte eine unendlich hohe Abstrahlresistanz (Wirkleistung) besitzen muss, weil die Schnelle der Platte per Definition endlich ist. Die Platte wirkt mit endlicher Schnelle auf eine unendliche Resistanz und produziert deshalb unendlich hohe Schalldrücke. In der Realität ist das natürlich nicht der Fall, da durch die Rückkopplung des Arbeitsmediums die Schnellen der Platte und der Abstrahlgrad im Bereich der Koinzidenzfrequenz reduziert werden [123].

Abbildung 4.6 zeigt die Schalldruckverläufe oberhalb einer unendlichen Platte für unterschiedliche f/f_c . Auch hier ist zu sehen, dass unterhalb der Koinzidenzfrequenz kein Leistungstransport ins Fernfeld stattfindet und das Schallfeld aus abklingenden Wellen besteht. Wird die Koinzidenzfrequenz erreicht, so beginnt sich die Welle ins Fernfeld fortzupflanzen,

wobei die Ausbreitungsrichtung parallel zu der Plattenebene liegt. Mit weiter steigender Frequenz nimmt der Winkel zwischen der Plattenoberfläche und der Ausbreitungsrichtung immer weiter zu, bis sich die Schallwellen in Richtung der Plattennormalen ausbreiten.

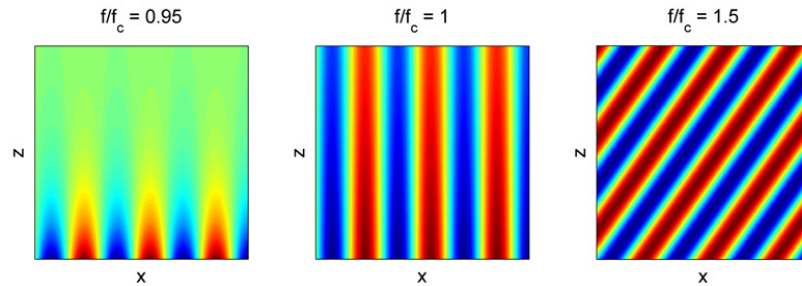


Abbildung 4.6.: Das Schallfeld einer unendlichen Platte für unterschiedliche f/f_c

Die theoretischen Betrachtungen des ebenen Wellenfeldes und der unendlichen Platte zeigen, dass die Schallabstrahlcharakteristik der BiegeWellen maßgeblich von dem Verhältnis der Strukturwellenzahlen k_x und k_y zur akustischen Wellenzahl k und der damit verbundenen Lage der Koinzidenzfrequenz beeinflusst wird. Dieser wichtige Zusammenhang hat bei der Charakterisierung der Schallabstrahlung von Platten mit endlichen Abmessungen weiterhin große Bedeutung und wird nach der Einführung in die Berechnung von Schallkenngrößen mit der Elementarstrahlertheorie anhand einer detaillierten Betrachtung der Referenzplatte erläutert.

4.4.2. Berechnung der Schallleistung ebener Flächen

Die allgemeine Form der Helmholtz-Differentialgleichung beinhaltet die Berücksichtigung zusätzlicher Quellen q und lautet [33]:

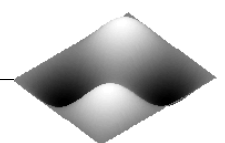
$$\nabla^2 \mathbf{p} + k^2 \mathbf{p} = -j\omega \rho_0 q \quad (4.40)$$

Zur Berechnung des Schallfeldes, welches von einer geschlossenen Fläche S abgestrahlt wird, kann die Helmholtz-Differentialgleichung in integrale Form umgeschrieben werden [33]:

$$\alpha(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \oint_S \left(p(\mathbf{r}_s) \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)}{\partial n} + j\omega \rho_0 v_n(\mathbf{r}_s) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \right) dS \quad (4.41)$$

Der komplexe Schalldruck $p(\mathbf{r})$ an einer beliebigen Koordinate im Raum wird aus der Integration der normalen Geschwindigkeiten $v_n(\mathbf{s})$ und des Schalldrucks $p(\mathbf{r}_s)$ über der geschlossenen Abstrahlfläche S ermittelt. Dabei sind $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$ die Green'schen Funktionen und $\alpha(\mathbf{r})$ der Abstandswinkel zwischen den freien Raumkoordinaten \mathbf{r} und den Punkten auf der abstrahlenden Oberfläche \mathbf{r}_s . Wenn die Abstrahlung ins Freifeld (Sommerfeld Bedingung) betrachtet wird, so ergibt sich die folgende Green'sche Funktion als Lösung der Helmholtz-Differentialgleichung [33]:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}_s|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}_s|} \quad (4.42)$$



Mit dem gewählten Ansatz für die Green'sche Funktion und der Helmholtz-Integralgleichung 4.41 kann für ein gegebenes Oberflächenschnellefeld $v_n(\mathbf{r}_s)$, bestehend aus einer Vielzahl einzelner Volumenquellen, durch die Integration über eine geschlossene Abstrahlfläche der Schalldruck im Raum berechnet werden. Diese Formulierung kann bei Anwendung auf gewisse Spezialfälle zusätzlich vereinfacht werden. Für den Fall einer harmonisch schwingenden, ebenen Struktur, die von einer unendlich großen, schallharten Wand umrandet ist, kann der abgestrahlte Schalldruck innerhalb einer Hemisphäre mit dem Rayleigh-Integral beschrieben werden [33], [123]. Auch in diesem Fall resultiert der Schalldruck aus der Integration aller elementaren Schallquellen über der Abstrahlfläche:

$$p(\mathbf{r}) = \frac{j\omega\rho_0}{2\pi} \oint_S v_n(\mathbf{r}_s) \frac{e^{-jkR}}{R} dS \quad (4.43)$$

wobei $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|$ den Abstand zwischen der Quelle \mathbf{r}_s und dem Punkt im Raum \mathbf{r} angibt. Folgende Abbildung 4.7 zeigt die Zusammenhänge einzelner Variablen im Rayleigh-Integral. Durch die unendlich große, starre Wand wird die akustische Interaktion zwischen Ober- und Unterseite der Platte verhindert. Die abstrahlende Fläche wird in N Elementarstrahler der Größe S_e diskretisiert und es wird angenommen, dass die normale Geschwindigkeit v_n über der Strahlerfläche konstant bleibt.

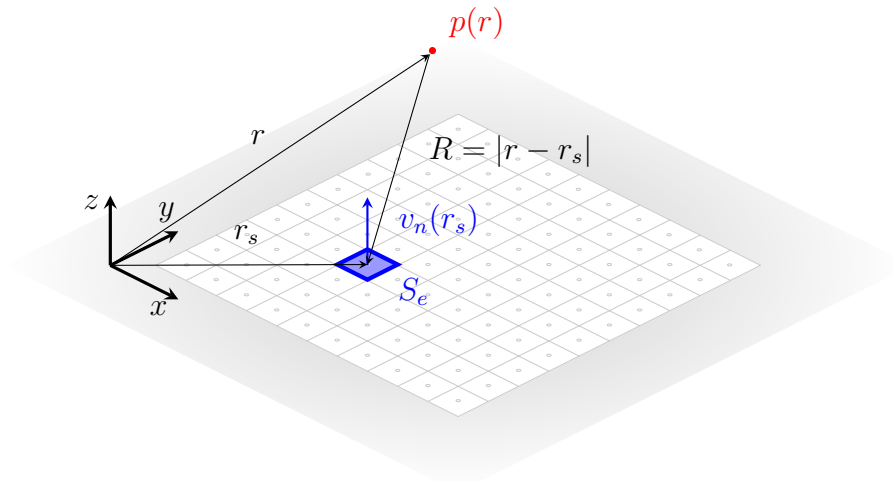


Abbildung 4.7.: Definitionen des Rayleigh - Integrals

Das Schallfeld einer Schallquelle kann mittels Schalldruck und Schallschnelle nur in Spezialfällen oder mit hohem experimentellen oder simulativen Aufwand charakterisiert werden. Der skalare Druck und die vektorielle Schnelle sind ortsabhängig und unterliegen stark den Umgebungseinflüssen. Im Gegensatz zu den Schallfeldgrößen erlaubt die Schallleistung eine von der Umgebung unabhängige Beschreibung der Schallquelle. Für ein stationäres Schallfeld steht die Schallleistung in direkter Beziehung zur zeitlich gemittelten Schallintensität [123]:

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \Re e(p(r)v^*(r)) \quad (4.44)$$

Die Schallintensität $\mathbf{I}(\mathbf{r})$ steht für den Fluss akustischer Energie pro Teilfläche innerhalb einer Schwingungsperiode, wobei der Faktor $1/2$ aus der zeitlichen Mittelung resultiert. Die von

einem Körper abgestrahlte Wirkleistung (Fernfeldleistung) ergibt sich aus der Integration der Intensität über der Gesamtfläche S :

$$W = \frac{1}{2} \Re \left(\oint_S p(r_s) v^*(r_s) dS \right) \quad (4.45)$$

Im Hinblick auf die Definition der akustischen Impedanz in der Gleichung 4.29 kann das Rayleigh-Integral auch in diskreter Matrizenschreibweise wie folgt formuliert werden:

$$\mathbf{p} = \mathbf{Z} \mathbf{v}_n \quad (4.46)$$

mit dem Schalldruckvektor \mathbf{p} , Normalgeschwindigkeitsvektor \mathbf{v}_n und der akustischen Impedanzmatrix \mathbf{Z} . Die Einträge dieser Matrix sind die frequenzabhängigen Übertragungsfunktionen aller Elementarstrahler zu den Punkten im Raum:

$$Z_{ij} = \frac{j\omega\rho_0 S_e}{2\pi} \frac{e^{-jkr_{ij}}}{r_{ij}} \quad (4.47)$$

dabei ist $r_{ij} = |r_i - r_j|$ der Abstand zwischen der Quelle im Punkt i und Empfänger im Feldpunkt j . Die symmetrische Impedanzmatrix \mathbf{Z} ist von den Eigenschaften des akustischen Mediums, der Kreisfrequenz, den geometrischen Abmessungen der Platte und der Lage der Feldpunkte abhängig. Wird der Schalldruck an N Stellen direkt über der schwingenden Oberfläche berechnet, so ist der Abstand r_{ii} gleich null. Dadurch sind die Diagonalelemente der Impedanzmatrix Z_{ii} nicht definiert. In diesem Fall wird ein Näherungswert angegeben, der aus der Schallstrahlungsimpedanz eines Kolbenstrahlers resultiert [93]:

$$Z_{ii} = \rho_0 c_0 \left(1 - e^{-jk\sqrt{S_e/\pi}} \right) \quad (4.48)$$

Für die ins Fernfeld abgestrahlte Schallleistung kann aus der Gleichung 4.45 folgender Zusammenhang angegeben werden [33]:

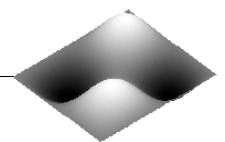
$$W = \frac{S_e}{2} \Re(\mathbf{v}_n^H \mathbf{p}) \quad (4.49)$$

Das Einsetzen des Schalldrucks aus Gleichung 4.46 in die Berechnung der Schallleistung ergibt:

$$W = \frac{S_e}{2} \Re(\mathbf{v}_n^H \mathbf{Z} \mathbf{v}_n) = \mathbf{v}_n^H \mathbf{R} \mathbf{v}_n \quad \mathbf{R} = \frac{S_e}{2} \Re(\mathbf{Z}) \quad (4.50)$$

Die Matrix \mathbf{R} beschreibt den Wirkanteil der Impedanzmatrix und wird Schallabstrahlungsresistanzmatrix genannt. Die analytische Formulierung der Matrix \mathbf{R} lautet [31]:

$$\mathbf{R} = \frac{\omega^2 \rho_0 S_e^2}{4\pi c_0} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(kr_{12})}{kr_{12}} & \dots & \frac{\sin(kr_{1N})}{kr_{1N}} \\ \frac{\sin(kr_{21})}{kr_{21}} & 1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\sin(kr_{N1})}{kr_{N1}} & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$



Aus der Definition der Schallstrahlungsresistanzmatrix, welche nur den Realteil der Impedanzmatrix \mathbf{Z} beinhaltet, folgt, dass die Diagonalelemente $R_{ii} = 1$ sind.

Die Abbildung 4.2 in Kapitel 4.3.2 zeigte die dynamische Antwort der Referenzplatte bei einer Punktkraftanregung. Auf Basis dieser dynamischen Antwort sind mit Hilfe der Elementarstrahlertheorie die abgestrahlte Schallleistung sowie der Schalldruck auf drei verschiedenen Positionen oberhalb der Plattenoberfläche berechnet, siehe Abbildung 4.8.

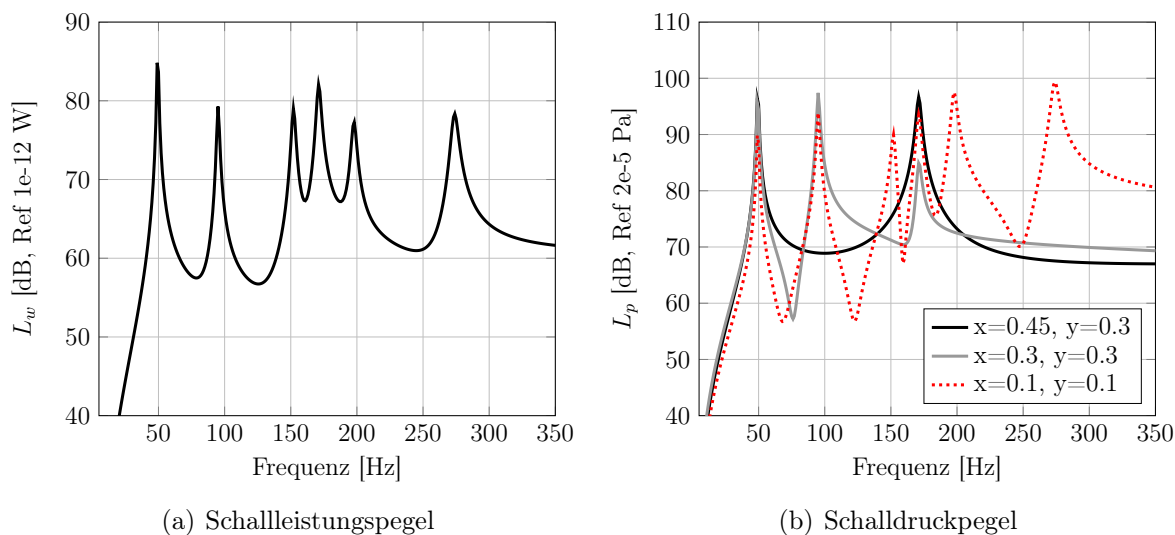


Abbildung 4.8.: Akustische Antwort der Referenzplatte bei einer Punktkraftanregung an der Position $x = 0.13 \text{ m}, y = 0.11 \text{ m}$

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass das Berechnungsverfahren nach Elementarstrahlertheorie gegeben durch Gleichungen 4.46 bis 4.51 für alle ebenen, hart umrandeten Flächen gültig ist. Da der Herleitung komplexe Normalengeschwindigkeiten zugrunde liegen ([33], S.165), kann das Verfahren nicht nur zur Berechnung der Schallabstrahlung reeller sondern auch komplexer Eigenformen angewendet werden.

4.4.3. Abstrahlgrad der Eigenformen

Als wesentlicher Bestandteil der Teilhypothese 1 wurde in Kapitel 2 der Abstrahlgrad oder die Abstrahleffizienz von Struktureigenformen benannt. Dessen Definition und die Anwendung auf die reellen Eigenformen der Referenzplatte stehen im Mittelpunkt folgender Betrachtungen.

Der Abschnitt 4.4.1 führte den frequenzabhängigen Abstrahlgrad σ einer unendlichen Platte ein und es wurde gezeigt, dass das Verhältnis der Frequenz zur Koinzidenzfrequenz f/f_c eine entscheidende Rolle für die Abstrahlcharakteristik spielt. Der Abstrahlgrad lässt sich aber auch für jede beliebige Schnelleverteilung einer endlichen Platte angeben, sei es für eine Struktureigenform oder für eine Betriebsschwingform. In diesem Fall wird der Abstrahlgrad als das Verhältnis zwischen der tatsächlich abgestrahlten Schallleistung einer Schwingform W zum idealisierten, theoretischen Wert eines starren Kolbenstrahlers W_0 gebildet. Dieser Wert entspricht der Schallleistung $W_0 = \rho_0 c_0 S < \bar{v}_n^2 >$, die von einem schallhart umrandeten Kolbenstrahler mit der Fläche $S = L_x L_y$ mit zeitlich und räumlich gemittelter quadratischen Schwingungsamplitude $< \bar{v}_n^2 >$ abgestrahlt wird [33]:

Die Abstrahleffizienz einer beliebigen Schwingform der Platte σ resultiert aus dem Verhältnis tatsächlicher zu idealer Leistung ([33], S.151):

$$\sigma = \frac{W}{W_0} = \frac{W}{\rho_0 c_0 S < \bar{v}_n^2 >} \quad (4.52)$$

Die im Nenner stehende räumlich gemittelte Schwingungsamplitude $< \bar{v}_n^2 >$ ergibt sich aus der Integration der quadratischen Geschwindigkeitsverteilung v_n^2 über eine Schwingungsperiode T ([33], S.151):

$$< \bar{v}_n^2 > = \frac{1}{S} \int_S \left[\frac{1}{T} \int_0^T \tilde{v}_n^2 dt \right] dS = \sum_{n=1}^N \frac{|v_n|^2}{2} \quad (4.53)$$

Der angegebene Zusammenhang für $< \bar{v}_n^2 >$ gilt für reelle und komplexe Werte der Strukturschnelle. Der mathematische Beweis dafür ist im Anhang A.1 gegeben.

Der Abstrahlgrad einer Platte hängt somit von den Abmessungen, dem Seitenverhältnis, der Frequenz und der Amplituden- und Phasenverteilung der Schwingform ab. Wenn σ nicht für Betriebsschwingungen sondern für Struktureigenformen berechnet wird, dann wird dieser Wert auch als modaler Abstrahlgrad bezeichnet.

Die Abstrahleffizienzen von Schwingformen einer ebenen, schallhart umrandeten Platte können mit Hilfe der Matrix \mathbf{R} aus der Gleichung 4.50 angegeben werden mit:

$$\sigma = \frac{\mathbf{v}_n^H \mathbf{R} \mathbf{v}_n}{\rho_0 c_0 S < \bar{v}_n^2 >} \quad (4.54)$$

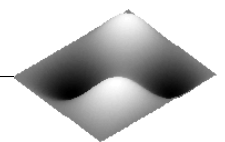
wobei \mathbf{v}_n entweder die Schnelleverteilung einzelner Eigenformen oder Betriebsschwingformen der Platte enthalten kann. Neben der durch σ abgebildeten resistiven (Fernfeld) Effizienzen können mit Hilfe des Imaginärteils der Impedanzmatrix \mathbf{Z} auch die reaktiven (Nahfeld) Effizienzen σ_n angegeben werden:

$$\sigma_n = \frac{S_e \Im(\mathbf{v}_n^H \mathbf{Z} \mathbf{v}_n)}{2 \rho_0 c_0 S < \bar{v}_n^2 >} \quad (4.55)$$

In Abbildung 4.9 sind am Beispiel der Referenzplatte die resistiven und reaktiven Abstrahleffizienzen einiger Struktureigenformen gezeigt. Als Abszisse wird die dimensionslose Wellenzahl γ definiert, die dem Verhältnis k/k_B entspricht. Für γ kann im Fall einer gelenkig gelagerten Platte ein einfacher Zusammenhang aus Plattenabmessungen und modaler Ordnungszahlen m, n angegeben werden [123]:

$$\gamma = k / \sqrt{(m\pi/L_x)^2 + (n\pi/L_y)^2} = k/k_B = f/f_c \quad (4.56)$$

In Kapitel 4.4.1 wurde gezeigt, dass bei einer unendlichen Platte unterhalb der Koinzidenzfrequenz $f/f_c < 1$ aufgrund des akustischen Kurzschlusses keine Abstrahlung von Schall ins Fernfeld stattfindet (siehe Abbildung 4.5(b)). Im Gegensatz dazu zeigen die endlichen Platten in diesem Frequenzbereich ein deutlich anderes Verhalten, welches der Abbildung 4.9(a) zu entnehmen ist. Die Abstrahlgrade der Struktureigenformen unterhalb der Koinzi-



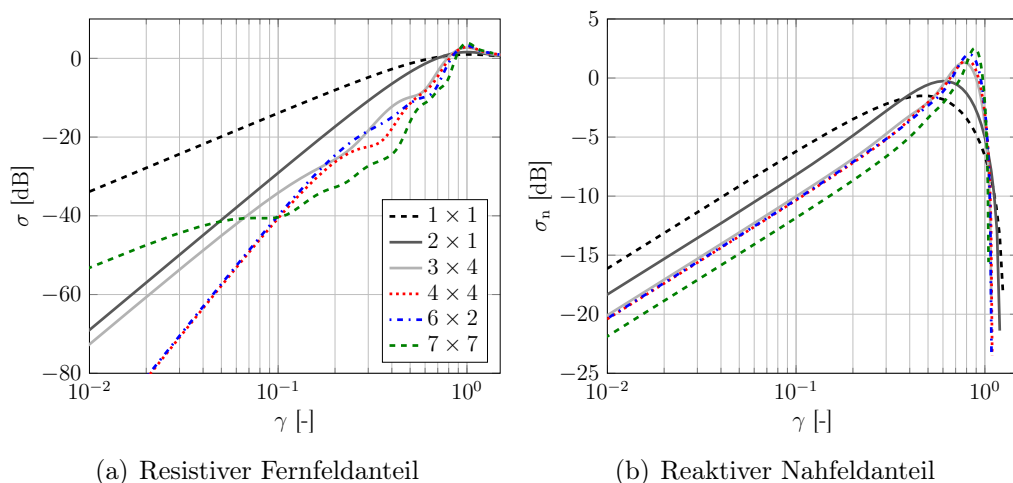


Abbildung 4.9.: Abstrahleffizienzen einiger Eigenformen der Referenzplatte

denz sind ungleich null und unterscheiden sich deutlich voneinander. Um dieses Verhalten zu verdeutlichen zeigt Abbildung 4.10 vier Eigenformen unterschiedlicher Ordnungen, jedoch ähnlichen Wellenzahlen. Dabei sind in grüner (0° Phase) und roter Farbe (180° Phase) die Bereiche der Platte gezeigt, wo kein akustischer Kurzschluss stattfindet. Diese Darstellung ist an den von Fahy und Gardonio in [33] angegebenen Zusammenhang, welcher im Stand der Wissenschaft in Abbildung 3.3(a) gezeigt ist, angelehnt.

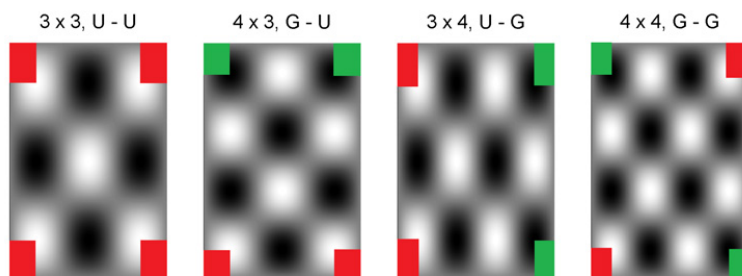


Abbildung 4.10.: Abstrahlverhalten der Eigenformen unterschiedlicher Ordnung.

Nach Fahy und Gardonio bleiben an Rändern oder Ecken der Platte halbe Schwingungsmaxima und -minima, die keinen Kurzschluss erfahren und dadurch zur Fernfeldleistung beitragen. Bei ungeraden-ungeraden Eigenformen sind die Bereiche ohne Kurzschluss in Phase, was zu einer effizienten Abstrahlung führt. In diesem Zusammenhang wird oft der Begriff der Volumenverschiebung oder der Volumengeschwindigkeit genannt. Die Volumenverschiebung entspricht dem Luftvolumen, das von einer Schwingform innerhalb einer Schwingungsperiode bewegt wird. Dieser ist nur bei Eigenformen mit ungerader-ungerader Ordnung ungleich null, was deren effiziente Schallabstrahlung begründet. Im Fall der geraden-ungeraden Eigenformen ist die Volumenverschiebung gleich null und schallabstrahlenden Bereiche haben 180° Phasenverschiebung. Diese führt wiederum zum akustischen Kurzschluss und damit auch zu einer reduzierten Abstrahleffizienz. Die ungeraden-geraden Eigenformen zeigen exakt das gleiche Verhalten, allerdings in eine andere Raumrichtung. Bei geraden-geraden Eigenformen sind die Phasenwinkel noch ungünstiger verteilt, was zum besseren Kurzschluss und der geringsten Abstrahleffizienz führt.

Die Ordnung von Schwingformen hat auch einen weiteren, etwas schwächeren Effekt auf die Abstrahleffizienz. Je höher die Ordnung der Eigenform ist, desto mehr Schwingungsmaxima und -minima befinden sich auf der Platte. Dies führt dazu, dass der wichtige Einfluss der Ränder abnimmt und die Platte sich in ihren akustischen Eigenschaften der unendlichen Platte nähert. Da die unendliche Platte keinen Schall unterhalb der Koinzidenzfrequenz abstrahlt, verringern sich die Abstrahleffizienzen der Schwingformen mit steigender Ordnung.

Die reaktiven Anteile der Abstrahleffizienz, gezeigt in Abbildung 4.9, steigen wie die resistiven Anteile mit der Frequenz an. Beim Erreichen der Koinzidenzfrequenz wird die gesamte akustische Energie ins Fernfeld abgestrahlt und die reaktiven Blindanteile der Effizienzen sinken stark ab. Die Analyse des reaktiven Abstrahlgrades findet aufgrund mangelnder Fernfeldrelevanz in der Literatur kaum Anwendung und wird deshalb hier nur am Rande betrachtet.

4.4.4. Kreuzkopplungseffizienzen

Wichtig bei der Betrachtung des Abstrahlverhaltens von Struktureigenformen ist die Tatsache, dass diese nicht unabhängig voneinander Schall abstrahlen ([33], S.161). Um das zu zeigen, werden die normalen Strukturschnellen in modaler Form, ähnlich der Gleichung 4.10, formuliert. Aus der Matrix Φ_n , welche die normalen Auslenkungen der Struktureigenformen enthält, lässt sich durch die Multiplikation mit $j\omega$ die modale Schnellmatrix Ψ_n und die normale Strukturschnelle \mathbf{v}_n wie folgt ableiten:

$$\mathbf{v}_n = \Psi_n \mathbf{q} \quad \Psi_n = j\omega \Phi_n \quad (4.57)$$

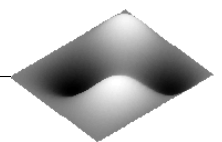
Das Einsetzen von \mathbf{v}_n in die aus dem Rayleigh-Integral hergeleitete Beziehung für die abgestrahlte Schallleistung 4.49 liefert [33]:

$$W = \mathbf{q}^H \Psi_n^H \mathbf{R} \Psi_n \mathbf{q} = \mathbf{q}^H \mathbf{\Pi} \mathbf{q} \quad \mathbf{\Pi} = \Psi_n^H \mathbf{R} \Psi_n \quad (4.58)$$

Die modale Schallstrahlungsresistanzmatrix $\mathbf{\Pi}$ resultiert somit aus der modalen Transformation der Matrix \mathbf{R} und enthält in ihrer Hauptdiagonale die Elemente Π_{ii} , welche zu den bereits diskutierten modalen Abstrahlgraden oder mit anderen Worten den Eigeneffizienzen der Struktureigenformen (self radiation efficiencies) proportional sind. Die Einträge von $\mathbf{\Pi}$ außerhalb der Hauptdiagonalen werden als Kreuzkopplungseffizienzen (mutual radiation efficiencies) bezeichnet. Die Existenz dieser Kreuzkopplungen zeigt, dass die Struktureigenformen sich gegenseitig in ihrem Abstrahlverhalten beeinflussen. Dies muss vor allem bei der Berechnung der Gesamtschallleistung der Platte berücksichtigt werden. Die Kreuzkopplungseffizienzen σ_{ij} zwischen der Eigenform i und Eigenformen j resultieren aus der Normierung entsprechender Einträge der Matrix $\mathbf{\Pi}$ nach folgender Beziehung [33]:

$$\sigma_{ij} = \frac{8\Pi_{ij}}{\rho_0 c_0 S} \quad (4.59)$$

Ein wichtiger Fakt ist, dass die Kreuzkopplungseffizienzen nur bei der vorhandener Ähnlichkeit der Ordnungszahlen einzelner Eigenformen existieren. Es gibt Kreuzkopplungen nur zwischen den Eigenformen die ähnliche Ordnungszahlen (gerade oder ungerade) in x- und y-Richtung der Platte aufweisen. Beispielsweise beeinflussen sich die Eigenformen 1×1 und



3×1 oder 2×2 und 4×2 gegenseitig. Bei Eigenformen 1×1 und 2×4 oder 2×1 und 3×2 sind die Kreuzkopplungseffizienzen gleich null. Zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 4.11 die Kreuzkopplungseffizienzen für vier unterschiedliche Gruppen der Struktureigenformen.

Ähnlich wie die modalen Abstrahleffizienzen unterscheiden sich die Kreuzkopplungseffizienzen unterhalb der Koinzidenzfrequenz deutlich voneinander, laufen allerdings nach dem Erreichen der Koinzidenz gegen null. Eine Besonderheit der Kreuzkopplungseffizienzen ist, dass sie positive oder negative Werte annehmen können. Das bedeutet, dass die gegenseitige Beeinflussung der Eigenformen entweder konstruktiv oder destruktiv erfolgen kann. Ob letztendlich die aus den Kreuzkopplungseffizienzen resultierenden Beiträge negativ oder positiv zur abgestrahlten Schallleistung beitragen, hängt zusätzlich von den modalen Koordinaten \mathbf{q} ab (siehe Gleichung 4.58). Dabei entscheidet die Phasenverschiebung zwischen den modalen Koordinaten zweier Eigenformen, ob sie mit einem positiven oder negativen Vorzeichen zur abgestrahlten Schallleistung beitragen.

In Abbildung 4.11 ist weiterhin zu sehen, dass die Kreuzkopplung zwischen den benachbarten Eigenformen (z. B. 1×1 und 1×3) wesentlich höher ist, als die Kopplung zwischen den Eigenformen mit stark unterschiedlicher Ordnung (z. B. 1×1 und 7×3). Die Ursache dafür ist die Ähnlichkeit der Biegewellenzahlen.

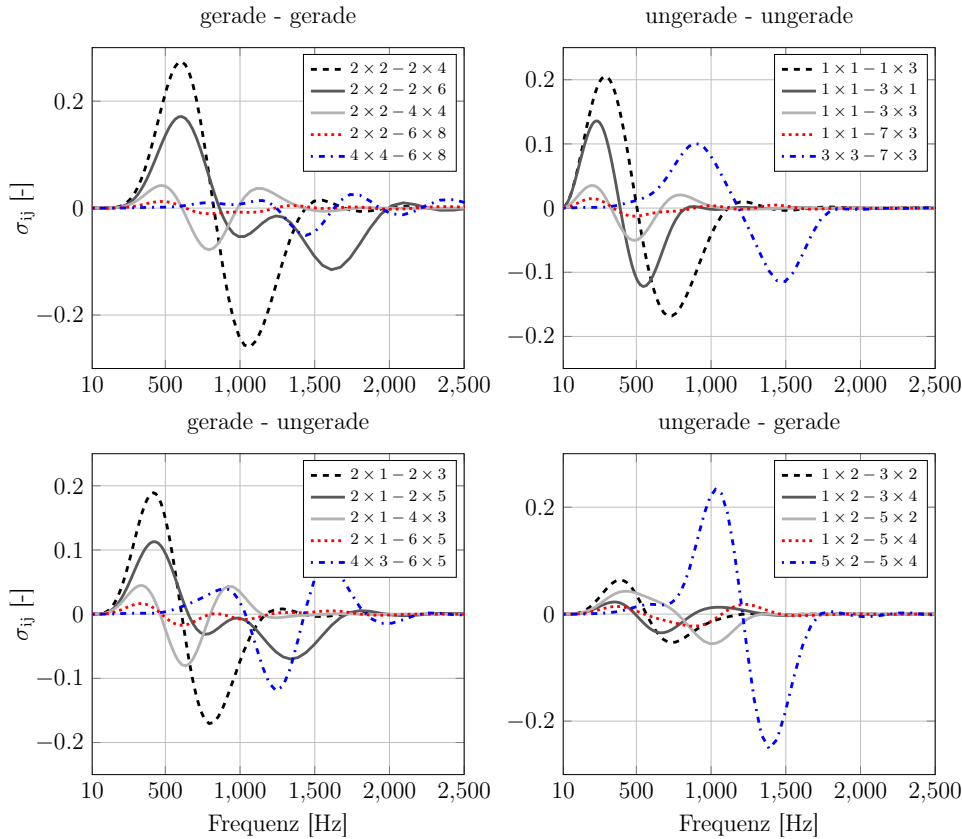


Abbildung 4.11.: Kreuzkopplungseffizienzen der gelenkig gelagerten Platte

An dieser Stelle wird nun gezeigt, inwieweit sich die Kreuzkopplungen zwischen den Struktureigenformen auf die abgestrahlte Schallleistung der Platte auswirken. Dafür wird die Referenzplatte mit einem Dämpfungsgrad von $\zeta = 0.01$ durch eine Punktkraft angeregt. Aus der berechneten dynamischen Antwort werden mit Hilfe der Gleichung 4.58 die Schallleistungen ermittelt. Abbildung 4.12 fasst die Ergebnisse dieser Betrachtung zusammen.

Um den Einfluss der Kreuzkoppelterme zu quantifizieren, werden drei unterschiedliche Fälle betrachtet. Bei der Berechnung des Schallleistungspegels L_W wird die vollständige modale Schallstrahlungsresistanzmatrix $\mathbf{\Pi}$ verwendet, das heißt alle Einflüsse sind berücksichtigt. Im zweiten Fall werden nur die Diagonalelemente der Matrix $\mathbf{\Pi}$ bei der Berechnung von $L_{W,Eig}$ einbezogen. Und im dritten Fall $L_{W,Kreuz}$ werden nur die Einflüsse der Kreuzkopplungseffizienzen auf die abgestrahlte Schallleistung berücksichtigt.

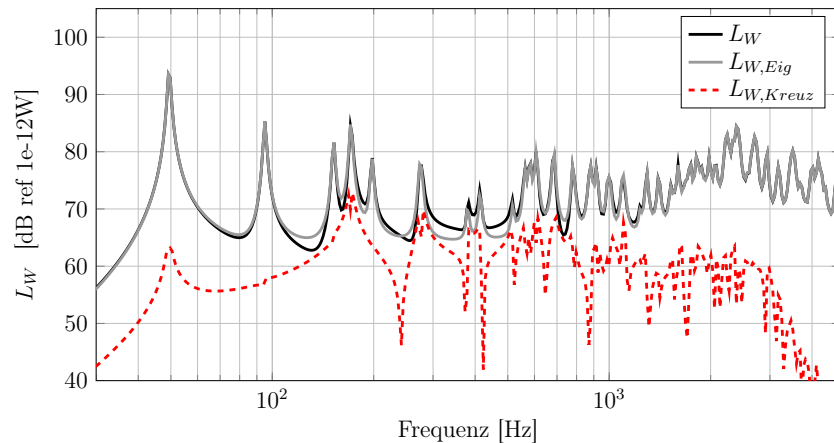


Abbildung 4.12.: Einfluss der Kreuzkopplung auf die abgestrahlte Schallleistung

Aus der Betrachtung der Schallleistungspegel wird deutlich, dass besonders im mittleren Frequenzbereich zwischen 100 und 1000 Hz der Einfluss der Kreuzkopplungen am größten ist. Vor allem im Bereich zwischen den Resonanzen führt die Vernachlässigung von Kreuzkopplungen zu Abweichungen in der abgestrahlten Schallleistung von bis zu 4 dB . Bei hohen Frequenzen nimmt der Einfluss der Kreuzkopplungseffizienzen auf die Schallleistung entsprechend den Resultaten in Abbildung 4.11 ab.

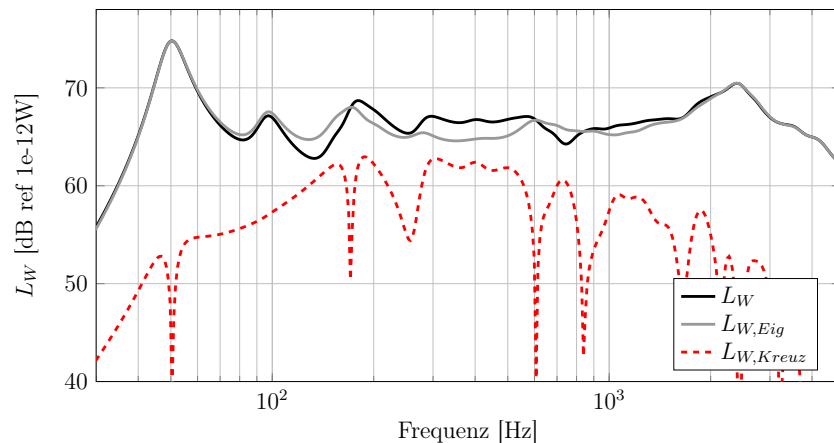
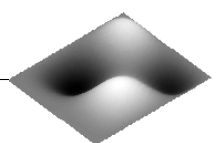


Abbildung 4.13.: Einfluss der Kreuzkopplung auf die abgestrahlte Schallleistung mit erhöhter Dämpfung

Die Bedeutung der Kreuzkopplungsterme steigt an, wenn die dynamische Antwort der Platte weniger von schwach bedämpften Resonanzen, sondern mehr durch hochbedämpfte Betriebsschwingformen dominiert wird. Dies ist der Fall, wenn das Maß an Strukturdämpfung und die damit verbundene Dämpfungskopplung zwischen einzelnen Eigenformen groß sind. Abbildung 4.13 zeigt in Analogie zu den vorherigen Ergebnissen die Schallleistungen mit



und ohne Kreuzkopplungstermen für die Referenzplatte mit einem erhöhten Dämpfungsgrad von $\zeta = 0.1$. Zu sehen ist ein etwas höherer prozentualer Einfluss der Kreuzkopplungen auf die abgestrahlte Schalleistung. Auch hier sind vor allem im mittleren Frequenzbereich Abweichungen von bis zu 4 dB zu beobachten. Dadurch, dass die Kreuzkopplungseffizienzen die abgestrahlte Schalleistung der Platte bei multimodaler Antwort beeinflussen, bildet deren Betrachtung für den Fall komplexer Schwingungseigenformen einen wichtigen Teil der Teilhypothese 3.

4.4.5. Schallstrahlungsmoden

Bei der Berechnung der modalen Schallstrahlungsresistanzmatrix $\mathbf{\Pi}$ in Gleichung 4.58 wurde erwähnt, dass die Struktureigenformen nicht unabhängig voneinander zur abgestrahlten Schalleistung beitragen. Das bedeutet, dass die Verringerung von Schwingungsamplituden einzelner Struktureigenformen nicht zwangsläufig mit der Reduktion der Schalleistung verbunden ist. Daher ist es wünschenswert, die abgestrahlte Schalleistung mit einem alternativen Satz an Moden zu beschreiben, die unabhängig voneinander Schall abstrahlen.

Diesbezüglich fand in den letzten 20 Jahren das Konzept der Schallstrahlungsmoden (Radiation Modes) eine große Verbreitung [16] [28], [11], [90]. Die Schallstrahlungsmoden, auch Abstrahlmoden genannt, können mit Hilfe der Eigenwertzerlegung der Schallstrahlungsresistanzmatrix \mathbf{R} berechnet werden. Eine wichtige Eigenschaft der Schallstrahlungsmoden besteht in deren Unabhängigkeit von Strukturparametern, wie den Materialkennwerten und Randbedingungen. Die Schallstrahlungsmoden hängen nur von der Frequenz und der Geometrie der schwingenden Struktur ab. Aus der Eigenwertzerlegung der Matrix \mathbf{R} resultieren die orthogonalen Eigenvektoren \mathbf{Q} und Eigenwerte $\mathbf{\Lambda}_r$:

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q}^T \mathbf{\Lambda}_r \mathbf{Q} \quad (4.60)$$

Die abgestrahlte Schalleistung lässt sich entsprechend der Gleichung 4.49 mit Hilfe der unabhängigen Schallstrahlungsmoden wie folgt berechnen:

$$W = \mathbf{v}_n^H \mathbf{R} \mathbf{v}_n = \mathbf{v}_n^H \mathbf{Q}^T \mathbf{\Lambda}_r \mathbf{Q} \mathbf{v}_n \quad (4.61)$$

Aus dem Produkt der Eigenvektormatrix \mathbf{Q} und der normalen Geschwindigkeiten \mathbf{v}_n ergeben sich Schallstrahlungsmoden in Bezug auf die Schnellen einzelner Elementarstrahler:

$$\mathbf{y}_r = \mathbf{Q} \mathbf{v}_n \quad (4.62)$$

Der Zusammenhang für die abgestrahlte Schalleistung vereinfacht sich entsprechend zu:

$$W = \mathbf{y}_r^H \mathbf{\Lambda}_r \mathbf{y}_r \quad (4.63)$$

Dadurch, dass die Matrix \mathbf{R} frequenzabhängig ist und eine Dimension $N \times N$ besitzt, kann die Eigenwertzerlegung zur Berechnung unabhängiger Schallabstrahlungsmoden rechenintensiv sein. Deswegen gibt es eine weitere äquivalente Möglichkeit der Berechnung von Schallstrahlungsmoden, und zwar durch die Eigenwertzerlegung der modalen Schallstrahlungsresistanzmatrix $\mathbf{\Pi}$. Infolgedessen, dass die Anzahl modaler Koordinaten \mathbf{q} wesentlich geringer ist als N , verläuft die Eigenwertzerlegung wesentlich effizienter.

Die Eigenwertzerlegung der modalen Schallstrahlungsresistanzmatrix Π ergibt:

$$\Pi = \Psi_n^H \mathbf{R} \Psi_n = \mathbf{P}^T \Omega_r \mathbf{P} \quad (4.64)$$

Dabei ist \mathbf{P} die Matrix orthogonaler Eigenvektoren und Ω_r sind dazugehörige Eigenwerte. Für die Schallleistung kann dementsprechend folgender Zusammenhang angegeben werden:

$$W = \mathbf{q}^H \Pi \mathbf{q} = \mathbf{q}^H \mathbf{P}^T \Omega_r \mathbf{P} \mathbf{q} \quad (4.65)$$

Ähnlich wie in der Gleichung 4.62 lassen sich die Abstrahlmoden wie folgt transformieren:

$$\mathbf{b} = \mathbf{P} \mathbf{q} \quad (4.66)$$

Für die abgestrahlte Schallleistung gilt dann:

$$W = \mathbf{b}^H \Omega_r \mathbf{b} \quad (4.67)$$

Die Eigenwerte der Schallstrahlungsresistanzmatrix λ_i stellen die frequenzabhängigen Wichtungen einzelner Abstrahlmoden dar. Diese Wichtungsfaktoren stehen im direkten Zusammenhang mit den Effizienzen der Schallstrahlungsmoden $\sigma_i = \lambda_i / \rho_0 c_0 S_e$. Abbildung 4.14 zeigt die Effizienzen der ersten fünf Abstrahlmoden einer ebenen Platte. Die Kurven sind aufgetragen über der dimensionslosen Frequenz kL_x , welche in der Literatur [33] weit verbreitet ist.

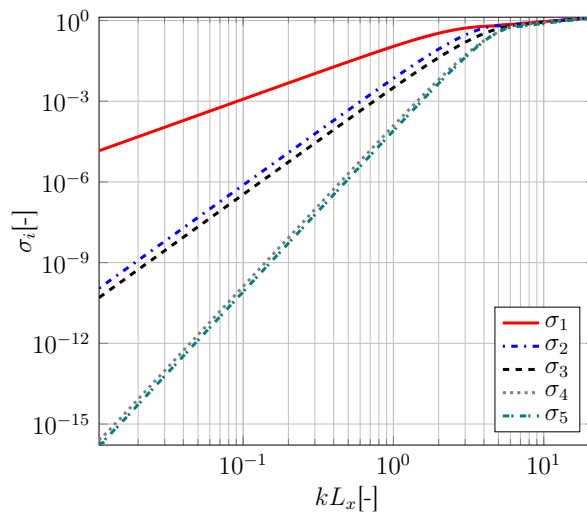
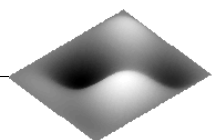


Abbildung 4.14.: Verlauf der Effizienzen der ersten fünf Abstrahlmoden

In Abbildung 4.15 sind die ersten vier Abstrahlmoden der Referenzplatte gezeigt. Weitere Abstrahlmoden sind für unterschiedliche Frequenzen im Anhang in Abbildungen A.4 und A.5 dargestellt. Ein wichtiger Punkt ist, dass im Gegensatz zu den Struktureigenformen die Schallstrahlungsmoden frequenzabhängig sind.

Aus dem Verlauf der Effizienzen wird deutlich, dass unterhalb der kritischen Frequenz einzelne Abstrahlmoden ganz unterschiedlich zur abgestrahlten Schallleistung beitragen. Besonders die erste Abstrahlmode, die einer phasenreinen kolbenartigen Bewegung der Elemen-



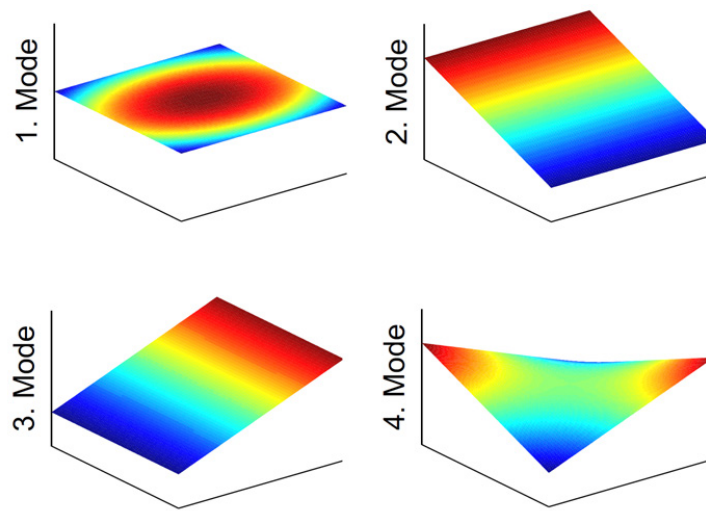


Abbildung 4.15.: Die ersten vier Abstrahlmoden der Referenzplatte

tarstrahler entspricht, dominiert bei tiefen Frequenzen die Schallabstrahlung. Im Allgemeinen kann gesagt werden, dass deutlich unterhalb der Koinzidenzfrequenz die Schallleistung durch eine geringe Anzahl an Moden approximiert werden kann. Die Betrachtung dominanter Abstrahlmoden verliert die Gültigkeit ab einer Frequenz, bei der die Wichtungsfaktoren gegen einen gemeinsamen Grenzwert konvergieren. In diesem Fall lässt die Dominanz weniger Eigenwerte nach und immer mehr Schallstrahlungsmoden haben Anteil an abgestrahlter Schallleistung.

Abbildung 4.16 zeigt die abgestrahlte Schallleistung der Referenzplatte bei Punktkraftanregung, wobei unterschiedlich viele Schallstrahlungsmoden zur Abschätzung der Schallleistung berücksichtigt wurden. Es ist zu sehen, dass bis zu einer Frequenz von 400 Hz nur fünf und bis 1000 Hz zwanzig Abstrahlmoden für die Approximation der Schallleistung ausreichend sind. Die Anzahl der Schallstrahlungsmoden, die zur Beschreibung der Schallabstrahlung benötigt wird, ist zudem abhängig von den geometrischen Abmessungen der Platte. Je größer die Platte, desto mehr Schallstrahlungsmoden werden benötigt, um die abgestrahlte Schallleistung zu approximieren.

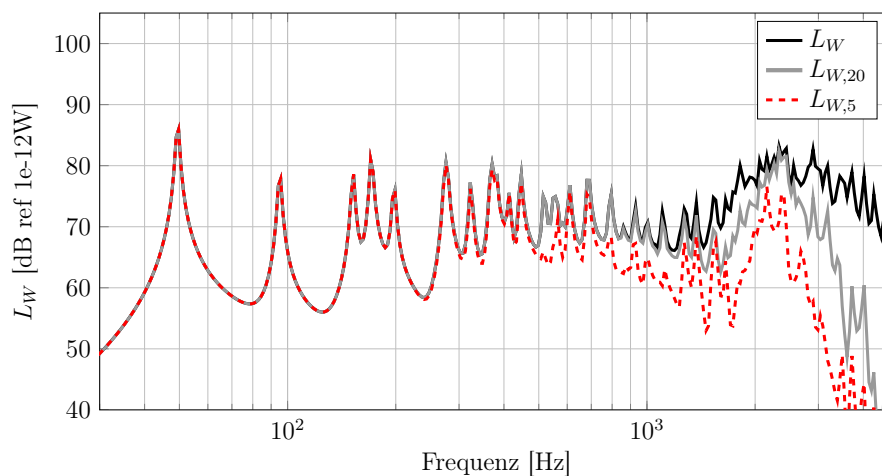


Abbildung 4.16.: Einfluss der Schallstrahlungsmoden auf die Schallleistung

4.4.6. Kopplungsfaktoren in die Abstrahlmoden

Bei der Betrachtung modaler Abstrahleffizienzen in Abschnitt 4.4.3 wurden die Ursachen für stark unterschiedliches Abstrahlvermögen der Struktureigenformen unterhalb der Koinzidenzfrequenz diskutiert. Die unterschiedliche Ausprägung des akustischen Kurzschlusses sowie die variierende Volumenverschiebung sind die wichtigsten Ursachen für dieses Verhalten. Mit Hilfe der Schallstrahlungsmoden lässt sich eine ergänzende Alternativbetrachtung dieser Phänomene anstellen, welche in die Teilhypothese 1 einzuordnen ist.

Werden in die Gleichung 4.62 statt der normalen Oberflächengeschwindigkeiten \mathbf{v}_n die Struktureigenformen eingesetzt, so ergibt die Multiplikation mit der Modalmatrix der Schallstrahlungsmoden \mathbf{Q} die Faktoren \mathbf{y}_r , welche die Kopplung einzelner Struktureigenformen auf die Schallstrahlungsmoden quantifizieren.

Abbildung 4.17 zeigt die Kopplungsfaktoren einiger Struktureigenformen auf die ersten vier Abstrahlmoden. Zur besseren Übersichtlichkeit wurden die einzelnen Kopplungsfaktoren \mathbf{y}_r der Struktureigenformen auf den maximalen Wert bei der jeweiligen Abstrahlmode normiert. Damit liegen die Werte zwischen null und eins.

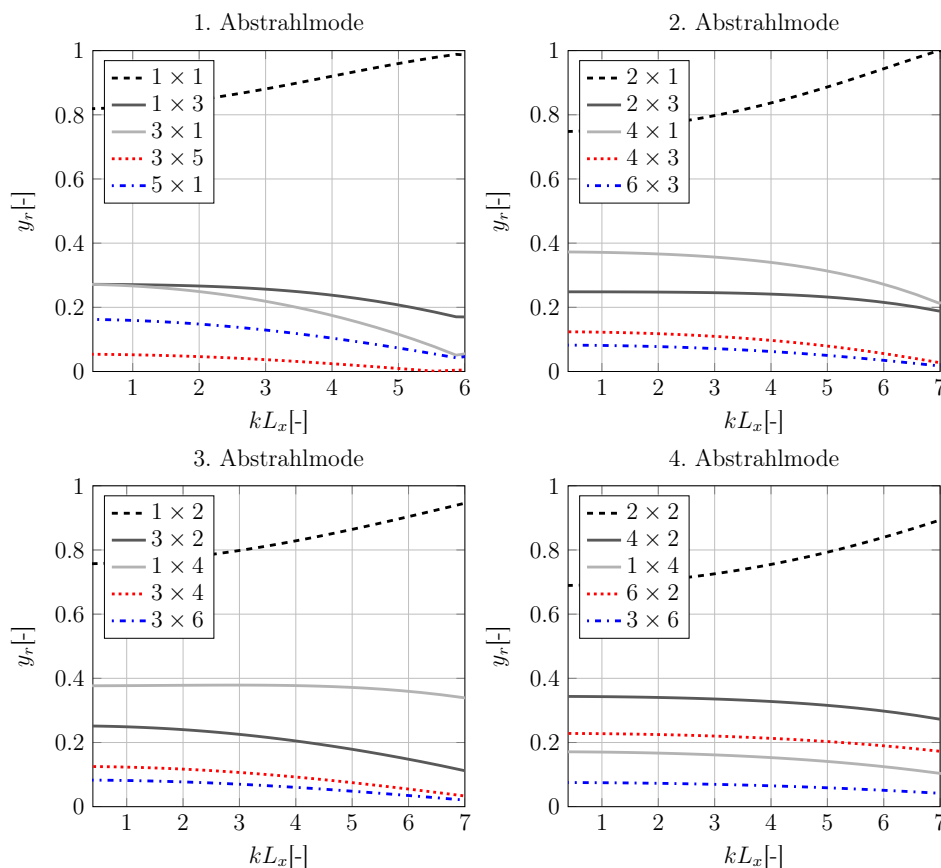
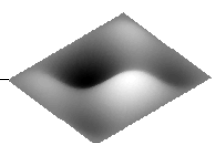


Abbildung 4.17.: Kopplungsfaktoren der Eigenformen auf die vier Abstrahlmoden

Aus den gezeigten Verläufen wird deutlich, dass nur die Struktureigenformen mit ungerader Ordnung effizient in die erste Abstrahlmode einkoppeln. Da die erste Abstrahlmode bei tiefen Frequenzen mit Abstand die größte Effizienz besitzt, resultiert aus den hohen Kopplungsfaktoren auch ein hoher modaler Abstrahlgrad dieser Eigenformen. Generell koppeln die Struktureigenformen mit hoher Anzahl an phasengleich schwingenden Elementarstrah-



lern (Abbildung 4.10) und daraus resultierender hoher Volumenverschiebung effizient in die erste Abstrahlmode ein (z. B. 1×1 , 3×1). Durch die phasengleiche Bewegung der Elementarstrahler hat die erste Schallstrahlungsmode den Abstrahlcharakter eines Monopols.

Eine effiziente Einkopplung in die zweite Abstrahlmode findet statt, wenn die Struktureigenformen eine 180° -Phasenverschiebung zwischen zwei Plattengebieten entlang der x-Achse aufweisen (z. B. geraden-ungeraden 2×1 und 2×3). Da die dritte Schallstrahlungsmode der um 90° in Richtung der y-Achse gedrehten zweiten Abstrahlmode entspricht, weisen die Struktureigenformen, wie die ungeraden-geraden 1×2 und 3×2 , entsprechend hohe Kopplungsfaktoren auf. Die zweite und die dritte Schallstrahlungsmode besitzen die Eigenschaften eines Dipols. Eine sehr effiziente Kopplung in die vierte Abstrahlmode zeigen wegen ihrer typischen Phasenverteilung der schallabstrahlenden Ecken (siehe Abbildung 4.10) gerade-gerade Eigenformen. Das Abstrahlverhalten entspricht dabei einem Quadrupol.

Die simultane Betrachtung der Effizienzen der Abstrahlmoden (Abbildung 4.14) und der Kopplungsfaktoren bestimmter Gruppen von Eigenformen bietet eine verständliche Erklärung für deren unterschiedlichen Abstrahlgrad. So koppeln beispielsweise nur die ungeraden-ungeraden Eigenformen in die effizienteste erste Abstrahlmode ein und besitzen dadurch die höchsten modalen Abstrahlgrade.

Im Abschnitt 4.4.3 wurde diskutiert, dass mit steigender Eigenformenordnung der akustische Kurzschluss zwischen vielen Maxima und Minima zunimmt, wodurch die endliche Platte eine immer größere Ähnlichkeit im Abstrahlverhalten zu einer unendlichen Platte aufweist. Dabei nehmen die Abstrahlgrade unterhalb der Koinzidenzfrequenz kontinuierlich ab. Diese Aussage kann auch mit Hilfe der Kopplungsfaktoren verifiziert werden. Mit steigender Ordnung nimmt die Kopplung der Struktureigenformen in die unteren Abstrahlmoden ab, wodurch die Abstrahleffizienz unterhalb der Koinzidenzfrequenz verringert wird.

4.4.7. Verteilung der Fernfeldintensität

Im Rahmen der Teilhypothese 2 wurde der Charakter des akustischen Kurzschlusses und die damit verbundene räumliche Verteilung der Schallintensitätsquellen und -senken als eine der primären Fragestellungen identifiziert. Im Kapitel zum Stand der Wissenschaft wurden in Abbildung 3.4 bereits einige typische Verteilungen akustischer Quellen nach [33] betrachtet. Im Allgemeinen lassen sich die Schwingformen abhängig von den BiegeWellenzahlen und der akustischen Wellenzahl in fünf Gruppen unterteilen. Abbildung 4.18 zeigt ein Wellenzahldiagramm zur Klassifikation der Eigenformen nach ihrer Abstrahlcharakteristik [123]. Neben der akustischen Wellenzahl k , die einen Kreis um den Ursprung im Wellenzahldiagramm bildet, ist auch die BiegeWellenzahl k_B einer gelenkig gelagerten Platte, bestehend aus den Anteilen $k_x = m\pi/L_x$ und $k_y = n\pi/L_y$, in x- und y-Richtung aufgetragen. Im Wellenzahldiagramm können folgende Bereiche mit unterschiedlichen Eigenschaften unterschieden werden:

- Bereich **A**: Randstrahler mit $k_x < k$ und $k_y > k$
- Bereich **B**: Eckenstrahler mit $k_x > k$ und $k_y > k$
- Bereich **C**: Randstrahler mit $k_x > k$ und $k_y < k$
- Bereich **D**: Flächenstrahler mit $k_x < k$ und $k_y < k$, mit $\sqrt{k_x^2 + k_y^2} < k$
- Bereich **E**: Randstrahler mit $k_x < k$ und $k_y < k$, wobei $\sqrt{k_x^2 + k_y^2} > k$

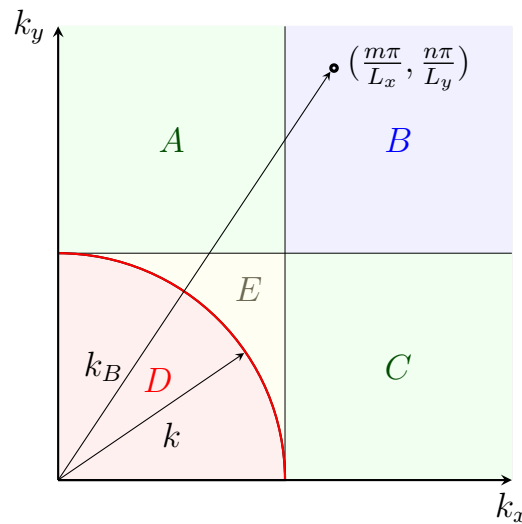


Abbildung 4.18.: Klassifikation der Eigenformen in der k -Ebene

Zur Erläuterung der im Wellenzahldiagramm gezeigten Zusammenhänge soll die Abstrahlcharakteristik am Beispiel der 7×7 -Eigenform betrachtet werden. Diese Eigenform besitzt einen ausgeprägten Ecken- und Randstrahlercharakter und wird deshalb hier gewählt. Dabei wird der gesamte Frequenzbereich, der zur Charakterisierung der Schallabstrahlung wichtig ist, unabhängig von der tatsächlichen Eigenfrequenz der Eigenform analysiert.

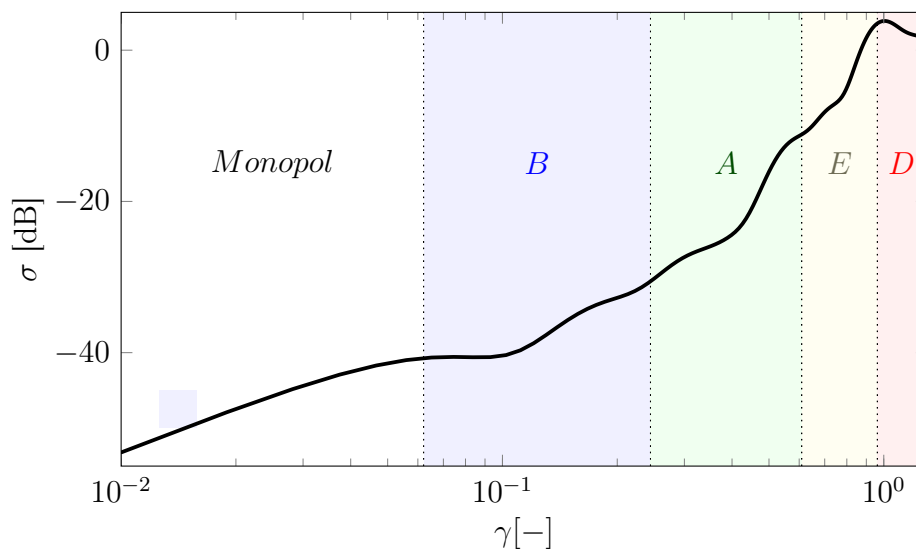
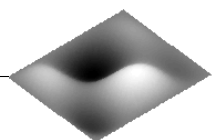


Abbildung 4.19.: Abstrahlgrad einer 7×7 -Eigenform mit einzelnen Bereichen

Bei der 7×7 -Eigenform der Referenzplatte gilt für die Anteile der Biegewellenzahl der Zusammenhang $k_x < k_y$ (siehe k_B in Abbildung 4.18). Die Biegewellenzahl k_B ist für eine gegebene Plattengeometrie und festgelegte Ordnungszahl der Schwingform immer konstant. Die Eigenfrequenz der Eigenschwingform bestimmt die Lage des akustischen Kreises mit der Wellenzahl k und ordnet damit die Schwingform mit der Biegewellenzahl k_B in eines der Bereiche des Wellenzahldiagramms ein. Bei der Analyse der modalen Abstrahlgrade werden die Kurven mit frei wählbaren Eigenfrequenzen der Schwingformen betrachtet. Übertragen auf das Wellenzahldiagramm heißt das, dass in Abhängigkeit der Eigenfrequenz einige Be-



reiche der Abbildung 4.18 durchlaufen werden können. Deshalb bietet sich die kombinierte Darstellung des Abstrahlgrades der 7×7 -Eigenform und der durchlaufenen Bereiche A-E in Abbildung 4.19 an.

Es ist bekannt, dass bei tiefen Frequenzen weit unterhalb der Koinzidenzfrequenz die Eigenformen wenig Schall abstrahlen. Dies ist dadurch begründet, dass bei tiefen Frequenzen die Bewegung der Schwingungsmaxima und -minima sehr langsam erfolgt und ein akustischer Kurzschluss die Vorgänge im Nahfeld dominiert. Dieser Frequenzbereich wird als Bereich der Monopolstrahler bezeichnet [123] und ist im Verlauf der Abstrahleffizienz der 7×7 -Eigenform in Abbildung 4.19 gezeigt. Die für den Bereich der Monopolstrahler zugehörige Fernfeldintensitätsverteilung nach Gleichung 4.44 ist in Abbildung 4.20 im linken oberen Diagramm bei 40 Hz gezeigt. Die Absolutwerte der Intensität ergeben sich aus der Berechnung mit normierten Strukturschnellen $-1 \leq v_n \leq 1$. Im Bereich der Monopolstrahler sind die positiven Werte der Intensität (Quellen) etwa gleich den negativen Werten (Senken). Das signalisiert stark reaktives Verhalten der Nahfelder mit geringer Abstrahleffizienz.

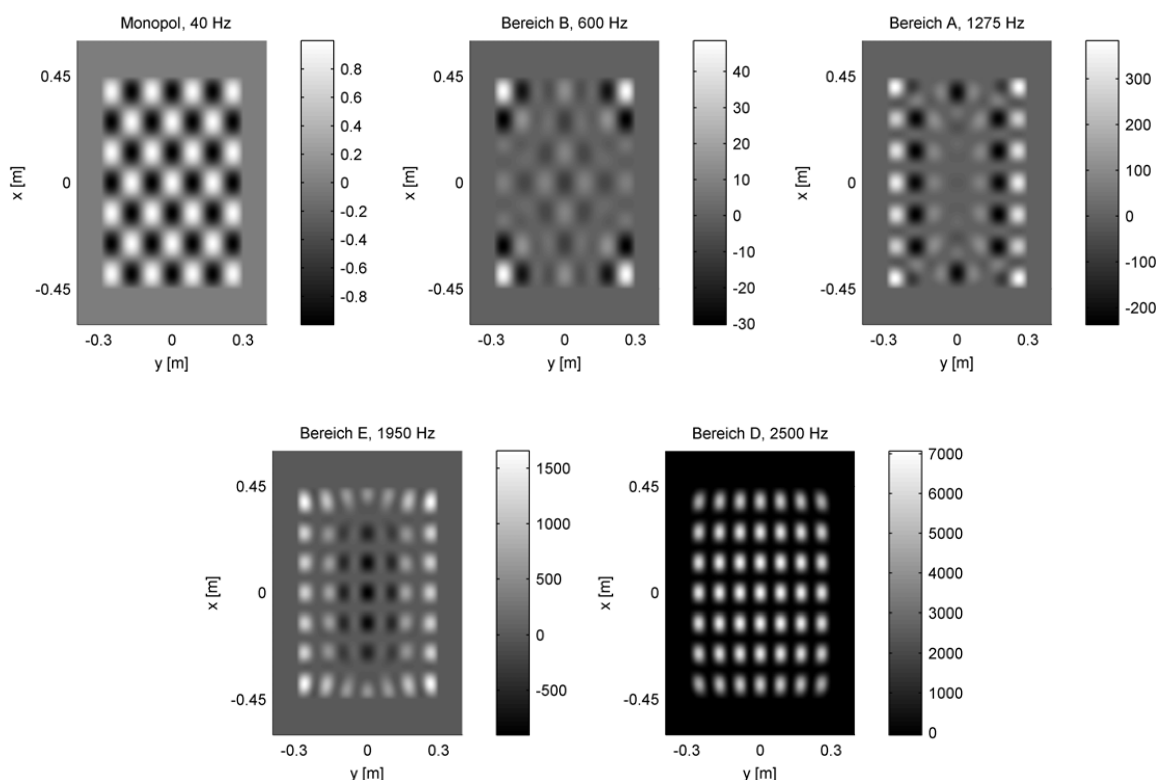


Abbildung 4.20.: Verteilung der Wirkintensität der 7×7 -Eigenform

Wie bereits erwähnt, wird mit steigender Frequenz der akustische Kreis um den Ursprung des Wellenzahlendiagramms größer und wenn die Bedingung $k_x > k$ und $k_y > k$ erfüllt ist, befindet sich die Schwingform im Bereich B (Eckenstrahler). In diesem Wellenzahlbereich reicht die Trägheit der Luft aus, um an den Ecken der Platte akustische Quellen der Fernfeldleistung zu erzeugen. Dieser Fall ist in 4.20 für eine Frequenz von 600 Hz dargestellt.

Eine weitere Erhöhung der Frequenz führt dazu, dass $k_x < k$, $k_y > k$ und die Abstrahlcharakteristik der Eigenform sich zum Randstrahler (Bereich A) ändert. Dadurch, dass nur k_x

überkritisch ist, strahlen hauptsächlich die in x-Richtung ausgerichteten Ränder der Platte Schall ab (siehe Abbildung 4.20 bei 1275 Hz).

Wenn der Bereich E unter der Bedingung $k_x < k$ und $k_y < k$, wobei $\sqrt{k_x^2 + k_y^2} > k$, erreicht wird, dann befinden sich die Quellen der Fernfeldleistung an allen vier Rändern der Platte (siehe Abbildung 4.20 bei 1950 Hz).

Sobald die Biegewellen in beide Raumrichtungen überkritisch werden mit $k_x < k$ und $k_y < k$, wobei $\sqrt{k_x^2 + k_y^2} < k$, erreicht die Eigenform die Koinzidenzfrequenz und strahlt mit der gesamten Fläche den Schall effizient ins Fernfeld ab (siehe Abbildung 4.20 bei 2500 Hz). Generell gilt, dass mit steigender Frequenz die positiven Anteile in der Fernfeldintensität immer größer werden, bis in der Nähe der Koinzidenzfrequenz (Bereich D) nur noch Quellen übrig bleiben.

4.4.8. Räumliche Verteilung der Überschallintensität

Eine Alternative zur gezeigten räumlichen Verteilung der Fernfeldintensität bietet die sogenannte Überschallintensität (Engl.: supersonic intensity). Mit deren Hilfe lassen sich die Erkenntnisse aus der Betrachtung der Fernfeldintensität im Rahmen der Teilhypothese 2 mit einem alternativen Verfahren überprüfen und ergänzen.

Das Verfahren zur Berechnung der Überschallintensität wurde vor einigen Jahren eingeführt und erlaubt eine Schätzung des Anteils akustischer Energie, die sich ins Fernfeld ausbreiten kann. Die Überschallintensität unterscheidet sich von der konventionellen Intensität dadurch, dass die zirkulierenden Nahfeldanteile eliminiert werden. Deshalb wird es möglich, die Bereiche der Plattenstruktur zu identifizieren, die für die Abstrahlung ins Fernfeld relevant sind. In anderen Worten, aus der Verteilung von Quellen und Senken wird durch die Betrachtung der Überschallintensität eine reine Quellenverteilung.

Der Begriff Überschallintensität wurde in Anlehnung an die Überschallbiegewellen eingeführt, die bekanntermaßen effiziente Schallstrahler ins Fernfeld sind. Diese Bezeichnung mag etwas verwirren, weil die Quellen mit hoher Überschallintensität nicht zwingend oberhalb der Koinzidenzfrequenz liegen. Wie später gezeigt wird, kann die Überschallintensität einer Schwingform auch deutlich unterhalb der Koinzidenzfrequenz, z. B. im Frequenzbereich der Rand- und Eckenstrahler, auftreten.

Das Verfahren zur Berechnung der Überschallintensität auf Basis der Fourierzerlegung ist in einigen Literaturquellen zu finden [123],[122],[37],[36] und wird nun kurz erläutert.

Zur Berechnung der Überschallintensität wird zunächst das Wellenzahlspektrum des Schalldrucks $P(k_x, k_y, z)$ und der Schnelle $V(k_x, k_y, z)$ in Normalenrichtung in der z-Ebene mittels 2D-FFT berechnet:

$$P(k_x, k_y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} p(x, y, z) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (4.68)$$

$$V(k_x, k_y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} v_n(x, y, z) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (4.69)$$

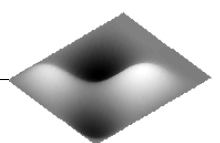


Abbildung 4.21 zeigt das Wellenzahlspektrum der Schnellen für eine 4×2 -Schwingungseigenform der Referenzplatte. Der schwarze Kreis in der Mitte des Diagramms zeigt die akustische Wellenzahl bei einer Frequenz von 600 Hz . Die roten Bereiche im Spektrum signalisieren dabei die Biegewellenzahlen der Eigenform $k_x = m\pi/L_x$ und $k_y = n\pi/L_y$.

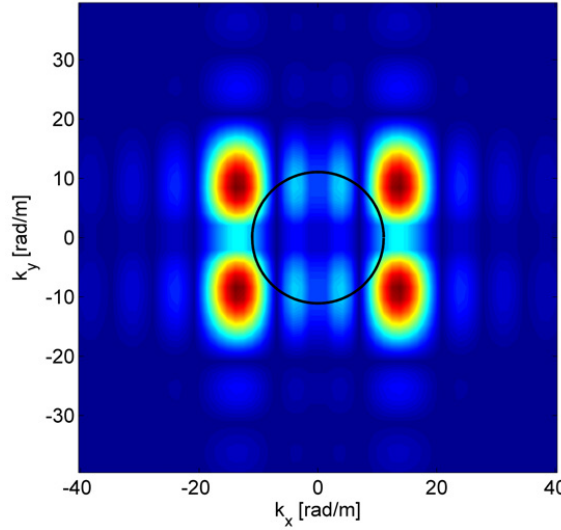


Abbildung 4.21.: Wellenzahlspektrum der 4×2 -Schwingungseigenform

Der Überschalldruck p_s und die Überschallschnelle v_s ergeben sich nach der Rücktransformation der Wellenzahlspektren des Schalldrucks und der Schallschnelle, integriert über der Fläche des akustischen Kreises S_R , unter der Bedingung, dass $k_x^2 + k_y^2 \leq k^2$, wie folgt:

$$p_s(x, y, z) = \iint_{S_R} P(k_x, k_y, z) e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (4.70)$$

$$v_s(x, y, z) = \iint_{S_R} V(k_x, k_y, z) e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (4.71)$$

Die Überschallintensität berechnet sich nach dem Einsetzen von p_s und v_s in Gleichung 4.44:

$$I_s(x, y, z) = \frac{1}{2} \Re(p_s(x, y, z) v_s(x, y, z)^*) \quad (4.72)$$

Zur Berechnung der Überschallintensität wird in dieser Arbeit das direkte Verfahren nach Fernandez-Grande und Jacobsen [37] angewendet. Abbildung 4.22 zeigt die räumliche Verteilung der Überschallintensität für eine Auswahl an Eigenformen der Referenzplatte. Um das charakteristische Verhalten der Eigenformen aufzuzeigen, wurde für die ersten vier Eigenformen die Frequenz von 500 Hz und für die 1×4 -Eigenform eine Frequenz von 800 Hz gewählt. Die Kontur der Platte ist in den Abbildungen mit roter Farbe angedeutet. Im Vergleich zur konventionellen Schallintensität zeigt die Überschallintensität nur die Quellen der Fernfeldleistung, die immer größer als null sind.

In Anlehnung an das Wellenzahldiagramm in Abbildung 4.18 wird deutlich, dass aufgrund der stark unterschiedlichen Wellenzahlen in x- und y-Richtung die 3×1 - und 1×4 -Eigenformen

ein ausgeprägtes Randstrahlerverhalten (Bereiche C und A) zeigen. Die 2×2 -Eigenform, deren Wellenzahlen k_x und k_y näher beieinander liegen, zeigt dagegen ein ausgeprägtes Eckenstrahlerverhalten (Bereich B).

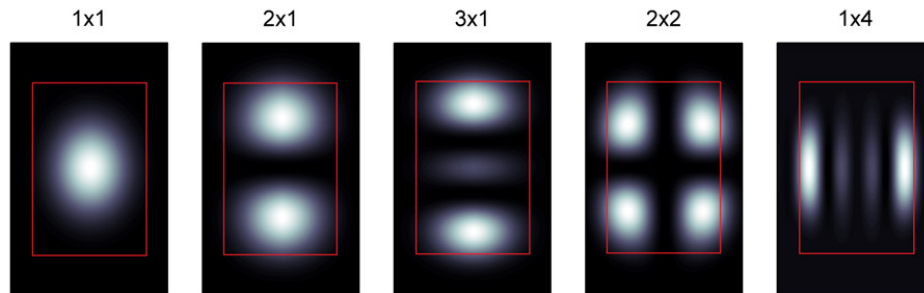


Abbildung 4.22.: Überschallintensität einiger Eigenformen der Referenzplatte

Da die Überschallintensität ebenfalls frequenzabhängig ist, lässt sich damit die unterschiedliche Abstrahlcharakteristik der 7×7 -Eigenform, ähnlich zu den Ergebnissen in Abbildung 4.20, visualisieren. Die Verteilung der Überschallintensitäten der 7×7 -Eigenform bei unterschiedlichen Frequenzen ist in Abbildung 4.23 gezeigt.

Aus den dargestellten Verteilungen der 7×7 -Eigenform wird deutlich, dass mit Hilfe der Überschallintensität die Abstrahlcharakteristiken im Fernfeld noch wesentlich prägnanter als z. B. in Abbildung 4.20 unterschieden werden können. Dadurch, dass die Übergänge zwischen den einzelnen Bereichen nicht eindeutig sind, werden zur besseren Unterscheidung einzelner Abstrahlcharakteristiken bei der Überschallintensität andere Frequenzen als in Abbildung 4.20 betrachtet.

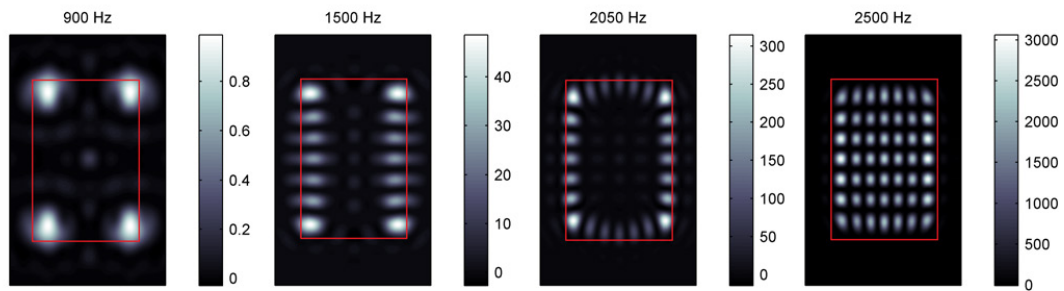
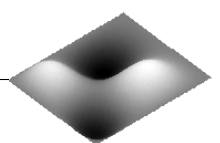


Abbildung 4.23.: Überschallintensität der 7×7 -Eigenform der Referenzplatte

4.4.9. Richtcharakteristik des Schallfeldes

Im Rahmen der Teilhypothese 2 soll nicht nur der Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf die Verteilung akustischer Quellen und Senken, sondern auch auf das abgestrahlte Schallfeld untersucht werden. Zur Berechnung der Schalldruckverteilung im Fernfeld wird Gleichung 4.46 angewendet. In diesem Fall wird die Impedanzmatrix \mathbf{Z} nicht oberhalb der Plattenoberfläche, sondern für die Feldpunkte auf einer Halbkugel mit 3 m Radius berechnet. Auf



der Hemisphäre werden mindesten sechs Feldpunkte pro geringster akustischer Wellenlänge bei 2500 Hz verteilt. Abbildung 4.24 zeigt die Verteilung der Feldpunkte oberhalb der Referenzplatte.

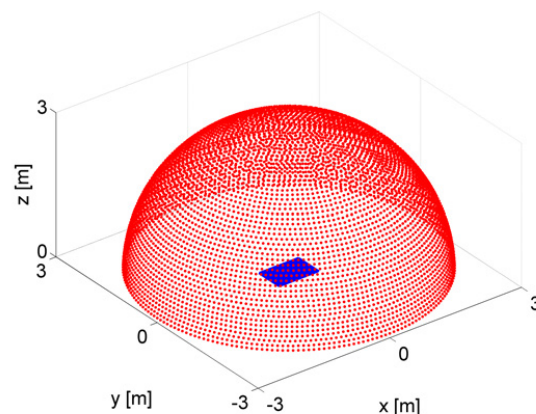


Abbildung 4.24.: Hemisphäre zur Berechnung der Richtcharakteristik

Zur Erläuterung der wichtigen Zusammenhänge zur Richtcharakteristik wurde das abgestrahlte Schallfeld für einige Struktureigenformen bei unterschiedlichen Frequenzen berechnet. Generell werden die Richtcharakteristiken der Eigenformen in Monopol-, Dipol- und Quadrupolstrahler klassifiziert. Abbildung 4.25 zeigt die Draufsicht auf eine auf der Halbkugel berechneten Schalldruckverteilung der 1×1 -Eigenform. Zur besseren Vergleichbarkeit wurden die Schalldrücke auf den jeweiligen Maximalwert bei der betreffenden Frequenz normiert.

Aufgrund des hohen Kopplungsfaktors in die erste Schallstrahlungsmode (siehe Abbildung 4.17) zeigt die 1×1 -Schwingform das Verhalten eines typischen Monopolstrahlers. Es wird ein kugelförmiges Schallfeld abgestrahlt, das bei tiefen Frequenzen zunächst sehr homogen und ungerichtet ist (siehe Frequenz von 100 Hz). Mit steigender Frequenz, z. B. bei 520 Hz , wird das Schallfeld immer gerichteter. Bei höheren Frequenzen, wie z. B. bei 2500 Hz , bilden sich neben der Hauptkeule auch sichtbare Nebenkeulen aus [89].

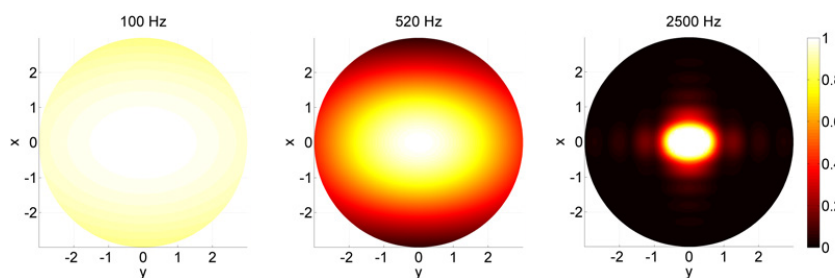


Abbildung 4.25.: Richtcharakteristik der 1×1 -Eigenform der Referenzplatte

In Abbildung 4.26 ist die Schalldruckverteilung der 2×1 -Eigenform gezeigt, die effizient in die zweite Schallstrahlungsmode einkoppelt (Abbildung 4.17) und dadurch einen Dipolcharakter aufweist. Auch hier wird das Schallfeld mit steigender Frequenz immer gerichteter.

Die 2×2 -Struktureigenform, deren Abstrahlverhalten in Abbildung 4.27 gezeigt ist, besitzt hohe Kopplungsfaktoren in die vierte Schallstrahlungsmode. Dies führt dazu, dass das abgestrahlte Schallfeld einem Quadrupolverhalten entspricht.

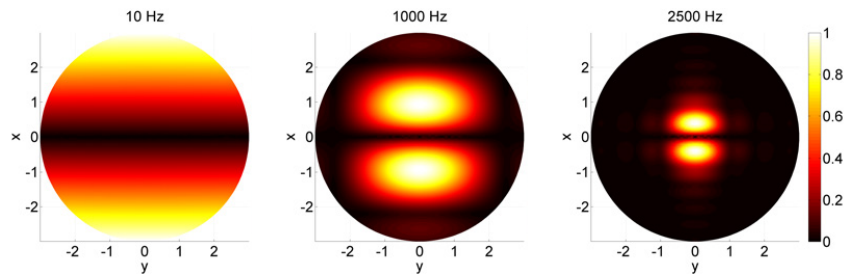


Abbildung 4.26.: Richtcharakteristik der 2×1 -Eigenform der Referenzplatte

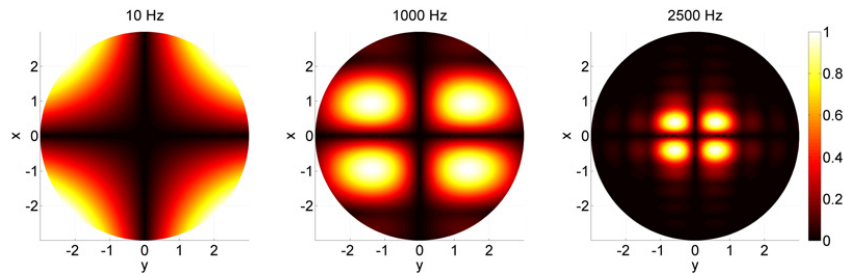


Abbildung 4.27.: Richtcharakteristik der 2×2 -Eigenform der Referenzplatte

Die in Abschnitt 4.4.7 im Detail betrachtete 7×7 -Eigenform zeigt durch einen hohen Kopplungsfaktor in die erste Schallstrahlungsmoden im unteren Frequenzbereich einen Monopolcharakter. Ähnlich wie bei der bereits betrachteten 1×1 -Eigenform ist das Schallfeld bei tiefen Frequenzen sehr homogen. Erst mit steigender Frequenz bilden sich vier prägnante Hauptkeulen mit zahlreichen Nebenkeulen.

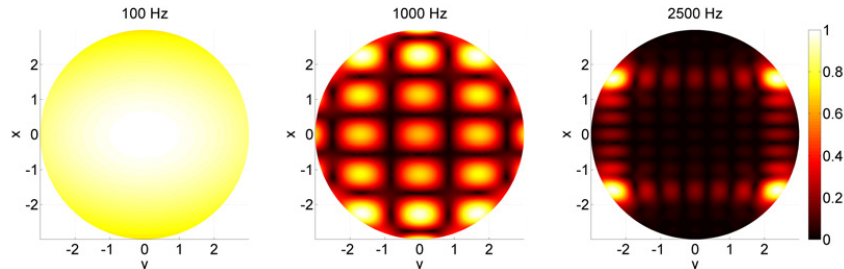
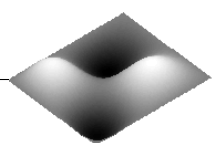


Abbildung 4.28.: Richtcharakteristik der 7×7 -Eigenform der Referenzplatte

Zusammenfassend können einige wichtige Schlussfolgerungen hinsichtlich der Richtcharakteristik des Schallfeldes oberhalb der schwingenden Platte gemacht werden. Abhängig von der Kopplungsstärke der Eigenformen in die erste, zweite, dritte oder vierte Schallstrahlungsmoden (siehe Abbildung 4.15) entspricht das abgestrahlte Schalldruckfeld dem Monopol-, Dipol- oder Quadrupolverhalten. Bei niedrigen Frequenzen ist das Schallfeld entsprechend seines Charakters homogen und ungerichtet. Mit steigender Frequenz richtet sich das Schalldruckfeld immer mehr in Richtung des Lotes, das in die Mitte der Platte zeigt, aus. Dabei bilden sich neben den ausgeprägten Hauptkeulen zahlreiche Nebenkeulen aus.

4.4.10. Abstrahlgrad der Platte

Die bisherige Betrachtung von Abstrahlgraden adressierte vor allem die Eigenschaften einzelner Eigenformen. Im Rahmen der Teilhypothesen 3 und 4 sollen aber auch Einflüsse



komplexer Eigenformen auf die Schallabstrahlung der Platte untersucht werden. Als Bewertungskriterium können neben der abgestrahlten Schallleistung auch der Abstrahlgrad und der Gesamtabstrahlgrad der Platte verwendet werden. Der Abstrahlgrad der Platte kann entsprechend der Beziehung in Gleichung 4.52 berechnet werden, wenn die gemessene Schallleistung der Platte W auf die Leistung des Kolbenstrahlers W_0 mit den gleichen Schnellen normiert wird. Wichtig an dieser Stelle ist, dass die Amplituden- und Phasenverteilung der Betriebsschwingformen maßgeblich von der Strukturanregung abhängig ist, weshalb der auf diese Weise berechnete Abstrahlgrad der Platte nicht eindeutig ist. Es spiegelt zwar das Abstrahlvermögen der Platte bei unterschiedlichen Frequenzen wider, bleibt aber immer anregungspezifisch. In anderen Worten, entspricht diese Größe eher einer auf die Strukturschnelle normierten Schallleistung und nicht dem tatsächlichen Gesamtabstrahlgrad der Platte. Alternativ wird von Xie, Thompson und Jones in [126] ein Verfahren gezeigt, welches für die Ermittlung des Gesamtabstrahlgrades der Platte geeignet ist. Dabei wird die abgestrahlte Schallleistung sowie die quadratische Strukturschnelle über alle möglichen Anregungspunkte gemittelt. Deshalb wird der Gesamtabstrahlgrad im Vergleich zur gerade diskutierten normierten Schallleistung anregungsunabhängig.

Nach diesem Verfahren lässt sich die frequenzabhängige, räumlich gemittelte, quadratische Schnelle $\langle \overline{v_{mn}^2} \rangle$ einer $m \times n$ -Eigenform für alle möglichen Anregungspunkte (x_0, y_0) innerhalb eines diskreten Netzes, mit folgender Beziehung berechnen [126]:

$$\langle \overline{v_{mn}^2} \rangle = \frac{1}{S} \int_S \langle \overline{v_{mn}^2} \rangle dx_0 dy_0 = \frac{1}{2M^2} \frac{\omega^2 |F|^2}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_{mn}^2 \omega_{mn}^4} \quad (4.73)$$

Aufsummiert über alle beteiligten Eigenformen ergibt sich die räumlich gemittelte, quadratische Schnelle $\langle \overline{v^2} \rangle$ zu:

$$\langle \overline{v^2} \rangle = \frac{\omega^2 |F|^2}{2M^2} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \frac{1}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_{mn}^2 \omega_{mn}^4} \quad (4.74)$$

Der Beitrag einer Eigenform zur abgestrahlten Schallleistung W_{mn} ermittelt sich aus dem jeweiligen modalen Abstrahlgrad und der über alle Anregungspunkte gemittelten, quadratischen Schnelle zu:

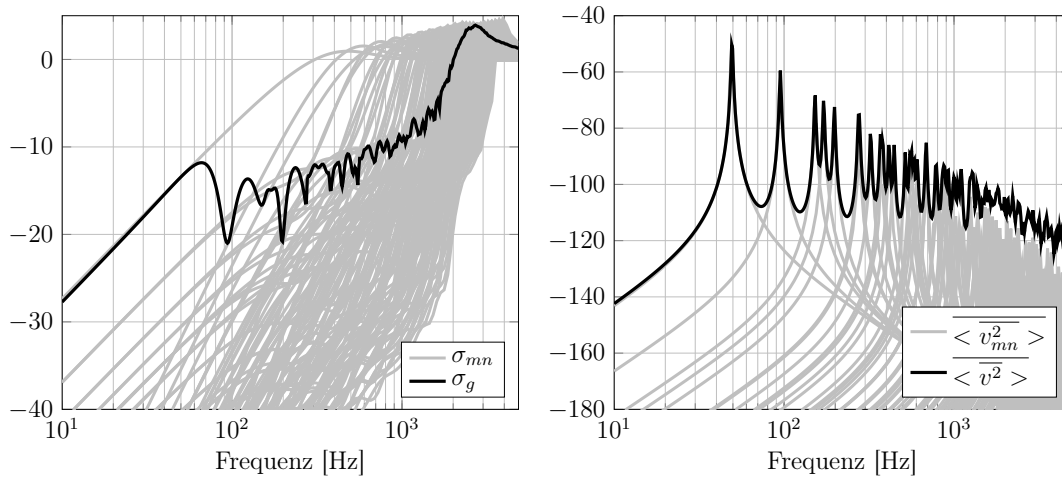
$$W_{mn} = \rho_0 c_0 S \sigma_{mn} \langle \overline{v_{mn}^2} \rangle \quad (4.75)$$

Mit der Referenzschallleistung W_0 :

$$W_0 = \rho_0 c_0 S \langle \overline{v^2} \rangle \quad (4.76)$$

berechnet sich der Gesamtabstrahlgrad der Platte σ_g nach folgender Beziehung:

$$\sigma_g = \frac{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N W_{mn}}{W_0} = \frac{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \rho_0 c_0 S \sigma_{mn} \langle \overline{v_{mn}^2} \rangle}{\rho_0 c_0 S \langle \overline{v^2} \rangle} = \frac{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \sigma_{mn} \langle \overline{v_{mn}^2} \rangle}{\langle \overline{v^2} \rangle} \quad (4.77)$$



(a) Modale Abstrahlgrade und der Gesamtabstrahlgrad

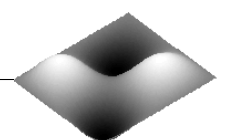
(b) Gemittelte Strukturschnelle

Abbildung 4.29.: Die Abstrahlgrade und die gemittelte Strukturschnelle einer gelenkig gelagerten Platte

Abbildung 4.29 zeigt den berechneten Gesamtabstrahlgrad σ_g sowie die räumlich gemittelte, quadratische Schnelle der Referenzplatte $\langle \overline{v^2} \rangle$ bei einer Punktkraft von $F = 1 \text{ N}$. Zusätzlich zeigt Abbildung 4.29 auch die Anteile einzelner Eigenformen am Abstrahlgrad σ_{mn} und der quadratischen Strukturschnelle $\langle v_{mn}^2 \rangle$. Für den modalen Dämpfungsgrad der Struktureigenformen wurde zunächst ein konstanter Wert von $\zeta_{mn} = 0.01$ angenommen.

Der Gesamtabstrahlgrad steigt bei tiefen Frequenzen zunächst gleichmäßig an. Die Platte schwingt bis ca. 80 Hz hauptsächlich in der 1×1 -Fundamenteigenform, weshalb dieser Frequenzabschnitt von der Abstrahlcharakteristik der Monopolstrahler dominiert wird (siehe Abschnitt 4.4.7). Bei ca. 100 Hz liegt die Eigenfrequenz der zweiten Eigenform, die durch ihre gerade Ordnung weniger effizient abstrahlt. Deshalb bricht bei dieser Frequenz der Gesamtabstrahlgrad ein. Im mittleren Frequenzbereich zwischen 100 Hz und 2000 Hz , wo die Abstrahlung durch Ecken- und Randstrahler beeinflusst wird, zeigt der Gesamtabstrahlgrad zahlreiche und mit steigender Frequenz abnehmende Variationen. Beim Erreichen der Koinzidenzfrequenz nähert sich σ_g asymptotisch dem Wert von eins.

Ein wichtiger Punkt ist, dass bei der Formulierung in Gleichung 4.77 nur die modalen Abstrahleffizienzen σ_{mn} bei der Berechnung des Gesamtabstrahlgrades σ_g berücksichtigt werden. Das heißt, die in Kapitel 4.4.3 eingeführten Kreuzkopplungseffizienzen tauchen hier nicht auf. Der Grund dafür ist die Mittelung der Strukturantwort über alle Anregungspunkte, bei der durch die Orthogonalität der Eigenvektoren die Kreuzkopplungsterme eliminiert werden [126]. Wenn die Mittelung über alle Anregungspunkte nicht durchgeführt wird und der Abstrahlgrad der Platte bei gegebener Punktkraftanregung mit Gleichung 4.54 berechnet wird, dann bleibt der Einfluss von Kreuzkopplungseffizienzen erhalten. Dafür werden die Abstrahlgrade der Referenzplatte bei Punktkraftanregung mit und ohne Berücksichtigung der Kreuzkopplungen berechnet und das Resultat in Abbildung 4.30 gezeigt. Die Abweichung zwischen den Abstrahlgraden σ und σ_{Eig} beträgt im mittleren Frequenzbereich der Ecken- und Randstrahler bis zu 3 dB .



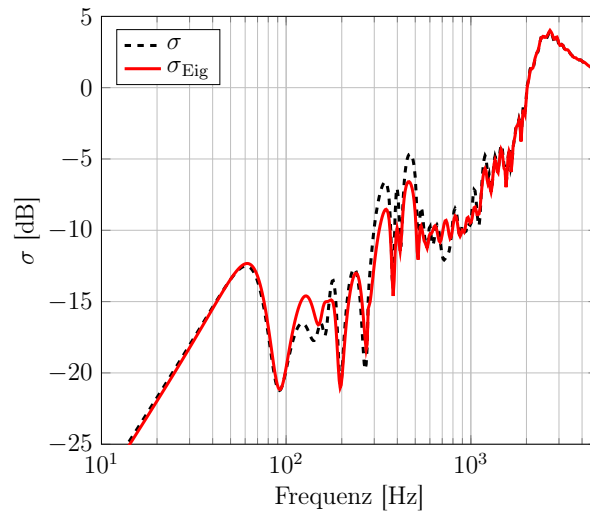


Abbildung 4.30.: Abstrahlgrade der Referenzplatte bei einer Punktkraftanregung mit (σ) und ohne (σ_{Eig}) Berücksichtigung der Kreuzkopplung

In Kapitel 3 wurde anhand der Messungen an einer bedämpften Sandwichplatte der Einfluss der Dämpfung auf den Abstrahlgrad der Platte diskutiert (siehe Abbildung 3.7). Demnach erhöht sich der Gesamtabstrahlgrad im mittleren Frequenzbereich mit steigender Strukturdämpfung. Dieser Einfluss kann auch mit Hilfe des über alle Anregungspunkte gemittelten Gesamtabstrahlgrades gezeigt werden. Hierfür werden vier unterschiedliche Dämpfungsgrade von $\zeta_{mn} = 0.01$ bis $\zeta_{mn} = 0.2$ betrachtet. Die resultierenden Gesamtabstrahlgrade und die quadratischen Strukturschnellen sind im Diagramm 4.31 abgebildet. Zu sehen ist, dass sich mit steigendem Dämpfungsgrad im Frequenzbereich der Ecken- und Randstrahler der Gesamtabstrahlgrad erhöht. Weiterhin ist zu erkennen, dass ein höher bedämpftes System wesentlich weniger Variationen im Abstrahlgrad aufweist.

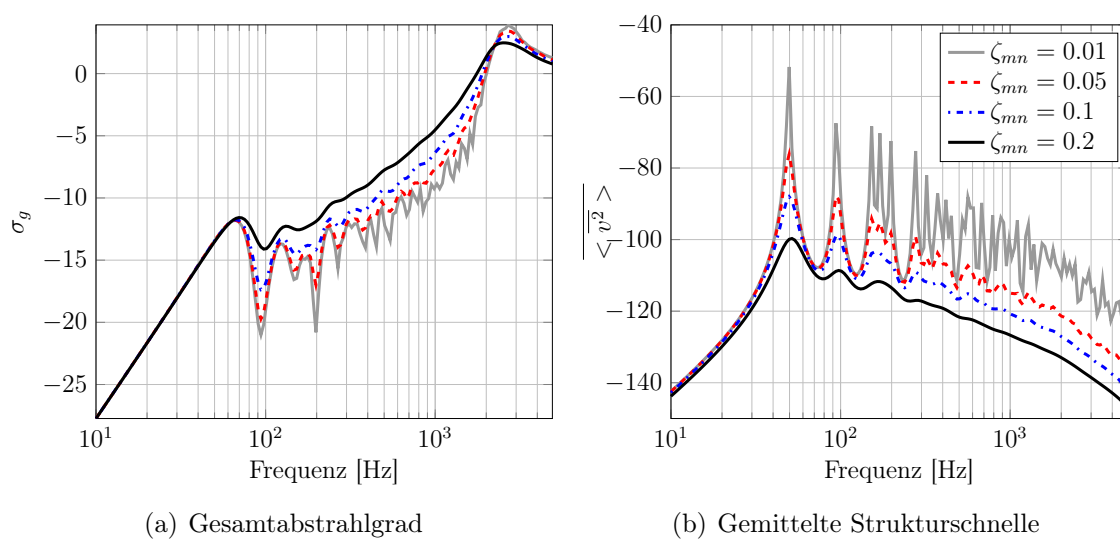


Abbildung 4.31.: Einfluss der Dämpfung auf die Abstrahlgrade und gemittelten Strukturschnellen einer gelenkig gelagerten Platte

Der Grund für die Erhöhung des Gesamtabstrahlgrades mit steigender Dämpfung liegt in der Veränderung der auftretenden Betriebsschwingformen. Hohe Werte der Strukturdämpfung verringern die Amplitudenüberhöhungen im Bereich der Resonanzen und steigern die Dämpfungskopplung zwischen den einzelnen Struktureigenformen (siehe Abbildung 4.31(b)). Hohe Dämpfungskopplung führt zu Betriebsschwingformen, die nicht durch ausgeprägte stehende Wellen der Eigenformen dominiert werden. Vielmehr antwortet die Platte mit einer kolbenartigen, phasengleichen Bewegung im Bereich der Punktkraftanregung. Da der Abstrahlgrad des Kolbenstrahlers unterhalb der Koinzidenzfrequenz stets größer ist als der einer in Eigenformen schwingenden Platte, erhöht sich entsprechend auch der Gesamtabstrahlgrad. Dadurch, dass diese kolbenartige Bewegung über weite Frequenzabschnitte gleich bleibt, gibt es in diesem Bereich auch kaum Variationen im Gesamtabstrahlgrad.

Abbildung 4.32 zeigt die Betriebsschwingformen der Referenzplatte bei einer Punktkraftanregung in der Mitte für unterschiedliche Werte der Strukturdämpfung. Während bei geringer Dämpfung die Antwort der Platte von der 5×3 -Eigenform dominiert wird, zeigt sich bei $\zeta_{mn} = 0.2$ eine abstrahleffiziente, kolbenartige Bewegung in der Plattenmitte.

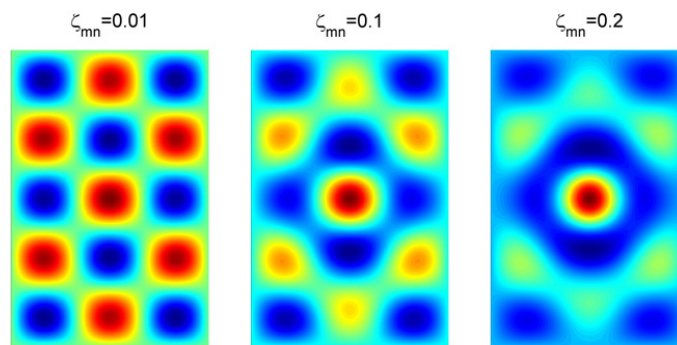
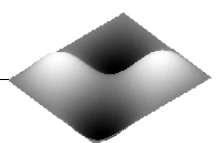


Abbildung 4.32.: Betriebsschwingformen der Referenzplatte bei 670 Hz und unterschiedlicher Dämpfungen

Bei den gezeigten Ergebnissen ist wichtig, dass der Einfluss der Dämpfung lediglich die Erhöhung der Dämpfungskopplung widerspiegelt. Bei den bisher berechneten Gesamtabstrahlgraden wird davon ausgegangen, dass die Dämpfungsverteilung homogen ist und die Struktureigenformen rein reell sind. Die im Mittelpunkt dieser Arbeit stehende Untersuchung des Einflusses der Komplexität von Eigenformen auf den Gesamtabstrahlgrad ist ein wesentlicher Teil der kommenden Betrachtungen im Rahmen der Teilhypothesen 3 und 4.

4.4.11. Einfluss der Randbedingungen

Aufgrund der einfachen analytischen Beschreibung der Strukturmechanik ist die Betrachtung gelenkig gelagerter Platten in der Literatur weit verbreitet [66], [112]. Bei gelenkiger Lagerung werden an den Rändern der Platte die translatorischen, aber nicht die rotatorischen Freiheitsgrade gesperrt. Eine weitere weitverbreitete Lagerung ist die feste Einspannung, bei der alle sechs Freiheitsgrade am Plattenrand gesperrt werden. In diesem Fall ist die analytische Formulierung etwas komplizierter, da es z. B. keine geschlossene Lösung für die Eigenvektoren gibt. In der Realität gibt es allerdings nur selten Fälle, wo die Randbedingungen der Platte entweder einer reinen gelenkigen Lagerung oder einer festen Einspannung ent-



sprechen. Meistens besitzt die Plattenlagerung gemischte Eigenschaften, sodass weder freie noch absolut gesperrte Freiheitsgrade vorhanden sind. Das trifft auch für den experimentellen Aufbau zu, der im Rahmen dieser Arbeit zur Validierung der Forschungshypothesen benutzt und später genau beschrieben wird. Trotz des Stahlrahmens kann nicht von einer festen Einspannung ausgegangen werden, weil die Steifigkeit der Lagerung nicht unendlich ist. Deshalb soll in diesem Abschnitt der Einfluss der Lagerungsbedingung auf die gezeigten akustischen Metriken diskutiert werden.

Zur Ermittlung von Eigenwerten und Eigenvektoren der Referenzplatte bei unterschiedlichen Lagerungsbedingungen wird ein FE-Modell in der kommerziellen FE-Software ANSYS aufgebaut und der Modalanalyse ohne Berücksichtigung der Dämpfung unterzogen. Abbildung 4.33 links zeigt am Beispiel einiger Eigenformen den Einfluss der Lagerungsbedingung auf den modalen Abstrahlgrad. Zu sehen ist, dass die unteren Eigenformen, wie 1×1 und 2×1 , von der Einspannbedingung kaum beeinflusst werden. Bei höheren Eigenformen zeigt die eingespannte Platte einen um maximal 4 dB höheren modalen Abstrahlgrad. Unterhalb der Koinzidenzfrequenz ist diese Abweichung annähernd konstant und ändert den grundsätzlichen Verlauf des Abstrahlgrades nicht. Diese Beobachtung zum Einfluss der Randbedingungen entspricht den Aussagen aus der Literatur ([33], S.157).

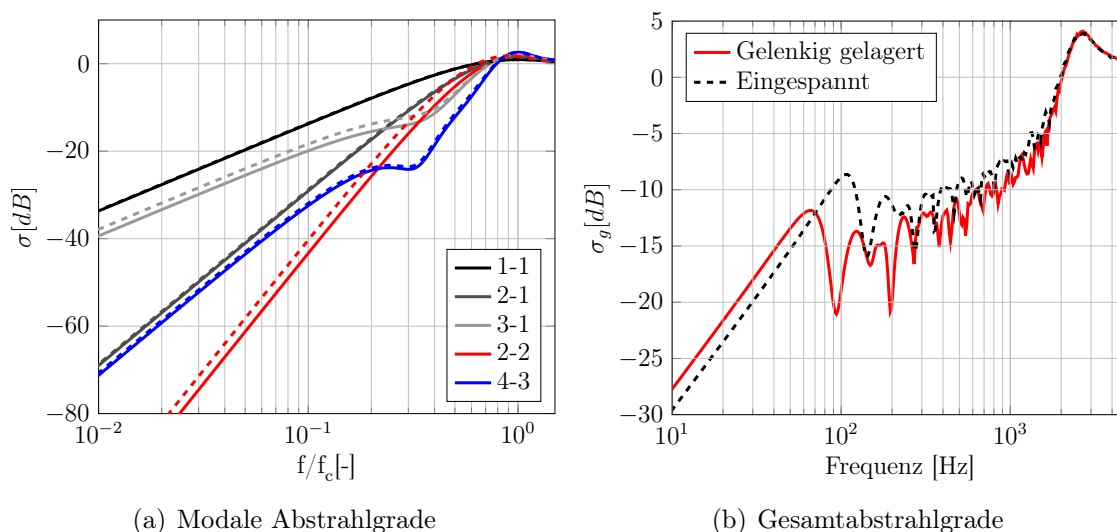


Abbildung 4.33.: Abstrahleffizienzen der gelenkig gelagerten (—) und eingespannten (---) Referenzplatte

Der Einfluss der Einspannung auf die modalen Abstrahlgrade spiegelt sich auch im Gesamtabstrahlgrad wider. Abbildung 4.33 rechts zeigt die berechneten Gesamtabstrahlgrade bei unterschiedlicher Einspannung. Im tieffrequenten Bereich der Monopolstrahler ist die Abstrahleffizienz der eingespannten Platte im Vergleich zu gelenkig gelagerten Platte um 2 dB geringer. Im Bereich der Rand- und Eckenstrahler zeigt die eingespannte Platte, entsprechend den Ergebnissen modaler Abstrahlgrade, eine um 2 bis 6 dB höhere Abstrahleffizienz.

Entsprechend der unterschiedlichen Amplitudenverteilungen von Struktureigenformen der gelenkig gelagerten und der eingespannten Platte unterscheiden sich auch die Verteilung von Schallintensitätsquellen und -senken sowie das abgestrahlte Schallfeld. Allerdings sind die Unterschiede gering und die prinzipielle Charakteristik bleibt gleich. Das gilt auch für

die Kreuzkopplungseffizienzen, deren Verlauf unwesentlich von der Art der Einspannung beeinflusst wird. Aus diesem Grund wird bei den Betrachtungen entlang der Teilhypothesen auf eine durchgehende simultane Analyse beider Arten der Randbedingung weitestgehend verzichtet. An einigen wichtigen Stellen werden die Ergebnisse jedoch für beide Arten der Lagerungsbedingung gezeigt.

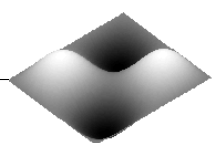
4.4.12. Zusammenfassende Diskussion

Die vorangegangenen Betrachtungen haben die relevanten Metriken gezeigt, die zur Charakterisierung einzelner Schwingformen sowie zur Evaluierung der Schallabstrahlung der gesamten Platte geeignet sind. Bei der Betrachtung einzelner Eigenformen oder der Betriebsschwingformen im Rahmen der ersten Betrachtungsebene der Teilhypothesen spielt der Abstrahlgrad eine zentrale Rolle. Dieser erlaubt für unterschiedliche reelle und komplexe Schwingformen eine anschauliche Differenzierung ihres Abstrahlvermögens. Besonders interessant dabei sind die Vorgänge unterhalb der Koinzidenzfrequenz, da sich die Schwingformen dort bedeutend voneinander unterscheiden, wobei vor allem der resistive Fernfeldanteil von besonderem Interesse ist. Der reaktive Nahfeldanteil wurde nur der Vollständigkeit halber bei der Beschreibung der Modellbildung erwähnt, weil er einerseits in der Literatur kaum betrachtet wird und andererseits diese Dissertation in erster Linie die Abstrahlung ins Fernfeld adressiert.

Die zweite wichtige Metrik ist die räumliche Verteilung der Schallintensität, welche den Einblick in die physikalischen Vorgänge, wie den akustischen Kurzschluss, ermöglicht. So lassen sich die Bereiche der Platte identifizieren, die als Quellen oder Senken der Fernfeldleistung agieren. Diese Information ist für das Verständnis des Abstrahlverhaltens komplexer Eigenformen von zentraler Bedeutung. Die zusätzliche Betrachtung der Überschallintensität, welche auf reinen Quellen basiert, ergänzt die vorgestellten Methoden.

Zur Charakterisierung des abgestrahlten Schallfeldes einer Schwingform eignet sich die Betrachtung der Schalldrücke, welche auf einer Hemisphäre oberhalb der Platte ausgewertet werden. Auf diese Weise lassen sich Erkenntnisse über die Besonderheiten komplexer Eigenformen hinsichtlich des prinzipiellen Charakters des Schallfeldes (Monopol, Dipol, Quadrupol) bei tiefen Frequenzen und der Neigung der Keulen bei hohen Frequenzen gewinnen.

Bei der Analyse der Forschungshypothesen auf der zweiten Betrachtungsebene spielt die Betrachtung der Kreuzkopplungseffizienzen, des Gesamtabstrahlgrades und der abgestrahlten Schalleistung eine wichtige Rolle. Bei einer multimodalen Antwort der Platte haben die Kreuzkopplungen vor allem im Bereich zwischen den Resonanzen eine erhöhte Auswirkung auf die Schalleistung und werden von der Präsenz laufender Wellen sicherlich beeinflusst. Der Gesamtabstrahlgrad zeigt die Auswirkung reiner Eigeneffizienzen komplexer Eigenformen auf die Abstrahlcharakteristik der Platte ohne Berücksichtigung der Kreuzkopplungen. Mit Hilfe der Schalleistungsbetrachtung lassen sich alle Einflüsse inhomogener Dämpfung und der damit verbundenen Eigenvektorkomplexität gleichzeitig erfassen.



5. Analyse komplexer Schwingungseigenformen

Ein Resultat der im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Eigenwertzerlegung unter Berücksichtigung inhomogener Dämpfung sind die komplexen Schwingungseigenformen. Im Gegensatz zu den reellen Eigenformen bewegen sich bei den komplexen Eigenformen die Punkte auf der schwingenden Struktur nicht mehr mit einem Phasenwinkel von 0° oder 180° zueinander, sondern jeder Freiheitsgrad kann beliebige Phasenwinkel einnehmen. Die Knotenlinien der resonanten Schwingungen sind dadurch nicht mehr fest, sondern wandern innerhalb einer Schwingungsperiode.

Ähnlich zu den reellen Eigenformen sind auch die komplexen Eigenformen orthogonal zueinander, allerdings unter einer anderen Bedingung. Im Vergleich zu den reellen Eigenformen, die bezüglich der Steifigkeits- und Massebelegung orthogonal sind, basiert die Orthogonalitätsbedingung komplexer Eigenformen auf den Systemmatrizen \mathbf{A} und \mathbf{B} (siehe Abschnitt 4.3.3). Die genaue mathematische Beschreibung der Orthogonalitätseigenschaften reeller und komplexer Eigenformen ist im Anhang im Abschnitt A.1.3 zu finden.

Eine weitere wichtige Eigenschaft komplexer Eigenformen ist deren Komplexitätsgrad. Der Komplexitätsgrad der Eigenformen variiert je nach dem, wie die Dämpfung auf der Struktur verteilt ist und wie stark die Unterschiede im Dämpfungsgrad zwischen einzelnen Bereichen sind. Zur Quantifizierung der Komplexität können unterschiedliche Kenngrößen verwendet werden. Die bekannten Metriken zur Quantifizierung des Komplexitätsgrades werden zur Übersicht im nächsten Abschnitt zusammengefasst. Dadurch, dass mit zunehmender Komplexität des Eigenvektors die stehenden Wellen mit immer größeren Anteilen laufender Wellen überlagert werden, bietet es sich an, dieses Verhältnis der beiden Wellenarten als eine der Metriken einzuführen. Diese neuartige Herangehensweise zeigt, dass die Konfiguration laufender Wellen in Form des Anteils und der Richtung eine wichtige Rolle bei der Klassifizierung komplexer Schwingungseigenformen hinsichtlich deren Einflusses auf die Schallabstrahlcharakteristik hat.

5.1. Kenngrößen zum Vergleich komplexer Eigenformen

Die erste wichtige Metrik zum Vergleich komplexer Eigenformen bewertet nicht die Komplexität einer Schwingungseigenform, sondern die Ähnlichkeit zweier Eigenvektoren zueinander. Diese als Modal Assurance Criterion (MAC) bekannte Metrik bestimmt die Ähnlichkeit zwischen den Vektoren ϕ_i und ϕ_j nach dem Zusammenhang [7]:

$$MAC = \frac{|\sum_{i=1}^m \phi_j^H \phi_i|^2}{\sum_{i=1}^m \phi_i^H \phi_i \sum_{i=1}^m \phi_j^H \phi_j} \quad (5.1)$$

Das MAC signalisiert mit dem Wert von null die Unabhängigkeit und mit dem Wert eins die Kollinearität beider Vektoren zueinander. Diese Metrik ist vor allem im Bereich der experimentellen Modalanalyse sehr weit verbreitet. Mit ihrer Hilfe lassen sich beispielsweise experimentell identifizierte Eigenformen mit den Simulationsergebnissen abgleichen.

Eine der einfachsten Möglichkeiten die Komplexität eines Eigenvektors zu bewerten, ist der Blick auf deren Darstellung in der komplexen Zahlenebene oder im Polardiagramm (siehe z. B. Abbildung 2.1). Je größer die Streuung der Phasenwinkel der einzelnen Eigenvektoreinträge, desto größer ist die Komplexität des Eigenvektors. Eine weitere, bedeutend genauere Möglichkeit zur Quantifizierung der Komplexität bietet eine Reihe von Parametern, die im Wesentlichen ebenfalls auf der Betrachtung der Phasenwinkel basieren.

Der einfachste, aus der Literatur bekannte Parameter ist die mittlere Phase (MP) [60]. Diese Größe berechnet sich aus der Summe der Phasenwinkeln einzelner Freiheitsgrade α_i wie folgt:

$$MP = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i |\phi_i|}{\sum_{i=1}^N |\phi_i|} \quad (5.2)$$

Falls notwendig, können einzelne Phasenwinkel α_i mit den entsprechenden Amplituden $|\phi_i|$ skaliert werden, um gewichtete MP zu erhalten. Dadurch werden zur Berechnung der MP die Freiheitsgrade, z. B. am Rand der Platte, mit geringerer Wichtung berücksichtigt.

Eine weitere Größe zur Quantifizierung der Komplexität ist die mittlere Phasendifferenz (MPD: Mean Phase Deviation). Diese Größe beschreibt die mittlere Phasenabweichung einzelner nach Amplituden gewichteter Einträge zur Hauptrichtung des Eigenvektors [38].

$$MPD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\alpha_i - MP)^2 |\phi_i|}{\sum_{i=1}^N |\phi_i|}} \quad (5.3)$$

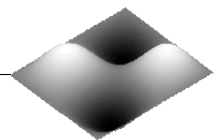
Dabei ist α_i der Winkel einzelner Eigenvektorkomponenten ϕ_i zur reellen Achse. Bei reellen Eigenvektoren ist die mittlere Phasenabweichung gleich null, wogegen sie bei komplexen Eigenformen einen Maximalwert von 90° erreichen kann.

Eine zusätzliche Möglichkeit zur Bewertung der Eigenvektorkomplexität resultiert aus der Betrachtung der Kreuzkorrelation der Real- und Imaginärteile [76]. Mit steigender Proportionalität der Dämpfung und sinkender Eigenvektorkomplexität erhöht sich die Korrelation zwischen den Real- und Imaginärteilen. Aus dieser Kenntnis kann ein modaler Kollinearitätsindex (MCI) abgeleitet werden:

$$MCI = 1 - \frac{|\Re(\tilde{\phi})^T \Im(\tilde{\phi})|}{\sqrt{[\Re(\tilde{\phi})^T \Re(\tilde{\phi})][\Im(\tilde{\phi})^T \Im(\tilde{\phi})]}} \quad \tilde{\phi} = \frac{\phi}{\max(|\phi|)} e^{j\pi/4} \quad (5.4)$$

Der Eigenvektor $\tilde{\phi}$ in der Gleichung 5.4 ist ein in Richtung der 45° -Linie ausgerichteter und auf seinen Maximalwert normierter Eigenvektor ϕ . Bei reellen Eigenformen wird der MCI gleich null und bei hochgradig komplexen Eigenformen gleich eins.

Die Komplexität des Eigenvektors kann ebenfalls durch die gemittelte Amplitude der Imaginärteile quantifiziert werden [76]. Dafür muss zunächst der Eigenvektor in Richtung der



reellen Achse ausgerichtet sein. Der Transformationswinkel Θ für die optimale Ausrichtung kann wie folgt berechnet werden:

$$\Theta = \arctan \left(\frac{\Re(\tilde{\phi})^T \Im(\tilde{\phi})}{\Re(\tilde{\phi})^T \Re(\tilde{\phi})} \right) \quad \hat{\phi} = \tilde{\phi} e^{-j\Theta} \quad (5.5)$$

Der modale Streuungsindex (MSI) berechnet sich dann als gemittelter Betrag der Imaginärteile des um den Winkel Θ transformierten Vektors $\hat{\phi}$:

$$MSI = \frac{\sum_{i=1}^N |\Im(\hat{\phi}_i)|}{N} \quad (5.6)$$

Eine der aktuellsten Metriken stammt aus den Arbeiten von Koruk und Sanliturk [60] und heißt MSC (Mode Shape Complexity). Die Besonderheit dieser Metrik liegt darin, dass sie nicht die mathematischen Eigenschaften des Eigenvektors, sondern mechanischen Kenngrößen des Systems beinhaltet. Die MSC setzt die minimale und maximale Dehnungsenergie U_m einer Eigenform, die im Laufe einer Schwingungsperiode auftritt, ins Verhältnis:

$$MSC = \frac{\min(U_m)}{\max(U_m)} \quad (5.7)$$

Wenn es sich um ein System mit reellen Eigenformen handelt, dann passieren alle Punkte der schwingenden Struktur auf einer rein stehenden Welle gleichzeitig die Auslenkung von null und dementsprechend wird durch $\min(U_m) = 0$ auch $MSC = 0$. Sobald es laufende Wellenanteile in einer Eigenform gibt, wird die minimale Dehnungsenergie innerhalb einer Periode größer als null und MSC kann im Extremfall den Wert von eins annehmen.

Jede der in diesem Abschnitt gezeigten Größen erlaubt auf eigene Art und Weise die quantitative Bewertung des Komplexitätsgrades einer Eigenform und stellt ein wichtiges Vergleichsmaß dar. Alle Metriken liefern dabei in den meisten Fällen etwas unterschiedliche Aussagen bezüglich des Komplexitätsgrades. Da es in den kommenden Untersuchungen vor allem auf den relativen Vergleich zwischen den unterschiedlichen Eigenformen ankommt, ist die genaue Kenntnis der Absolutwerte einzelner Metriken nebensächlich. Zur besseren Übersichtlichkeit beschränken sich die nachfolgenden Betrachtungen weitestgehend auf den MCI-Wert, der mit Werten zwischen null und eins als einfacher Indikator geeignet erscheint. In einigen Fällen werden zum Abgleich mit dem MCI, der MSI und MPD angewendet. Zusätzlich dazu wird im nächsten Abschnitt eine neuartige Metrik eingeführt, die direkt das Verhältnis, die Richtung und die räumliche Verteilung laufender Wellen quantifiziert.

5.2. SWR als neue Komplexitätsmetrik bei Platteneigenformen

In der Elektrotechnik wird oft mit eindimensionalen Wellenleitern, wie den Koaxial- oder Hohlleitern, gearbeitet. Diese haben prinzipiell identische Eigenschaften wie die eindimensionalen, strukturdynamischen Systeme, z. B. Saiten. Genau wie beim elektromagnetischen Hohlleiter bestimmen die Impedanzen der Randbedingungen das Wellenbild einer schwin-

genden Saite. Bei Rändern gleicher, angepasster Impedanz gibt es rein laufende Wellen, bei starken Impedanzsprüngen rein stehende Wellen. Dazwischen gibt es eine Überlagerung aus stehenden und laufenden Wellen, die mit dem Stehwellenverhältnis (Standing Wave Ratio, kurz: SWR) beschrieben wird. Diese Metrik wird bei der Analyse rotationssymmetrischer Strukturen, wo es aufgrund doppelter Eigenwerte zu einer überlagerten Bewegung stehender und laufender Wellen kommt, u.a. von Bucher angewendet [19], [18]. Dadurch, dass komplexe Schwingformen ebenfalls aus einer Überlagerung laufender und stehender Wellen bestehen, bietet sich die SWR als eine alternative Metrik zur deren Charakterisierung an.

5.2.1. SWR für eindimensionale Schwingungen

Zunächst wird die SWR auf eine komplexe, eindimensionale Schwingform angewendet. Im Allgemeinen lautet die Definition einer laufenden harmonischen Welle in x-Richtung mit der Frequenz ω , Amplitude A und Wellenzahl k_x wie folgt:

$$w(x, t) = \Re \left(A e^{j(\omega t - k_x x)} \right) \quad (5.8)$$

Eine stehende Welle entsteht aus der Überlagerung von zwei in entgegengesetzte Richtung laufenden Wellen gleicher Amplitude $A = B$:

$$w(x, t) = \Re \left(A e^{j(\omega t - k_x x)} \pm B e^{j(\omega t + k_x x)} \right) \quad (5.9)$$

Wenn die Koeffizienten A und B nicht gleich sind, entsteht im Wellenleiter eine Mischung aus laufenden und stehenden Wellen. Abbildung 5.1 zeigt exemplarisch für drei Koeffizientenpaare den orts- und zeitabhängigen Verlauf einer eindimensionalen Welle. Im linken Verlauf ist der zurücklaufende Anteil gleich null, woraus eine rein fortlaufende Welle resultiert. Bei $B = 1/3A$ im mittleren Bild werden die laufenden und stehenden Wellenanteile überlagert. Das rechte Bild zeigt den Fall einer rein stehenden Welle $A = B$ mit feststehenden Knotenlinien.

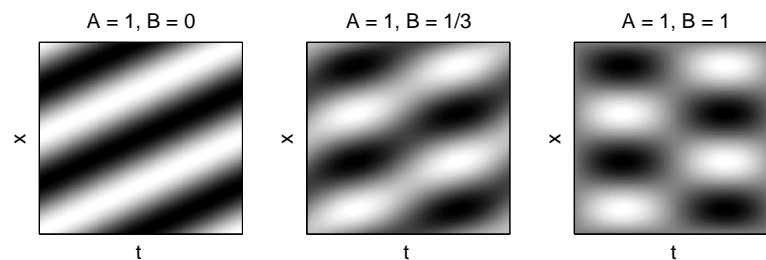


Abbildung 5.1.: Zeit- und ortsabhängige Darstellung der Wellenfunktion

Die in Gleichung 5.9 angegebene Definition kann auch in folgender Form angegeben werden:

$$w(x, t) = A(k_x x) \cos(\omega t) + B(k_x x) \sin(\omega t) \quad (5.10)$$

Die ortsabhängigen Amplituden $A(k_x x)$ und $B(k_x x)$ sind:

$$A(k_x x) = A_1 \cos(k_x x) + A_2 \sin(k_x x) \quad B(k_x x) = B_1 \cos(k_x x) + B_2 \sin(k_x x) \quad (5.11)$$

Die komplexe Amplitude $\hat{W}(k_x x)$ ergibt sich aus den reellen und imaginären Anteilen:

$$\hat{W}(k_x x) = A(k_x x) + iB(k_x x) \quad (5.12)$$

Das Einsetzen der Beziehungen aus Gleichung 5.11 in die Gleichung 5.12 liefert:

$$2\hat{W}(k_x x) = A_1(e^{jk_x x} + e^{-jk_x x}) - jA_2(e^{jk_x x} - e^{-jk_x x}) \quad (5.13)$$

$$+ jB_1(e^{jk_x x} + e^{-jk_x x}) + B_2(e^{jk_x x} - e^{-jk_x x}) \quad (5.14)$$

Das Zusammenfassen der einzelnen Terme ergibt:

$$\hat{W}(k_x x) = W_+ e^{ik_x x} + W_- e^{-ik_x x} \quad (5.15)$$

mit

$$W_+ = \frac{1}{2}[(A_1 + B_2) + j(B_1 - A_2)] \quad W_- = \frac{1}{2}[(A_1 - B_2) + j(B_1 + A_2)] \quad (5.16)$$

Die komplexen Zahlen W_+ und W_- enthalten Amplitude und Phase einer in positive und in negative Richtung laufenden Welle. Am Beispiel der Welle aus Abbildung 5.1 sind die Koeffizienten für den Fall $B = 1/3A$ im Bereich $0 \leq x \leq \lambda$ in Abbildung 5.2(a) gezeigt.

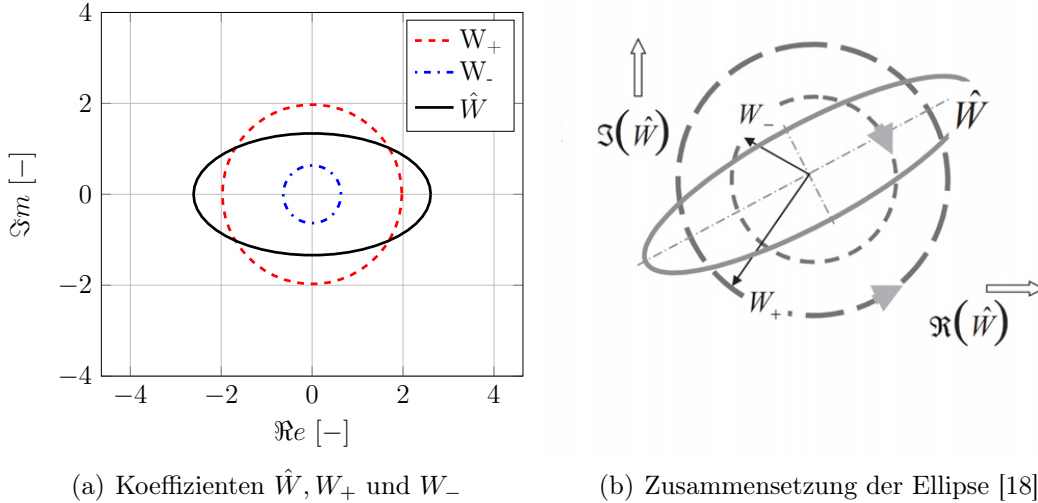


Abbildung 5.2.: Beschreibung einer Welle mit der Ellipse

Der Verlauf zeigt, dass \hat{W} eine Ellipse beschreibt, die aus der Summation positiver und negativer Koeffizienten entsteht. Das Verhalten einer komplexen Welle lässt sich durch diese Ellipse annähern. Die Ellipse ist um die Real- und Imaginärachse symmetrisch, wenn die Koeffizienten W_+ und W_- reell und die gegenläufigen Wellen in Phase sind. Liegt in anderen Fällen ein Phasenwinkel vor, so rotiert die Ellipse um den Koordinatenursprung (siehe Abbildung 5.2(b)). Wenn W_+ oder W_- null sind, dann wird die Ellipse zum Kreis und es handelt sich um eine entweder in positive oder negative Richtung rein laufende Welle.

Sind die Amplituden beider Koeffizienten gleich, dann treten rein stehende Wellen auf. Die Betrachtung der W -Koeffizienten ermöglicht die Definition der SWR und des Kehrwertes e :

$$SWR = \frac{|W_+| + |W_-|}{|W_+| - |W_-|} \quad e = \frac{1}{SWR} \quad (5.17)$$

Die SWR wird ± 1 wenn $|W_+| = 0$ oder $|W_-| = 0$, was rein laufende Wellen indiziert. Im Fall $|W_+| = |W_-|$ geht die SWR gegen unendlich und zeigt rein stehende Wellen an. Der Parameter e kann Werte im Bereich $-1 \leq e \leq 1$ annehmen und wird als Exzentrizität der in Abbildung 5.2(a) gezeigten Ellipse bezeichnet. Ein Wert von $e = -1$ bedeutet laufende Wellen in negativer und $e = 1$ in positiver Richtung. Bei $e = 0$ entsteht ein stehendes Wellenmuster. Im Gegensatz zur SWR ist der Kehrwert e besser handhabbar, weil dieser im Fall rein stehender Wellen nicht unendlich, sondern null wird.

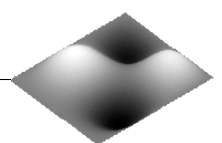
5.2.2. SWR in schwingenden Platten

Mit der Methodik der SWR wurden bisher die eindimensionalen Wellenleiter analysiert. Um die SWR auch auf zweidimensionale Probleme, wie schwingende Platten, anwenden zu können, wird im Rahmen dieser Arbeit eine Analysemethodik entwickelt, die es erlaubt, für ein zunächst reguläres FE-Netz die räumliche Verteilung der SWR-Werte zu berechnen.

Ein komplexes Schwingungsmuster auf einer Platte lässt sich in x - und y -Richtung in eine Anordnung eindimensionaler Wellenleiter mit den Auslenkungen \mathbf{w}_{x,n_x} und \mathbf{w}_{y,n_y} zerlegen. Für jede dieser Wellen können separat die Koeffizienten W_+ , W_- nach dem in [18] beschriebenen Vorgehen berechnet werden. Aus diesen Koeffizienten lassen sich anschließend für jeden Wellenleiter die SWR und deren Kehrwert e berechnen. Damit liefert diese Methodik nicht nur einzelne SWRs, sondern auch deren räumliche Verteilung entlang der beiden Plattendimensionen. Abbildung 5.3 zeigt diese Herangehensweise für die 3×2 -Schwingform.

Im gezeigten Fall des regulären FE-Netzes ist die Berechnung der reziproken SWRs nur in x - und y -Richtung oder entlang einer Diagonalen mit regelmäßiger Anordnung von Datenpunkten möglich. Wenn die Berechnung der e -Werte unter einem bestimmten Winkel von Interesse sein sollte, muss die Schwingform auf dem entsprechenden Gitter mit regelmäßiger Anordnung von Knotenpunkten in diese Richtung interpoliert werden. Für noch ungewöhnlichere Fälle, bei denen beispielsweise die Knotenlinien der Schwingform um den Mittelpunkt der Platte rotieren, muss die Schwingform auf einem zur Plattenmitte symmetrischen Gitter in Polarkoordinaten abgebildet werden, um eine sinnvolle Berechnung von reziproken SWRs zu ermöglichen.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass im Vergleich zu gewöhnlichen Metriken zur Komplexitätsbewertung, die im Abschnitt 5.1 diskutiert wurden, die reziproke SWR ein Potential besitzt, zusätzliche, akustisch relevante Informationen zu liefern. Anstatt eines skalaren Wertes für Eigenvektorkomplexität zeigt diese Methode neben dem Verhältnis und der Verteilung auch die Richtung laufender Wellen in einzelnen Bereichen der Schwingform an. Die Richtung der laufenden Wellen wird dabei durch das Vorzeichen angezeigt. Deshalb ermöglichen die von der SWR-Verteilung bereitgestellten Informationen einen Rückschluss auf die Wanderungsmuster der Knotenlinien. Wie in kommenden Abschnitten gezeigt wird, hat diese Information eine wichtige Bedeutung für die akustische Charakterisierung komplexer Schwingformen.



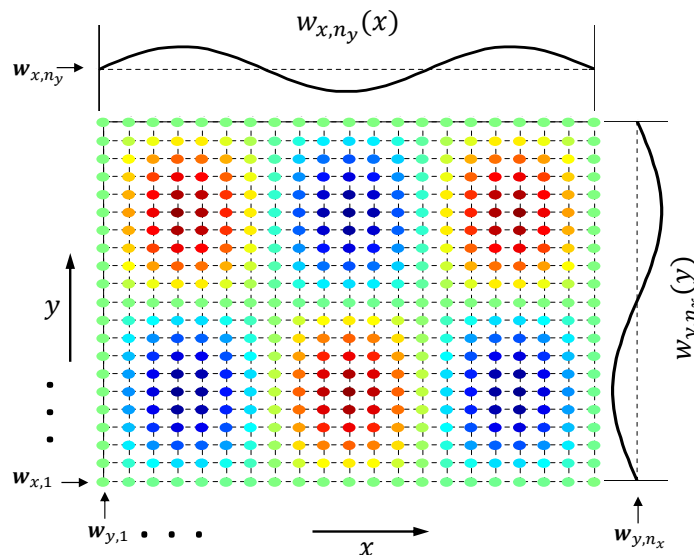


Abbildung 5.3.: Schema der Berechnung der SWRs und e -Werten in Platten

5.3. Numerische Berechnung komplexer Eigenformen

Die numerische Berechnung komplexer Eigenformen mit unterschiedlichen Konfigurationen inhomogener Dämpfung ist ein wichtiger Teil der Basishypothese. Die Beobachtungen und Schlussfolgerungen hinsichtlich der akustischen Eigenschaften basieren zum großen Teil auf komplexen Eigenformen, die mit der FEM berechnet werden. Um die FEM-basierte Berechnungsmethodik zur Erzeugung komplexer Eigenformen zu verifizieren, wurde bei den Voruntersuchungen ein aus der Literatur bekanntes analytisches Beispiel herangezogen [38]. Die vergleichende Betrachtung der in der FEM berechneten komplexen Eigenformen mit denen der Analytik zeigt eine hohe Übereinstimmung und damit auch die Validität der verwendeten Methodik. Die Beschreibung dieser Untersuchung ist im Anhang A.2 zu finden.

Die auf diese Weise validierte Berechnungsmethodik der komplexen Modalanalyse wird nun auf eine Platte angewendet. Dafür wird eine Aluminiumplatte mit den Abmessungen $0.9\text{ m} \times 0.6\text{ m} \times 0.005\text{ m}$, die der Referenzplatte ohne Zusatzdämpfung entspricht, aus Schalenelementen Shell181 in ANSYS modelliert. Die Diskretisierung des Modells erlaubt die Modalanalyse bis zu einer oberen Grenzfrequenz von 1000 Hz .

Um nichtproportionale Dämpfung zu erhalten, wird bei $0.7 \leq x \leq 0.9$ und $0 \leq y \leq 0.6$ ein Bereich mit erhöhten Dämpfungsgraden definiert, der in Abbildung 5.4 mit roter Farbe markiert ist. Zur Erzeugung eines ausreichend hohen Komplexitätsgrades der Eigenformen wird ein hoher Dämpfungssprung zwischen der Platte $\zeta_1 \approx 0.01$ (aus Rayleigh-Koeffizienten α_1 und β_1) und dem dämpfenden Bereich $\zeta_2 \approx 0.2$ (aus α_2 und β_2) gewählt. Der Dämpfungsgrad ζ_1 entspricht einer weitverbreiteten Annahme für die Dämpfung in monolithischen, metallischen Strukturen ([33], S.174). Viskoelastische Materialien, wie Elastomere oder adhäsive Schichten, weisen dagegen eine wesentlich höhere Bandbreite an Dämpfungsgraden auf ([54], S.144-194). Diese reichen von relativ geringen Werten von 0.1 bis hin zum aperiodischen Grenzfall von 1. Im Verbund mit schwächer gedämpften Materialien, wie Aluminium oder kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff (CFK), resultieren je nach Anteil und Konfigu-

ration Dämpfungsgrade im Bereich von 0.05 bis 0.3 [55], [59], [64], [91]. Für alle kommenden numerischen Untersuchungen wird deshalb ein Dämpfungsgrad von $\zeta_2 \approx 0.2$ gewählt, der ein hohes und dennoch realistisches Maß an Dämpfung, die im Verbund erreicht werden kann, darstellt.

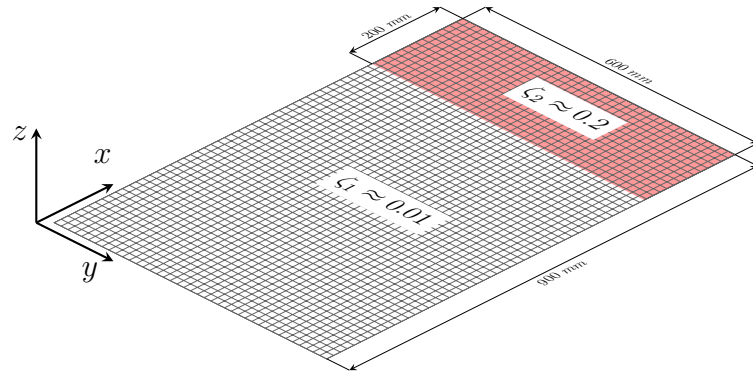


Abbildung 5.4.: Schematische Darstellung des FE-Modells

Die Modalanalyse des erzeugten Modells der inhomogen bedämpften Platte erfolgt wie im Fall des einfachen Feder-Masse-Dämpfer-Systems aus dem Anhang A.2 mit Hilfe des DAMP-Lösers. Als Ergebnis resultieren bis zu einer Frequenz von 1000 Hz 27 komplexe Schwingungseigenformen der Platte mit gelenkiger Lagerung und 23 mit fester Einspannung. Abbildung 5.5 zeigt neben dem Verlauf der definierten Dämpfungsgrade die modalen Dämpfungen bei den jeweiligen Eigenfrequenzen für die gelenkig gelagerte ζ_g und eingespannte ζ_e Platte.

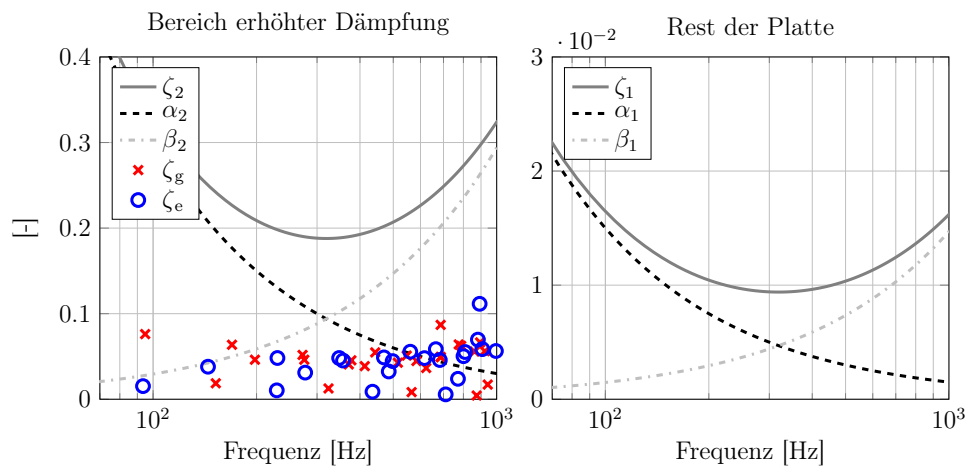
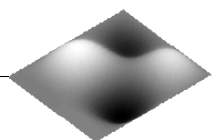


Abbildung 5.5.: Rayleigh-Koeffizienten und Dämpfungsgrade der Platte

Die berechneten, komplexen Schwingformen sollen nun genauer betrachtet werden. Dazu zeigt Abbildung 5.6 zunächst die Gegenüberstellung der Amplitudenverteilungen einiger reeller und komplexer Eigenformen. Die Lage des Bereiches mit erhöhter Dämpfung ist exemplarisch in der linken Abbildungen gezeigt. Für die komplexen Eigenformen in der unteren Zeile zeigen die MCI-Werte den resultierenden Komplexitätsgrad. Eigenformen mit geringem Komplexitätsgrad, wie die 1×1 - und 2×1 -Eigenformen, unterscheiden sich hinsichtlich



der Amplitudenverteilungen kaum voneinander. Die höheren Eigenformen, wie der 3×3 und 4×4 , besitzen höhere Komplexität und zeigen durch verschmierte Knotenlinien einen signifikanten Anteil an laufenden Wellen in Richtung des Plattenrandes mit erhöhter Dämpfung. Knotenlinien, die parallel zur x-Achse liegen, bleiben dabei in allen Fällen stationär.

Wichtig ist, dass bei den reellen Eigenformen die Höhe der Amplitudenmaxima überall gleich ist und diese über der Platte symmetrisch verteilt sind. Im Gegensatz dazu verändert die inhomogene Dämpfung die räumliche Beschaffenheit der Schwingungsamplituden und erzeugt in bestimmten Bereichen Asymmetrien in der Verteilung der Amplitudenmaxima. Beispielsweise bei der 1×4 -Eigenform verringern sich die Schwingungsamplituden am hoch bedämpften Rand (oberer Teil der Abbildungen 5.6). Bei der 3×3 - oder 4×4 -Eigenform befinden sich die Amplitudenmaxima dagegen im Bereich des Dämpfungsstreifens. Mit steigender Eigenformenordnung verstärkt sich dieser Effekt und die Amplitudenverteilungen unterscheiden sich zunehmend von den reellen Eigenformen. Diese Variation in der Verteilung der Schwingungsmaxima ist für die Schallabstrahlvorgänge von großer Bedeutung. Dadurch, dass die Forschungshypothesen dieser Arbeit vor allem den Einfluss der Komplexität in Form laufender Wellen adressieren, hat diese Umverteilung der Amplitudenmaxima eher einen unerwünschten Effekt auf die gewonnenen Erkenntnisse. Deshalb wird bei den kommenden Betrachtungen versucht, nur die Eigenformen mit geringerer Ordnung, welche ausreichende Komplexität, aber wenig Änderung in der prinzipiellen Amplitudenverteilung aufweisen, in die Analyse miteinzubeziehen. Um dennoch die Einflüsse der Amplitudenumverteilung und der reinen Komplexität in Form laufender Wellen zu trennen und deren Wirkung auf die Schallabstrahlung zu untersuchen, wird später in diesem Kapitel ein analytisches Ersatzmodell definiert.

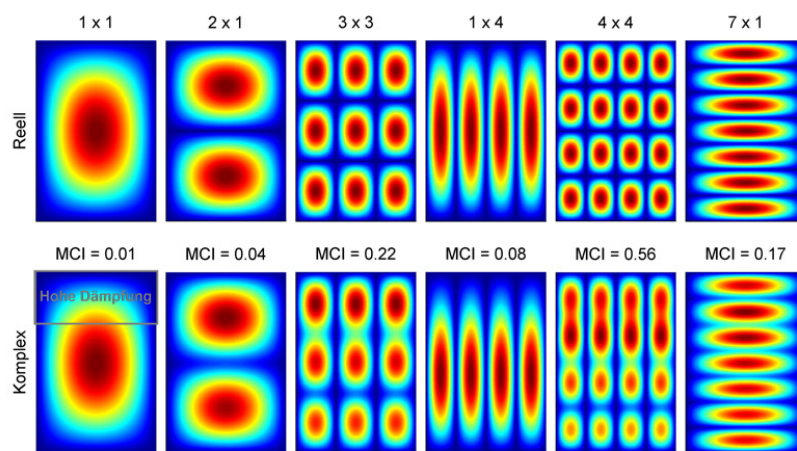
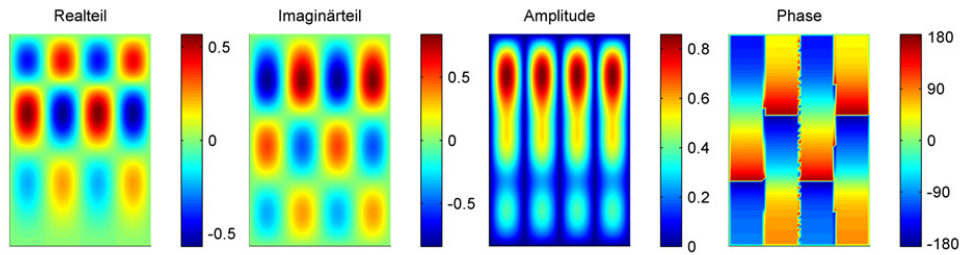


Abbildung 5.6.: Amplitudenverteilung reeller und komplexer Eigenmoden

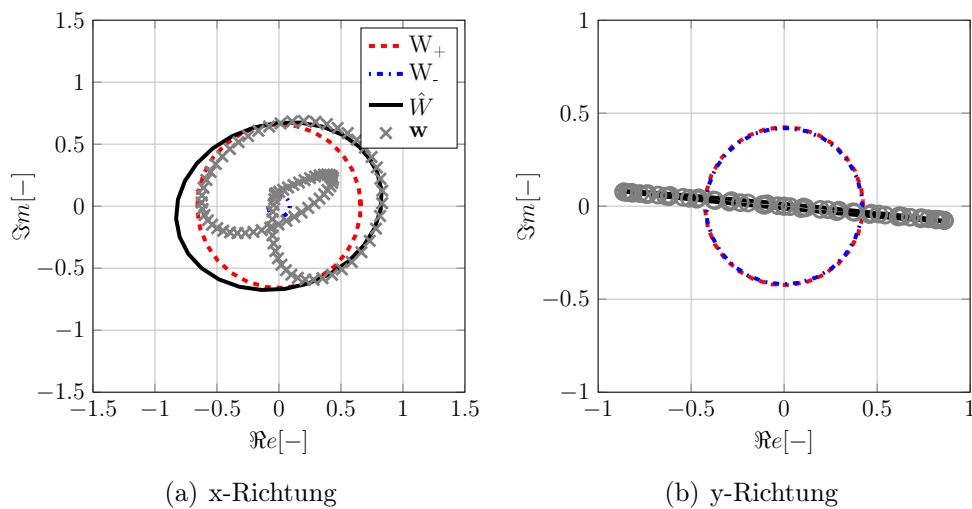
5.4. Berechnung der SWR komplexer Schwingformen

Die Methodik der Berechnung der SWR-Verteilung für Plattenschwingungen wird nun am Beispiel einer komplexen Eigenform diskutiert. Dafür zeigt Abbildung 5.7 zunächst den Real- und Imaginärteil sowie die Amplituden und Phasenverteilung der komplexen 3×4 -Eigenform. Die gezeigte Eigenform ist das Ergebnis der im vergangenen Abschnitt beschriebenen Modalanalyse der gelenkig gelagerten Platte.

Abbildung 5.7.: Kennwerte der 3×4 -Eigenform

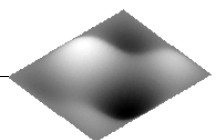
Die gezeigte Eigenform hat eine relativ hohe Komplexität mit einem $MCI = 0.55$. Diese deutliche Komplexität wird durch einen sichtbar hohen Anteil an laufenden Wellen in x-Richtung anhand der Amplituden sichtbar. Die Präsenz der laufenden Wellen ist ebenfalls in der rampenartigen Verteilung der Phasenwinkel abseits von 0° und 180° zu erkennen. Quer dazu liegen die Phasensprünge weiterhin bei 0° und 180° .

Entsprechend dem in Abbildung 5.3 gezeigten Vorgehen wird die betrachtete 3×4 -Eigenform in beide Raumrichtungen in einzelne eindimensionale Wellen \mathbf{w}_{x,n_x} , \mathbf{w}_{y,n_y} zerlegt und es werden die Koeffizienten W_+ und W_- berechnet. Die Abbildung 5.8 zeigt in der komplexen Zahlenebene exemplarisch für eine eindimensionale komplexe Schwingung \mathbf{w}_x und \mathbf{w}_y die entsprechenden Ellipsen für die x- und y-Richtung.

Abbildung 5.8.: Approximation einer Ellipse der komplexen 3×4 -Eigenform

Durch den hohen Anteil stehender Wellen sind die Koeffizienten W_+ und W_- in y-Richtung fast gleich, weshalb die Ellipse \hat{W} eine sehr hohe Exzentrizität besitzt. Im Gegensatz dazu zeigt sich in x-Richtung durch stark unterschiedliche W_+ und W_- eine deutliche Präsenz laufender Wellenanteile und die Ellipse \hat{W} ähnelt mehr einem Kreis.

Zusätzlich ist in diesen Diagrammen ein für die Berechnung der Koeffizienten verwendeter komplexer, eindimensionaler Schnitt des Eigenvektors \mathbf{w} gezeigt. Dabei steht ein Datenpunkt im Verlauf von \mathbf{w} für jeweils ein Bewegungsfreiheitsgrad. Es zu sehen, dass die berechnete Ellipse \hat{W} , die sich aus laufenden und stehenden Wellenanteilen W_+ und W_- zusammensetzt, den Verlauf der komplexen Eigenform \mathbf{w} approximiert.



Werden W_+ und W_- für jeden Schnitt durch die Platteneigenformen berechnet, so ergibt sich für beide Raumrichtungen eine Verteilung der reziproken SWR e nach Gleichung 5.17. Die entsprechenden Verläufe der e_x - und e_y -Werte sind in Abbildung 5.9 gezeigt. Zu sehen ist, dass die e_x -Werte einen annähernd konstanten Anteil laufender Wellen in x-Richtung zeigen. Die markanten Sprünge im Verlauf sind auf eine fehlerhafte Approximation der Ellipse zurückzuführen, welche entsteht, wenn die Schwingungsamplituden im Bereich der Knotenlinien oder am Plattenrand zu gering werden. Für die 3×4 -Eigenform ergibt sich ein mittlerer $e_x = 0.58$, was im betrachteten Fall weitestgehend dem $MCI = 0.55$ entspricht.

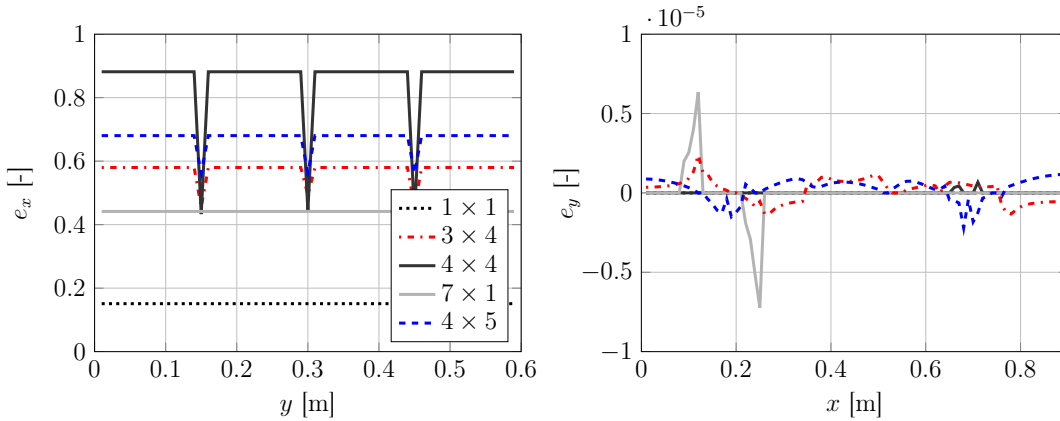


Abbildung 5.9.: Reziproke SWR einiger Eigenformen in x- und y-Richtung

Bei der Betrachtung des rechten Teils der Abbildung 5.9 zeigt sich, dass die Verläufe der reziproken SWR in y-Richtung annähernd null sind. Die sichtbaren numerischen Artefakte deuten auf eine nahezu vollständige Abwesenheit laufender Wellen in diese Raumrichtung hin. Aus diesem Grund reicht zur Quantifizierung des Komplexitätsgrades bei Platten mit gleicher Dämpfungsverteilung ausschließlich die Betrachtung der e -Werte in x-Richtung.

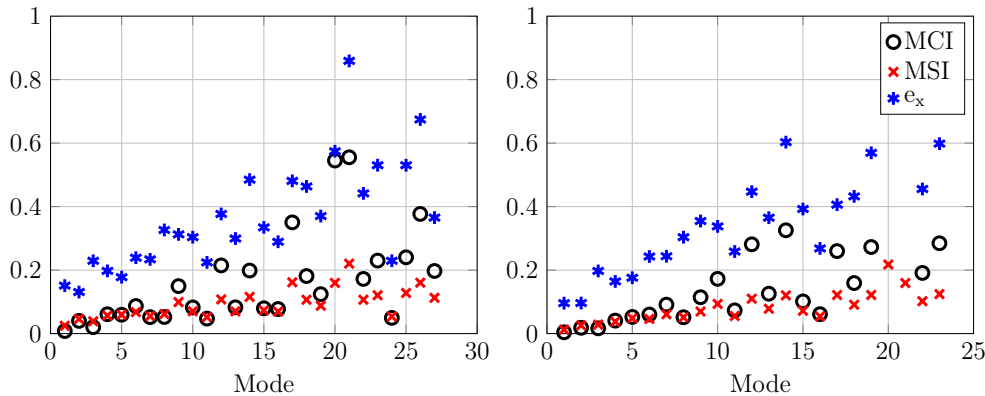


Abbildung 5.10.: Komplexitätskenngrößen der gelenkig gelagerten (links) und eingespannten (rechts) Platte

Wie in Abschnitt 5.1 bereits diskutiert wurde, lassen sich die berechneten komplexen Schwingungseigenformen mit verschiedenen Metriken hinsichtlich des Komplexitätsgrades bewerten. Abbildung 5.10 zeigt den Vergleich der MCI-, MSI- und e -Werte in x-Richtung für die gelenkig gelagerte und eingespannte Platte. Dabei handelt es sich um die räumlich gemittelten e_x -Werte von allen eindimensionalen Amplitudenverteilungen, die größer als null sind, dass heißt Plattenränder und Knotenlinien werden nicht betrachtet.

Alle der gezeigten Metriken zeigen den Anstieg des Komplexitätsgrades der Eigenformen mit höher werdender Ordnung. Dies kann einerseits dadurch begründet werden, dass die Dämpfungsgrade zu höheren Frequenzen hin ansteigen (siehe Abbildung 5.5). Andererseits werden die Biegewellenlängen der Eigenformen immer kleiner, wodurch ein örtlich begrenzter Bereich hoher Dämpfung für diese immer „sichtbarer“ wird.

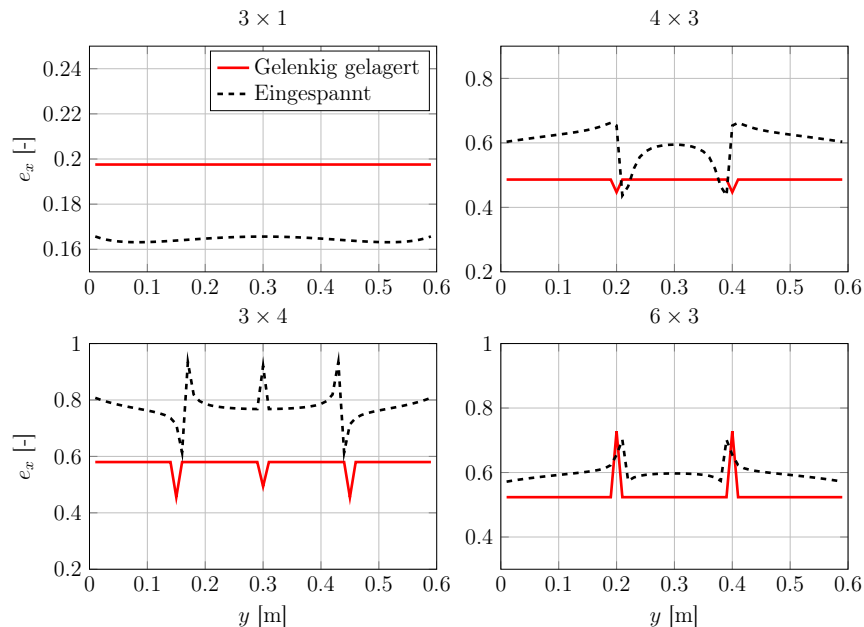


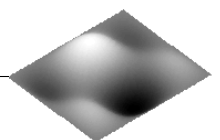
Abbildung 5.11.: Verlauf von e_x der eingespannten und gelenkig gelagerten Platte

Eine interessante Beobachtung ist, dass die Verläufe der reziproken SWR sich in Abhängigkeit der gewählten Randbedingungen unterscheiden. Bei einer gelenkig gelagerten Platte sind die e -Werte in Hauptrichtung der laufenden Wellen annähernd konstant. Im Fall einer allseitig eingespannten Platte zeigen die reziproken SWRs in ihrer Verteilung eine größere Variation. Die Verläufe einiger Eigenformen bei unterschiedlicher Einspannung sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Auch in den Verläufen bei der festen Einspannung gibt es im Bereich der Knotenlinien Sprünge aufgrund zu geringer Schwingungsamplituden. Die höhere Variabilität der reziproken SWR der eingespannten Platte ist eine interessante Beobachtung. Es ist allerdings unklar, inwieweit und warum die zusätzlich gesperrten rotatorischen Freiheitsgrade am Rand der Platte zu einer Variation der Anteile laufender Wellen führen.

5.5. Analytische Berechnung komplexer Schwingformen

5.5.1. Notwendigkeit des analytischen Modells

In den vergangenen Abschnitten wurden mit Hilfe der FE-Modellierung in einer realitätsnahen Struktur komplexe Eigenformen erzeugt, die einen gewissen Grad an Komplexität und daraus eine bestimmte Verteilung der laufenden und stehenden Wellen aufweisen. Um den Komplexitätsgrad der Eigenformen und damit auch den Anteil laufender Wellen zu verändern, muss entweder der Grad oder die räumliche Verteilung der Dämpfung variiert werden. Dabei wurde anhand der Verläufe in Abbildung 5.6 beobachtet, dass diese Variation zwangsläufig zu einer gewissen Änderung der Verteilung von Schwingungsamplituden führt. Da die



Schallabstrahlung einer Schwingform unterhalb der Koinzidenzfrequenz auf die örtliche Verteilung der Schwingungsamplitude reagiert, kann dieser Einfluss die Effekte der eigentlich interessanten Eigenvektorkomplexität überdecken. Um die wesentlichen akustischen Effekte der Eigenvektorkomplexität von den restlichen Einflüssen dieser Art möglichst abgrenzen zu können, bietet sich die vereinfachte analytische Beschreibung komplexer Eigenformen an.

Damit ist eines der Ziele der analytischen Betrachtung komplexer Schwingformen die Trennung von Einflüssen, die aus der Amplitudenumverteilung und der reinen Komplexität in Form laufender Wellen resultieren. Da beide Effekte in der FE-Simulation und auch in der Realität bei Vorhandensein inhomogener Dämpfung simultan auftreten, ist deren Trennung sehr schwierig. Um die Einflüsse dennoch unabhängig voneinander betrachten zu können, wird in den kommenden Abschnitten ein vereinfachter Ansatz vorgeschlagen, der in der Lage ist, semi-physikalische, idealisierte Schwingformen zu generieren. Die konträren Eigenschaften dieser Schwingformen bezüglich der Amplitudensymmetrie und der Komplexität sollen die selektive Betrachtung beider Effekte ermöglichen. Diese Herangehensweise dient einem verbesserten phänomenologischen Verständnis der untersuchten Zusammenhänge.

Neben der Trennung dieser beiden Effekte ist es auch wichtig, die Auswirkung des Komplexitätsgrades der Eigenformen auf das Schallabstrahlverhalten zu charakterisieren. Es ist demzufolge sinnvoll, eine gezielte Variation der Konfigurationen laufender Wellen vornehmen zu können. Interessant dabei sind neben Schwingformen mit mittlerem Maß an Komplexität auch theoretische Grenzfälle, wie der Fall rein laufender Wellen. Problematisch ist, dass der maximal erreichbare Komplexitätsgrad von $e = 1$, welcher rein laufende Wellen beschreibt, kaum durch die FE-Modalanalyse oder durch Messung im Labor einzustellen ist. Der einzig frei wählbare Parameter, der die Komplexität des Eigenvektors in der Simulation und im Experiment beeinflusst, ist die Materialdämpfung. In der Simulation lässt sich die Dämpfung nicht beliebig bis zum aperiodischen Grenzfall erhöhen, da bei sehr hohen Dämpfungsgraden Konvergenzprobleme im DAMP ANSYS-Löser auftreten. Dazu kommt noch, dass die niedrig und hoch bedämpften Bereiche der Platte ab einem bestimmten Dämpfungsgrad stark veränderte Amplitudenverteilungen oder sogar lokale Eigenformen ausbilden, die in der Realität kaum beobachtet werden können.

Das spricht für die Erstellung eines vereinfachten analytischen Modells, welches die Variation der wichtigsten Eigenschaften komplexer Schwingformen, wie den Anteilen, Richtungen und räumlichen Verteilungen laufender Wellen, bei Schwingformen beliebiger Ordnung ermöglicht. Weiterhin soll das Modell in der Lage sein, gewisse Variationen in der Amplitudensymmetrie zu ermöglichen, um die Sensitivität akustischer Metriken auf diese Einflussgröße besser verstehen zu können.

5.5.2. Definition des analytischen Modells

Auch im analytischen Modell können die Eigenformen der Platte unabhängig von der Plattendicke und Biegesteifigkeit betrachtet werden. Für die Schallabstrahlcharakteristik spielen lediglich die Ordnungen der Eigenformen m und n , Plattendimensionen und damit verbundene Biegewellenzahlen und die Lage der Koinzidenzfrequenz eine Rolle. Die Koinzidenzfrequenz ist dabei eine Funktion der Strukturwellenlängen $\lambda_x = 2L_x/m$, $\lambda_y = 2L_y/n$ und der akustischen Wellenlänge λ . Als Ausgangspunkt für das analytische Modell komplexer Schwingformen dient die weitverbreitete Formulierung der Eigenformen einer gelenkig ge-

gelagerten Platte, gegeben in Gleichung 4.18. Zunächst wird eine eindimensionale stehende Welle entsprechend dieser Beziehung wie folgt betrachtet:

$$\phi_m(x) = \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \quad (5.18)$$

Um eine Superposition stehender und laufender Wellen zu erzeugen, wird diese Stehwelle $\phi_m(x)$ mit einem komplexen Zusatzterm erweitert. Es ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\tilde{\phi}_m(x) = \phi_m(x) + j f_x \cos\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) W_x(x) \quad (5.19)$$

Der rechte Ausdruck definiert den laufenden Wellenanteil gleicher Ordnung und die Wellenzahl, wie der von $\phi_m(x)$, multipliziert mit dem Skalierungskoeffizienten f_x und der Fensterfunktion $W_x(x)$. Mit dem Koeffizienten f_x , der im Bereich $-1 \leq f_x \leq 1$ definiert ist, lässt sich die Komplexität der Schwingung in Form des reziproken Stehwellenverhältnisses einstellen. Wird der Wert von ± 1 angenommen, so entsteht eine in die mit dem Vorzeichen vorgegebene Richtung rein laufende Welle. Bei $f_x = 0$ bleibt in der Gleichung 5.19 nur der Realteil, welcher einer rein stehenden Welle entspricht.

Es ist offensichtlich, dass die Kosinusfunktion der laufenden Welle nicht die Randbedingungen der gelenkig gelagerten Platte $\tilde{\phi}_m(0) = 0$ und $\tilde{\phi}_m(L_x) = 0$ erfüllt, weshalb die Auslenkung am Plattenrand ungleich null ist. Um diesem Problem auf einfache Weise zu begegnen, wird die Fensterfunktion $W_x(x)$ eingeführt. Die Fensterfunktion lässt die Anteile laufender Wellen zum Rand hin abklingen und ist definiert als:

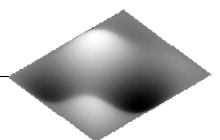
$$W_x(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2L_{w,1}}x\right) & \text{für } 0 < x < L_{w,1} \\ 1 & \text{für } L_{w,1} < x < L_x - L_{w,2} \\ \cos\left(\frac{\pi}{2L_{w,2}}x\right) & \text{für } L_x - L_{w,2} < x < L_x \end{cases} \quad (5.20)$$

Ähnlich wie die Ansatzfunktion für den Realteil der Schwingform $\phi_m(x)$ besteht die Fensterfunktion aus Sinus- und Kosinustermen und ist in zwei Randbereiche und einen Mittenbereich unterteilt. Die Breite des linken und des rechten Randbereiches wird mit den Parametern $L_{w,1}$ und $L_{w,2}$ definiert.

Abbildung 5.12(a) zeigt den Verlauf der Fensterfunktion für drei Werte von L_w und die Ordnungszahl $m = 3$. Dabei ist die Fensterfunktion mit $L_{w,1} = L_{w,2}$ symmetrisch und führt deshalb zu symmetrischen Amplitudenverteilungen der Schwingformen. Die Breite der Fensterfunktion ist frei wählbar und wird später empirisch anhand des Vergleiches mit den FE-Eigenformen festgelegt.

In Abbildung 5.12(b) ist ergänzend der dazugehörige Imaginärteilverlauf aus Gleichung 5.19 für unterschiedliche Breiten der Fensterfunktion dargestellt.

Neben der Erfüllung der Randbedingungen hat die Fensterfunktion im analytischen Modell eine weitere Aufgabe. Mit der Definition unsymmetrischer Randbreiten $L_{w,1} \neq L_{w,2}$ lässt sich eine unsymmetrische Fensterfunktion und damit auch eine verzerrte Amplitudenverteilung erzeugen. Um die Symmetrieeigenschaften zu erzeugen, welche den veränderten



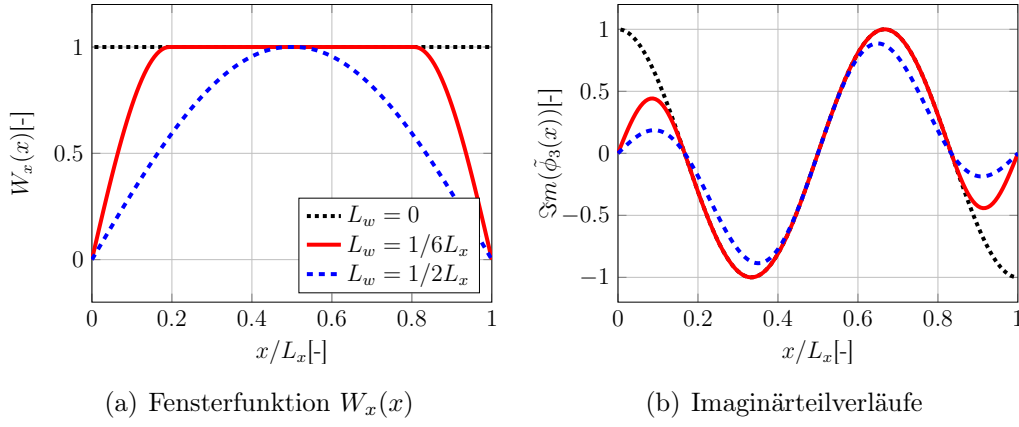


Abbildung 5.12.: Unterschiedliche symmetrische $W_x(x)$ und die Imaginärteile

Amplitudenverteilungen der Platte mit einseitig applizierter Dämpfung ähneln (siehe Abbildung 5.6), muss die Fensterfunktion wie folgt angepasst werden: Der rechte Rand der Fensterfunktion wird auf einen konstanten Wert von $L_{w,1} = 1/6 L_x$ festgesetzt. Am linken Rand werden andere Werte von beispielsweise $L_{w,2} = 3/6 L_x$ oder $L_{w,3} = 5/6 L_x$ definiert. Je größer die Fensterbreite $L_{w,2}$ wird, desto größer wird auch die Asymmetrie der Amplitudenverteilung. Der linke Teil der Abbildung 5.13 zeigt neben der symmetrischen $W_{x,1}$ die entsprechenden unsymmetrischen Fensterfunktionen $W_{x,2}$ und $W_{x,3}$. In der rechten Abbildung sind die dazugehörigen unsymmetrischen Imaginärteilverläufe gezeigt.

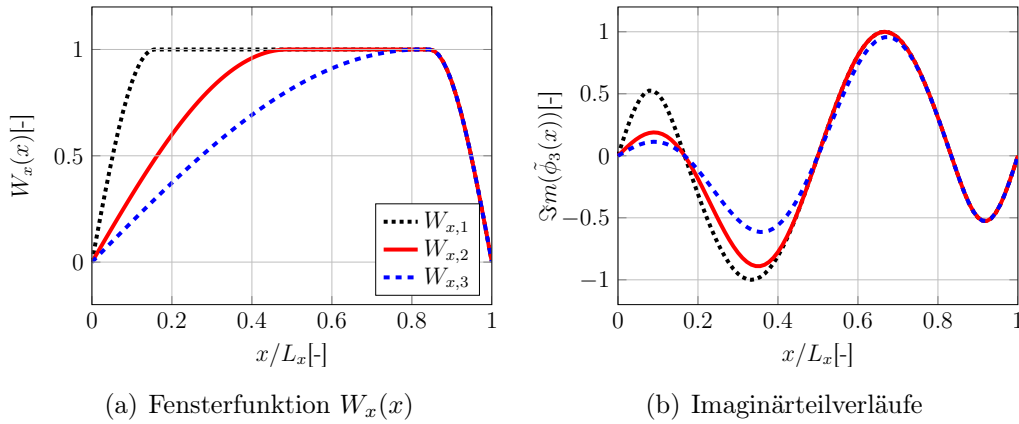


Abbildung 5.13.: Symmetrische und unsymmetrische $W_x(x)$ und die Imaginärteile

Die eindimensionale Gleichung 5.19 wird nun auf die y-Richtung erweitert und bildet damit die zweidimensionalen Schwingformen der Platte ab. Die entsprechende Formulierung lautet:

$$\tilde{\phi}_{mn}(x, y) = \phi_{mn}(x, y) + j f_x(y) \cos\left(\frac{m\pi}{L_x} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y} y\right) W_x(x) \quad (5.21)$$

In dieser Gleichung wird der zweidimensionale Realteil $\phi_{mn}(x, y)$ mit dem Imaginärteil aus Gleichung 5.19 erweitert. Zur Einhaltung der Randbedingungen der gelenkig gelagerten Platte in y-Richtung wird der Imaginärteil zusätzlich mit $\sin\left(\frac{n\pi}{L_y} y\right)$ multipliziert.

In Analogie zur eindimensionalen Formulierung lässt sich auch hier der laufende Anteil durch Variation von $f_x(y)$ einstellen. Dadurch, dass sich $f_x(y)$ für jede eindimensionale Welle definieren lässt, kann nicht nur eine konstante Verteilung, sondern auch eine gewünschte Formfunktion für laufende Wellen eingeführt werden. Die vollständige Formulierung des analytischen Ansatzes zur Erzeugung komplexer Schwingformen lautet dann:

$$\tilde{\phi}_{mn}(x, y) = \phi_{mn}(x, y) + j f_x(y) \cos\left(\frac{m\pi}{L_x} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y} y\right) W_x(x) + j f_y(x) \cos\left(\frac{n\pi}{L_y} y\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_x} x\right) W_y(y) \quad (5.22)$$

Dieser Ausdruck unterscheidet sich von der vorherigen Formulierung durch einen zusätzlichen Term, der die laufenden Wellen auch in y-Richtung hinzufügt. Um keine Auslenkungen am Plattenrand zu erzeugen, muss auch der y-Anteil der laufenden Wellen mit der Fensterfunktion $W_y(y)$ multipliziert werden.

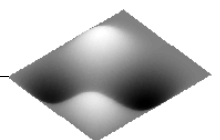
Zusammenfassend ist festzustellen, dass sich durch die Vorgabe der Koeffizienten $f_x(y)$ und $f_y(x)$ eine konstante oder variable Verteilung laufender Wellen entweder in eine oder sogar in beide Richtungen gleichzeitig erzeugen lässt. Da das analytische Modell in erster Linie der parametrischen Variation wichtiger Parameter der Schwingformen und der Vertiefung des Grundverständnisses relevanter Phänomene dienen soll, liegt der Fokus vor allem auf dem Fall einer einzigen dominanten Laufrichtung der Biegewellen.

5.5.3. Validierung des analytischen Modells

Die Schwingformen aus dem analytischen Ansatz werden nun mit den in FEM berechneten komplexen Eigenformen verglichen. Bei dem Vergleich geht es vor allem um die prinzipielle Ähnlichkeit bezüglich der Wellenzahlen und Amplituden- und Phasenverteilungen. Dafür wird im analytischen Modell zunächst für ein Netz mit der gleichen Geometrie wie in der FE-Rechnung der entsprechende Satz an reellen Eigenformen erzeugt. Durch die Formfunktion $f_x(y)$ wird anschließend eine konstante Verteilung der laufenden Wellen in x-Richtung definiert. Um die Vergleichbarkeit mit der FE-Rechnung zu gewährleisten, entsprechen die Werte $f_x(y)$ den jeweiligen reziproken SWRs e_x der Eigenformen aus der FE-Modalanalyse.

Vorbetrachtungen haben gezeigt, dass die beste Übereinstimmung der Real- und Imaginärteile sowie den Amplituden- und Phasenverteilungen bei einer Breite der Fensterfunktion $W_x(x)$ von $L_w = 1/6 L_x$ zu erwarten ist. Dieser freie Parameter des analytischen Modells ist demzufolge empirisch eingestellt und wird für die kommenden Betrachtungen beibehalten.

Für zwei Eigenformen ist das Ergebnis der Generierung komplexer Schwingformen mittels des analytischen Modells in Form von Real- und Imaginärteilen in Abbildung 5.14 gezeigt. Dabei handelt es sich zunächst um eine symmetrische Fensterfunktion, wodurch eine symmetrische Amplitudenverteilung entsteht. Als Vergleich dazu sind die Ergebnisse aus der FE-Simulation mit unsymmetrischer Amplitudenverteilungen dargestellt. Die Darstellung der beiden Schwingformen in Abbildung 5.14 zeigt eine prinzipielle Übereinstimmung der Verteilungen von Real- und Imaginärteilen hinsichtlich der Biegewellenzahlen. Dabei weist die analytische Lösung eine homogene und symmetrische Imaginärwertverteilung auf, welche dazu führt, dass die Amplitudenmaxima der komplexen Schwingformen nicht verschoben werden. Dies wird aus der Betrachtung eindimensionaler Schnitte durch



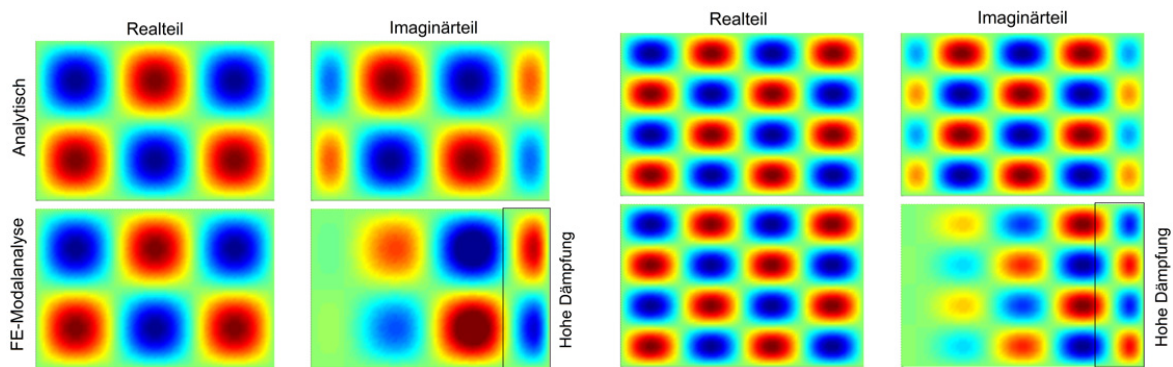


Abbildung 5.14.: Real- und Imaginärteile der 3×2 - und 4×4 -Eigenform

einige Schwingformen in Abbildung 5.16 deutlich. Die Schnitte sind dabei durch die Maxima der Schwingungsamplitude gelegt. Während bei den Schwingformen aus dem FE-Modell asymmetrische und verschobene Verteilungen auftreten, zeigt das analytische Modell stets symmetrische Verläufe der Amplitude. Dies ist besonders deutlich bei den Fällen zu sehen, wo die Eigenvektorkomplexität hoch ist (z. B. 4×4 , 6×3).

Für die Ähnlichkeit der Schwingformen ist nicht nur die Amplituden-, sondern auch die Phasenverteilung von entscheidender Bedeutung. Um diese zu überprüfen, sind in Abbildung 5.17 die Phasenverteilungen der Schwingformen aus dem analytischen Modell und der FE-Rechnung dargestellt. Während Schwingformen mit geringer Komplexität, wie die 2×1 oder 3×2 , einen annähernd treppenförmigen Phasengang besitzen, zeigen die hochkomplexen Schwingformen, z. B. 4×4 oder 6×3 , einen steilen, rampenartigen Verlauf, welcher auf hohe Anteile laufender Wellen hindeutet. Beide Ansätze spiegeln diese Effekte korrekt wider.

Ergänzend zu den bisher betrachteten symmetrischen Schwingformen soll nun die Fähigkeit des analytischen Modells demonstriert werden, mit Hilfe der Fensterfunktionen aus Abbildung 5.13 unsymmetrische Amplitudenverteilungen zu erzeugen. Abbildung 5.15 zeigt am Beispiel der ungeraden 5×3 - und geraden 4×4 -Schwingformen die Amplitudenverteilungen für die symmetrische $W_{x,1}$ und die unsymmetrische $W_{x,3}$ Fensterfunktion.

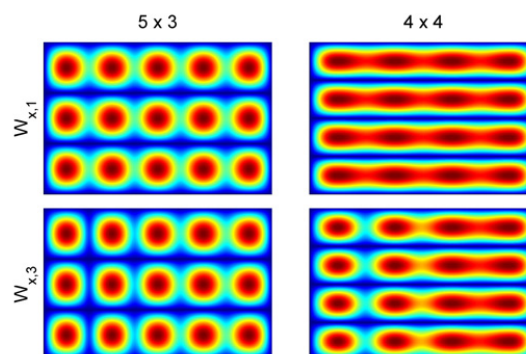


Abbildung 5.15.: Symmetrische und unsymmetrische Schwingformen

Aus der Definition der analytischen Schwingformen in Gleichung 5.21 kann entnommen werden, dass nur der komplexe Imaginärteil der Schwingform durch den Verlauf der Fensterfunktion in den Symmetrieeigenschaften beeinflusst wird. Diese Annahme entspricht dem Ergebnis der FE-Modalanalyse aus Abbildung 5.14, wo die Realteile stets annähernd sym-

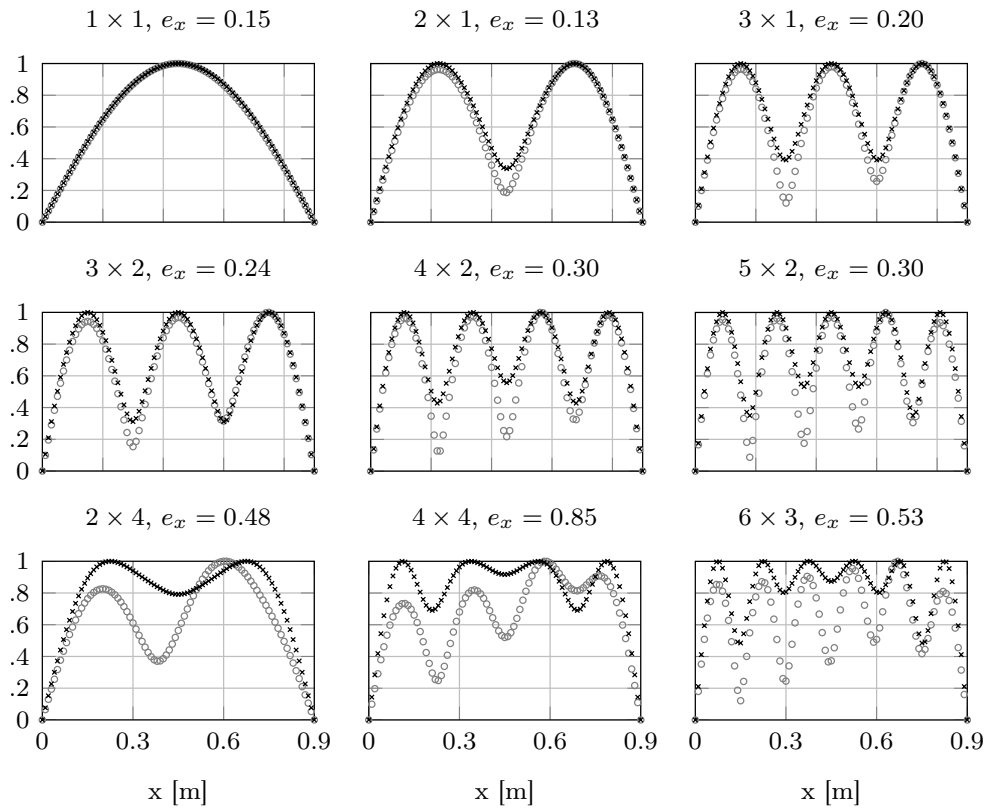


Abbildung 5.16.: Amplituden, \circ - FE-Rechnung, \times - Analytischer Ansatz

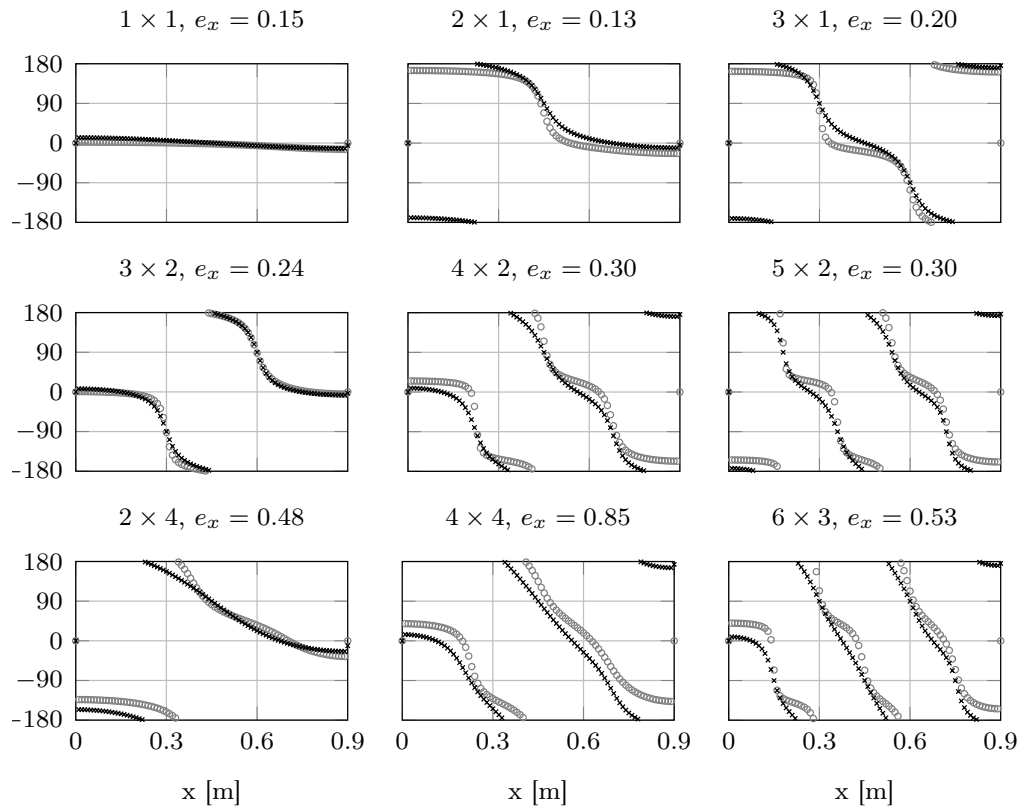


Abbildung 5.17.: Phasenwinkel, \circ - FE-Rechnung, \times - Analytischer Ansatz

metrisch sind. Das heißt auch, dass je größer die Komplexität der Schwingform und damit auch der Imaginärteil sind, desto ausgeprägter ist die Asymmetrie der resultierenden Amplitudenverteilung. Deshalb zeigt die 5×3 -Schwingform in Abbildung 5.13 eine deutlich geringere Asymmetrie als die 4×4 -Schwingform. Weiterhin lässt sich feststellen, dass die unsymmetrische Amplitudenverteilung der analytisch erzeugten 4×4 -Schwingform der Eigenform aus der FE-Modalanalyse in Abbildung 5.6 sehr ähnlich ist. Die Annahme der durch Asymmetrie unbeeinflussten Realteile im analytischen Modell korreliert oft mit Ergebnissen aus der FEM, es gibt aber auch Ausnahmen. In Abschnitt 5.4 wurde in Abbildung 5.7 eine komplexe Eigenform gezeigt, die auch sichtbare Änderungen im Realteil aufgezeigt hat. Eine ähnliche Asymmetrie lässt sich auch im analytischen Modell erzeugen, wenn in Gleichung 5.22 die Fensterfunktion mit den Realteilen multipliziert wird.

5.5.4. Einsatzbereiche und Grenzen des analytischen Modells

Bei der Untersuchung des akustischen Verhaltens komplexer Eigenformen soll das vorgestellte analytische Modell die Berechnungen der FEM in drei Aspekten ergänzen. Im Gegensatz zur FE-Simulation ist das analytische Modell erstens in der Lage, Schwingformen mit symmetrischen Amplitudenverteilungen zu generieren, und zweitens bietet es die Möglichkeit der Erzeugung komplexer Schwingformen mit einem definierten Anteil laufender Wellen bis hin zum Grenzfall rein laufender Wellen. Drittens lässt sich durch die Wahl der unsymmetrischen Fensterfunktion eine gezielte Amplitudenasymmetrie einbringen. Die analytisch erzeugten Schwingformen scheinen zunächst eine geringe physikalische und praktische Relevanz zu besitzen. Dies ist ein wichtiger Punkt, der diskutiert werden muss. Ein weiterer Vorteil des analytischen Modells ist die Möglichkeit einer beliebigen Einstellung der SWR von rein stehenden bis zu rein laufenden BiegeWellen. Dies ist insofern interessant, da die gezielte Variation der Komplexität in solch einem großen Bereich aufgrund numerischer Probleme der FEM-Simulationen nicht möglich ist. Diese erlaubt die Untersuchung der Sensitivität akustischer Kenngrößen gegenüber unterschiedlichen Anteilen laufender Wellen. Zu diesen Kenngrößen gehören vor allem der Abstrahlgrad, die Schallintensitätsverteilung und die Richtcharakteristik des abgestrahlten Schallfeldes.

Eine wichtige Einschränkung des Modells ist die Tatsache, dass die Verwendung der Fensterfunktion zum Verlust der Orthogonalität der resultierenden komplexen Schwingformen führt. Dies ist nicht wichtig für die akustische Charakterisierung einer einzigen Schwingform, sollte jedoch berücksichtigt werden, wenn beispielsweise die Gesamtschallleistung der Platte adressiert wird. Schwingformen, die durch das analytische Modell erzeugt werden, sind nicht für die Berechnung der globalen energetischen Metriken der Platte geeignet. Der Verlust von Orthogonalität bedeutet auch, dass die Ergebnisse des analytischen Modells nicht als Eigenformen, sondern als Schwingformen bezeichnet werden sollten.

Durch die Vorgabe von $f_x(y)$ und $f_y(x)$ lassen sich im analytischen Modell theoretisch beliebige Verteilungen laufender Wellen in x- und y-Richtung vorgeben. Die große Herausforderung an dieser Stelle besteht allerdings in der Wahl der Verteilungen, die physikalische Relevanz haben können. Da die Verteilung der reziproken SWR im Fall der gelenkig gelagerten Platte konstant und im Fall der eingespannten Platte nahezu konstant sind (siehe Abschnitt 5.4), wird für das analytische Modell die Annahme konstanter reziproker SWRs getroffen. Wie später gezeigt wird, lassen sich mit dieser Annahme die wesentlichen Phänomene der Schallabstrahlung erläutern.

6. Betrachtung des Schallabstrahlverhaltens inhomogen bedämpfter Platten

Auf Grundlage der in Kapitel 4 vorgestellten Modelle erfolgt nun die theoretische Betrachtung der Schallabstrahlcharakteristik inhomogen bedämpfter Platten mit komplexen Schwingungseigenformen. Die Untersuchungen schließen alle Fragestellungen der Teilhypothesen 1 bis 4 ein. Als Ausgangspunkt der Untersuchung dieser Fragestellungen dienen die mit der FEM berechneten komplexen Eigenformen und die parametrischen Schwingformen aus dem vereinfachten analytischen Modell.

In Kapitel 5 wurde bisher eine inhomogen bedämpfte Platte mit einer einfachen Dämpfungsverteilung betrachtet. Die komplexen Schwingformen dieser Platte besitzen aufgrund eines einzigen, hoch bedämpften Randes eine dominante Laufrichtung von Biegewellen. Auf Basis dieser Konfiguration wurde in erster Linie das grundlegende Verständnis der Wanderung von Knotenlinien und der Beschaffenheit von Amplituden- und Phasenverteilungen komplexer Schwingformen erzeugt. Diese Dämpfungskonfiguration bildet auch die Grundlage vieler akustischer Betrachtungen, da sie den Zugang zu komplexen Zusammenhängen, wie z. B. der Verteilung von Schallintensitätsquellen und -senken, erleichtert. Nichtsdestotrotz spielen auch andere Dämpfungskonfigurationen eine wichtige Rolle in den kommenden Betrachtungen. Der Einfluss der geometrischen Dämpfungsverteilung auf die Eigenschaften komplexer Eigenformen und der daraus resultierende Effekt auf die Schallabstrahlung sind in der Teilhypothese 4 eingebunden. Deshalb gilt es im ersten Teil dieses Kapitels, die möglichen Kandidaten der Dämpfungsverteilungen für spätere Untersuchungen zu identifizieren, um anschließend die interessantesten Konfigurationen im Detail zu betrachten.

6.1. Relevante Dämpfungsverteilungen

Bei rechteckigen Platten oder bei komplexen Strukturen, die in Plattenelemente unterteilt werden, können unterschiedliche Konfigurationen inhomogen verteilter Dämpfung auftreten. Trotz der scheinbar unendlichen Anzahl an Möglichkeiten lassen sich einige prinzipiell unterschiedliche Konfigurationen ableiten. Diese unterscheiden sich vor allem durch Symmetrie und die geometrische Form der Bereiche mit erhöhter Dämpfung. So können beispielsweise ein oder mehrere Ränder der Platte eine erhöhte Dämpfung oder eine unterschiedliche Impedanz der Einspannung aufweisen. Dies kann beispielsweise durch Versteifungen zwischen den einzelnen Hautfeldern einer großskaligen Struktur verursacht werden, die entweder unterschiedlich steif oder auf unterschiedliche Weise angebracht sind, z. B. vernietet oder integral gefertigt. Weiterhin ist es möglich, dass selektiv an einigen Rändern des Hautfeldes eine zusätzliche Abdichtung mit hoch dämpfenden Elastomeren angebracht ist. Diese Ränder



können symmetrisch oder auch asymmetrisch bezüglich der Plattenkoordinatenachsen verteilt sein. Beispielsweise können zwei benachbarte oder gegenüberliegende, oder auch alle vier Ränder durch eine erhöhte Dämpfung beaufschlagt sein. Denkbar ist auch der Fall, bei dem einzelne Bereiche der Platte, z. B. die Plattenmitte oder Ecken höher bedämpft sind. Diese Konstellationen können z. B. bei lokal angebrachten Dämpfungsmaßnahmen oder unterschiedlichem Kernmaterial in Sandwichstrukturen usw. auftreten. Um Aussagen über die Schallabstrahlcharakteristik für ein möglichst breites Spektrum komplexer Eigenformen zu treffen, müssen die wichtigsten dieser Konfigurationen betrachtet werden. Deshalb wurden insgesamt zwölf Konfigurationen inhomogener Dämpfung identifiziert, welche die meisten anwendungsrelevanten Fälle abdecken können. Abbildung 6.1 zeigt die Übersicht der zu untersuchenden Dämpfungsverteilungen.

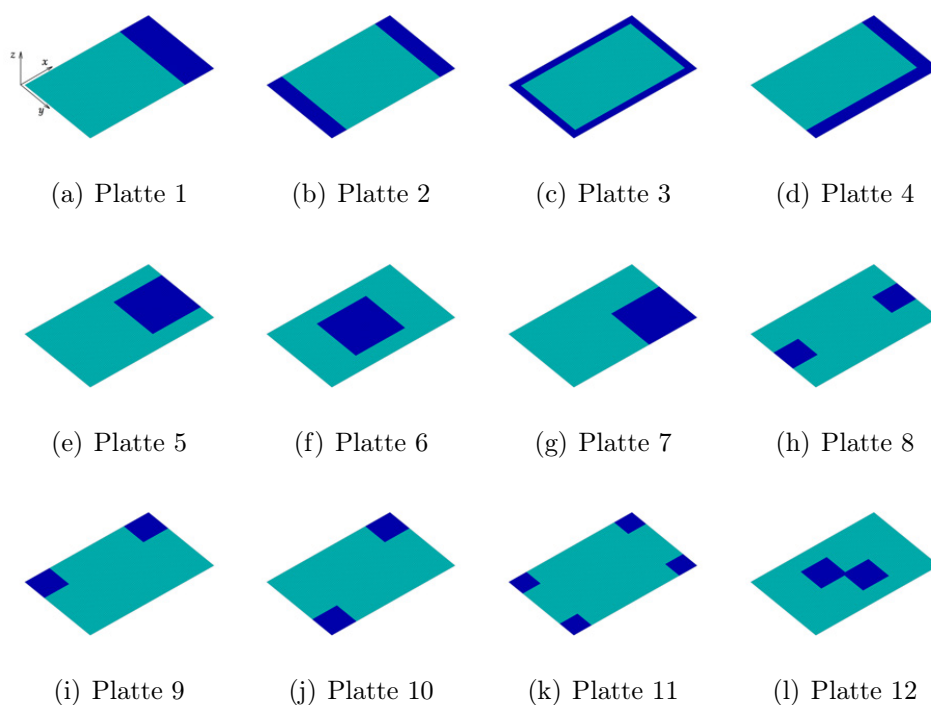


Abbildung 6.1.: Platten mit unterschiedlichen Dämpfungskonfigurationen

Um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wird bei allen Platten annähernd die gleiche Fläche mit erhöhter Dämpfung verwendet. Die gezeigten Platten unterscheiden sich wesentlich durch die Form des Bereiches hoher Dämpfung (Rand, Fläche, Ecke) und durch die Symmetrie. Folgende Übersicht fasst die Eigenschaften der einzelnen Konfigurationen zusammen:

| Platte | Symmetrie | Form |
|--------|-----------|--------------------------|
| 1 | einfach | ein Rand |
| 2 | zweifach | zwei Ränder |
| 3 | zweifach | vier Ränder |
| 4 | keine | zwei Ränder |
| 5 | einfach | ein Bereich am Rand |
| 6 | zweifach | ein Bereich in der Mitte |

Fortsetzung auf nächster Seite...

| Platte | Symmetrie | Form |
|--------|------------------|------------------------------|
| 7 | keine | ein Bereich in der Ecke |
| 8 | zweifach | zwei Bereiche an den Rändern |
| 9 | einfach | zwei Bereiche in den Ecken |
| 10 | punktsymmetrisch | zwei Bereiche in den Ecken |
| 11 | zweifach | vier Bereiche in den Ecken |
| 12 | punktsymmetrisch | zwei Bereiche in der Mitte |

Tabelle 6.1.: Eigenschaften untersuchter Platten

Es sind zwar noch viele weitere Konfigurationen denkbar, allerdings bilden die gezeigten Beispiele alle wichtigen Eigenschaften bezüglich der Symmetrie und der damit verbundenen Richtungen laufender Wellen in komplexen Schwingformen ab. So repräsentiert die Platte 1 den Fall, bei dem die Biegewellen in Richtung einer der Ränder laufen. Platte 2 zeigt den Fall, bei dem die Wellen von der Plattenmitte symmetrisch zu den gegenüberliegenden Rändern laufen. Bei der Platte 4 laufen die Wellen diagonal zu den beiden benachbarten Rändern mit erhöhter Dämpfung. Die punktsymmetrischen Platten 10 und 12 repräsentieren beispielsweise Konfigurationen, bei denen die Punktsymmetrie in äußeren und inneren Bereichen der Platte vorliegt. Weitere Fälle haben entweder direkte Ähnlichkeit zu den hier gezeigten Konfigurationen oder lassen sich als deren Kombination betrachten. So besitzt z. B. die Platte mit drei bedämpften Rändern teilweise die Eigenschaften der Platte 1 und 2.

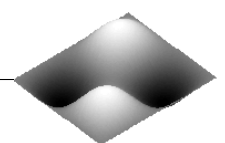
Die hier gezeigten Konfigurationen werden zunächst in der FE-Software gemäß den beschriebenen Verfahren aus Abschnitt 5.3 modelliert und anschließend der Modalanalyse mit Berücksichtigung der Dämpfung unterzogen. Anhand der im Abschnitt 4 diskutierten Modelle werden danach die akustischen Eigenschaften, wie der Abstrahlgrad oder die Schallintensitätsverteilung, untersucht. Dadurch, dass die detaillierte Betrachtung aller 12 Platten im begrenzten Rahmen dieser Arbeit wenig zielführend wäre, gilt es zunächst mit Hilfe der gezeigten Metriken, wie dem modalen Abstrahlgrad, die kritischen Konfigurationen mit dem größten Einfluss auf die Schallabstrahlcharakteristik zu finden.

6.2. Charakterisierung unterschiedlicher Konfigurationen

6.2.1. Komplexität der berechneten Eigenformen

Um kritische Dämpfungsverteilungen mit hohem Einfluss auf die Schallabstrahlung identifizieren zu können, sollten die Komplexitätsgrade der berechneten Eigenformen betrachtet werden. Als Einstieg zeigt Abbildung 6.2 zunächst die modalen Dämpfungsgrade aus der FE-Simulation. Hier werden die gleichen Rayleigh-Dämpfungen verwendet wie im Beispiel in Abschnitt 5.3.

Zu sehen ist, dass die modalen Dämpfungsgrade abhängig von der Nummer der Eigenform sowie der Dämpfungskonfiguration starke Variationen aufweisen. Wie im Fall der Platten 5, 6 und 7 besitzen die Dämpfungsverteilungen mit einem großen zusammenhängenden



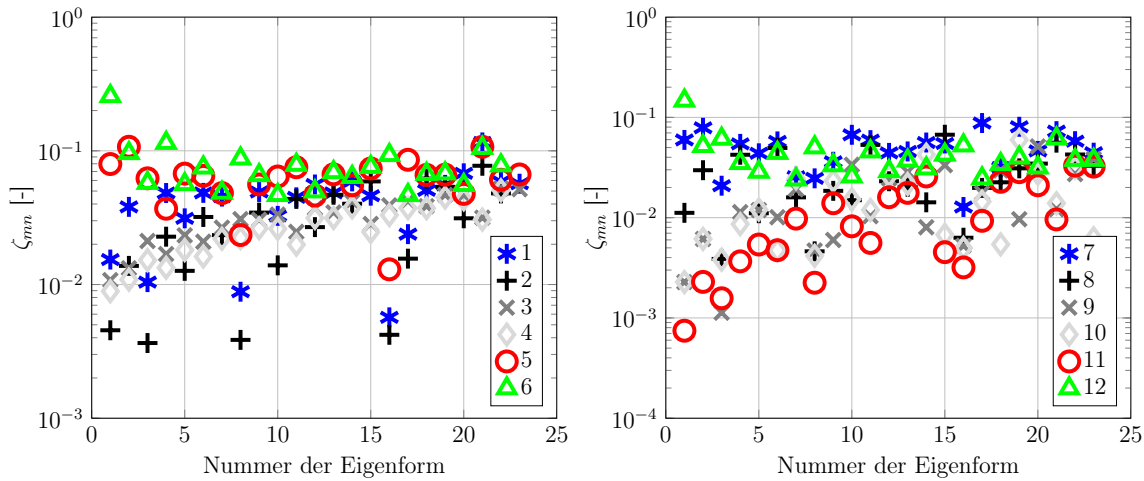


Abbildung 6.2.: Modale Dämpfungsgrade komplexer Eigenformen der Platten

Bereich erhöhter Dämpfung die höchsten modalen Dämpfungsgrade. Die Eigenformen mit der geringsten Dämpfung zeigt Platte 11 mit vier bedämpften Eckbereichen.

Im Anschluss werden die Komplexitätsgrade der berechneten komplexen Eigenformen der unterschiedlichen Dämpfungskonfigurationen betrachtet. Dadurch, dass die neu eingeführte Verteilung der reziproken SWR nach dem Berechnungsschema in Abbildung 5.3 nur für Konfigurationen mit einer dominierenden Laufrichtung der Biegewellen sinnvoll anwendbar ist, wird an dieser Stelle nur die allgemeingültige MCI-Metrik verwendet, die eine schnelle Aussage über den vorhandenen Komplexitätsgrad liefert. Abbildung 6.3 fasst die Resultate für alle betrachteten Konfigurationen zusammen. Weil sich die MCI-Werte der Platten mit verschiedenen Dämpfungskonfigurationen deutlich unterscheiden, wird eine logarithmische Darstellung gewählt.

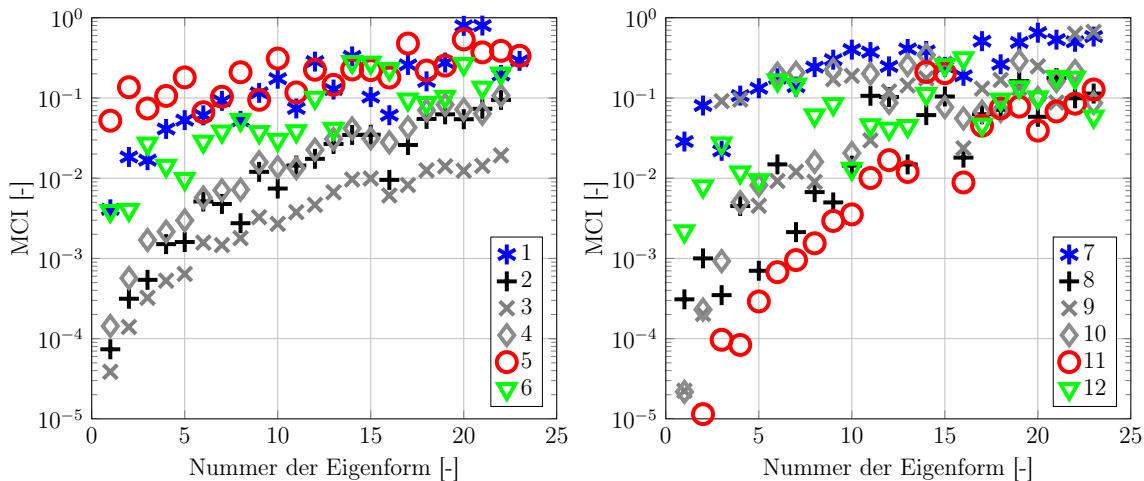


Abbildung 6.3.: MCI-Werte komplexer Eigenformen der untersuchten Platten

Die MCI-Werte der berechneten Eigenformen zeigen, wie in Abschnitt 5.3 bereits diskutiert, einen mit der Eigenformordnung ansteigenden Verlauf. Ähnlich wie bei den bereits betrachteten modalen Dämpfungen zeigen die Konfigurationen mit großer zusammenhängender Dämpfungsfläche, wie die Platten 1, 5, 6 und 7, die größten mittleren MCI-Werte. Konfigurationen mit einer über weite Bereiche verteilten Dämpfung, wie die Platten 3, 4 und 11,

besitzen dagegen eine wesentlich geringere Komplexität der Eigenformen. Diese großen Unterschiede in der Eigenvektorkomplexität motivieren die Identifikation von Konfigurationen mit hohem Einfluss auf die Schallabstrahlung. Deshalb muss eine Metrik eingeführt werden, die den Einfluss auf das akustische Verhalten pro Komplexitätseinheit betrachtet. Da der modale Abstrahlgrad die aussagekräftige Charakterisierung von Eigenformen erlaubt, bietet sich dessen Verwendung bei der Definition dieser Metrik im kommenden Abschnitt an.

6.2.2. Einfluss der Dämpfungsverteilung auf die modalen Abstrahlgrade

Bevor im Detail auf die modalen Abstrahlgrade der betrachteten Konfigurationen eingegangen wird, soll exemplarisch am Beispiel der Platte 1 gezeigt werden, wie die Komplexität das Abstrahlvermögen einiger Eigenformen beeinflusst. Diese Information dient zunächst nur der Definition der Metrik für die Identifikation relevanter Dämpfungskonfigurationen. Die genauen Phänomene und Einflussfaktoren werden im Laufe des Abschnitts im Detail diskutiert.

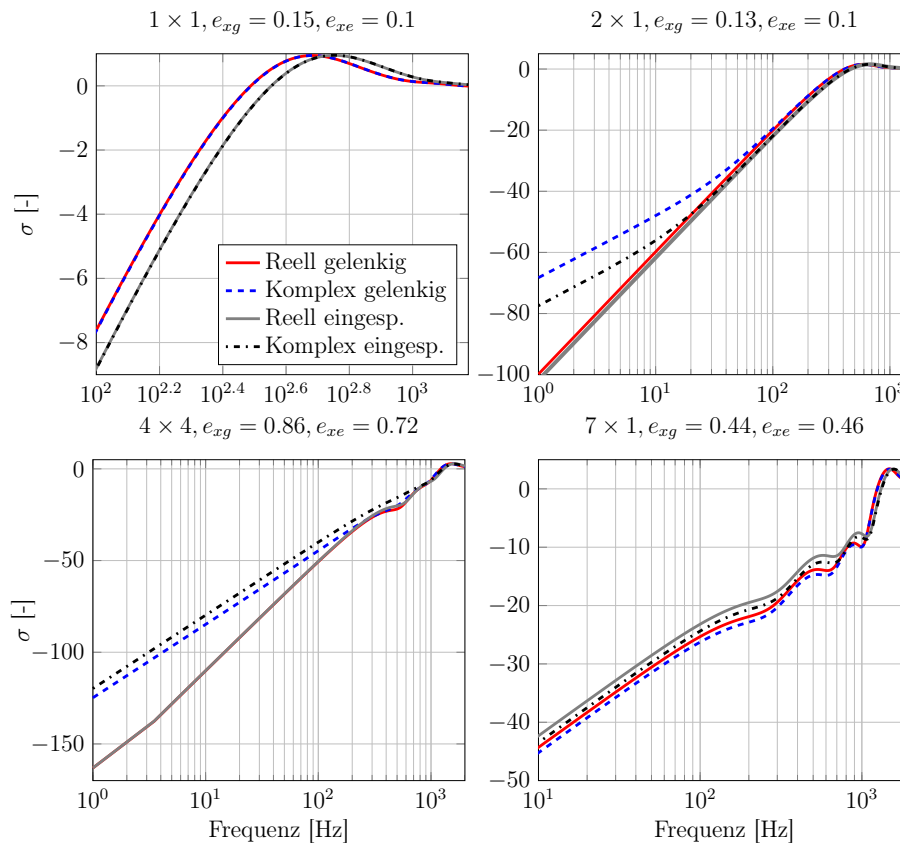
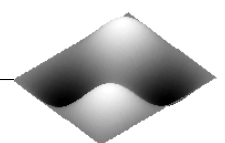


Abbildung 6.4.: Abstrahlgrade der Eigenformen der Platte 1

Abbildung 6.4 zeigt die berechneten Abstrahlgrade einiger Eigenformen für die ungedämpfte Referenzplatte und die bedämpfte Platte 1. Dabei werden zunächst beide Arten der Randbedingungen betrachtet. Die Komplexität der Eigenformen ist mit den Werten e_{xg} für gelenkig gelagerte und mit e_{xe} für eingespannte Platte angegeben. Aus den gezeigten Verläufen wird zunächst deutlich, dass die Komplexität unterschiedlichen Einfluss auf den modalen



Abstrahlgrad hat. Beide Arten der Einspannung zeigen dabei ein qualitativ sehr ähnliches Verhalten. Diese Beobachtung stützt noch einmal die Annahme aus dem Abschnitt 4.4.11, dass es zwischen den beiden Arten der Lagerungsbedingung keine prinzipiellen Unterschiede in Bezug auf die Abstrahlcharakteristik komplexer Eigenformen gibt. Deshalb ist es nicht erforderlich, die Detailbetrachtungen zum Abstrahlverhalten für beide Lagerungsbedingungen parallel durchzuführen. Dennoch werden an entscheidenden Stellen in diesem Kapitel die Ergebnisse beider Randbedingungen verglichen, um diese Annahme zu prüfen.

Die Verläufe zeigen, dass der Einfluss komplexwertiger Eigenformen auf den Abstrahlgrad auf den Bereich unterhalb der Koinzidenzfrequenz begrenzt ist. Dabei sind die Abweichungen im Abstrahlgrad im Vergleich zur Referenzplatte besonders bei den Eigenformen mit der Ordnung 2×1 und 4×4 am größten. Bemerkenswert ist auch die Tatsache, dass Abweichungen größer als 10 dB hauptsächlich im Frequenzbereich unter 100 Hz auftreten. Aufgrund dieser Beobachtung und der allgemein bekannten Tatsache, dass Schwingformen vor allem im Frequenzbereich unterhalb der Koinzidenzfrequenz signifikante Unterschiede im Abstrahlgrad aufweisen, wird genau dieser Bereich des Frequenzspektrums $f < 100 \text{ Hz}$ für die kommende Definition des Bewertungskoeffizienten verwendet.

Gleichung 6.1 gibt zur Klassifizierung von Platten mit unterschiedlicher Dämpfungskonfiguration die Bewertungskoeffizienten δ_n an, welche den Einfluss der Komplexität auf die Abstrahlgrade widerspiegeln:

$$\delta_n = \frac{\sum_{i=1}^N |\sigma_R(f_i) - \sigma_n(f_i)|}{MCI_n} \quad (6.1)$$

Der Wert δ_n wird für jede Eigenform der jeweiligen Platte berechnet. Im Zähler der Gleichung 6.1 wird der Betrag der Differenzen zwischen den logarithmierten Abstrahlgraden der Referenzplatte σ_R und den Abstrahlgraden komplexer Eigenformen σ_n gebildet. Danach erfolgt die Aufsummierung aller Differenzen und die Normierung auf den jeweiligen MCI_n -Wert der komplexen Eigenform. Damit beschreibt δ_n die aufsummierte Differenz des modalen Abstrahlgrades zwischen der reellen und komplexen Eigenform unterhalb der Koinzidenzfrequenz bei $f < 100 \text{ Hz}$ pro Komplexitätsmaß MCI. Die auf diese Weise berechneten δ_n -Werte sind für die ersten 18 Eigenformen aller untersuchten Platten in Abbildung 6.5 gezeigt. Es wurden nicht alle Eigenformen für die Betrachtung herangezogen, weil ab der 18. Eigenform die Amplitudenverteilungen im Vergleich zur Referenzplatte stark abweichen, weshalb ein sinnvoller Vergleich des modalen Abstrahlgrades nicht mehr möglich ist.

Es ist zunächst sichtbar, dass die Werte eine hohe Streuung innerhalb einer Dämpfungskonfiguration aufweisen (z. B. Platte 1 zwischen 10^0 und 10^3), was auf einen unterschiedlichen Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf den Abstrahlgrad hindeutet. Im Mittelwert liegen die meisten δ_n im Bereich von 10^2 , was einer mittleren Differenz der Abstrahlgrade unterhalb der Koinzidenz von ca. 1 bis 2 dB entspricht. Bei einigen Plattenkonfigurationen liegen die Werte im Mittel deutlich höher im Bereich von 10^3 , mit Spitzenwerten bei bestimmten Eigenformen von $5 \cdot 10^4$. Auf den ersten Blick signalisieren diese hohen δ_n -Werte die Relevanz der Platten 1, 4, 5, 7, 9, 10 und 12 für die Untersuchung akustischer Effekte. Die restlichen Platten gehen über das Grundniveau von $\delta_n = 10^2$ nicht hinaus und signalisieren damit einen geringen Einfluss auf das Abstrahlverhalten.

Diese Beobachtungen bestätigen sich, wenn das arithmetische Mittel $\hat{\delta}$ aus den δ_n -Werten unter den 18 Eigenformen gebildet und auf den Maximalwert unter allen Plattenkonfigura-

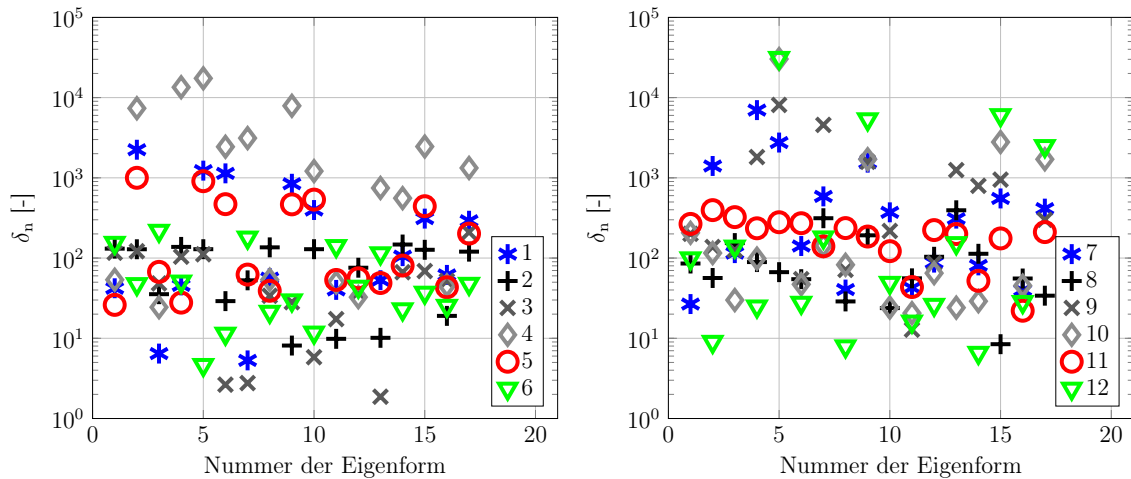
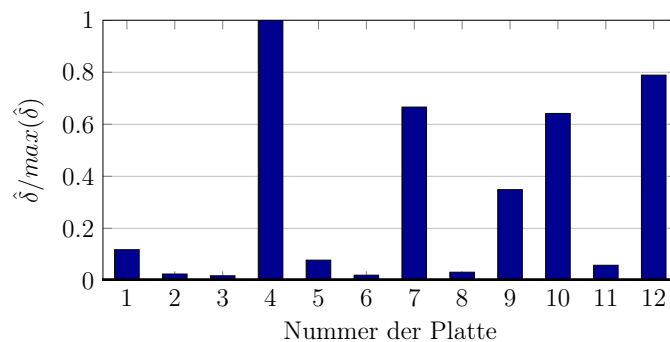


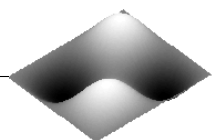
Abbildung 6.5.: Bewertungskoeffizienten unterschiedlicher Platten

tionen normiert wird. Das Ergebnis ist im Balkendiagramm in Abbildung 6.6 zu sehen. Auch hier zeigt sich, dass die Dämpfungsverteilung der Platten 1, 4, 5, 7, 9, 10 und 12 den höchsten Einfluss auf die modalen Abstrahlgrade unterhalb der Koinzidenzfrequenz aufweist.

Aus dieser Betrachtung lassen sich die kritischen Dämpfungsconfigurationen identifizieren. Einen wesentlichen Einfluss auf die Sensitivität der Abstrahleffizienzen gegenüber der Eigenvektorkomplexität scheint weniger die Form des Bereiches hoher Dämpfung, sondern vielmehr die Symmetrieeigenschaft zu haben. Beispielsweise besitzen die Platten 2, 3, 6, 8 und 11 eine zweifach symmetrische Verteilung der Dämpfung und zeigen dabei einen geringen Einfluss auf die Abstrahlgrade. Alle komplexen Eigenformen dieser Platten besitzen Bewertungskoeffizienten von $\delta_n < 6 \cdot 10^2$. In diesem Zusammenhang lässt sich feststellen, dass Dämpfungsconfigurationen mit zahlreichen, annähernd homogen verteilten Bereichen erhöhter Dämpfung eine Zweifachsymmetrie und damit sehr geringe Sensitivität bezüglich modaler Abstrahlgrade besitzen. Dazu gehören beispielsweise regelmäßig verteilte Dämpfungsschichten oder Materialinhomogenitäten. Einige Beispiele solcher Dämpfungsplatzierungen wurden im Kapitel zum Stand der Technik in Abbildung 3.12 betrachtet.

Abbildung 6.6.: Gemittelte und normierte Bewertungskoeffizienten $\hat{\delta}$

Platten mit einfacher Symmetrie, wie z. B. 1, 5 und 9, haben deutlich mehr Einfluss auf die modalen Abstrahlgrade mit Bewertungskoeffizienten von $\delta_n < 10^4$. Dabei gibt es neben einigen Spitzenwerten immer noch zahlreiche komplexe Eigenformen, die ihr Abstrahlvermögen nur wenig ändern. Bemerkenswert hohe Variationen im Abstrahlgrad zeigt die Gruppe ohne



Symmetrie in der Dämpfungsverteilung mit den Platten 4 und 7. Besonders bei der Platte 4 mit zwei benachbarten Rändern hoher Dämpfung ändern die meisten Eigenformen deutlich ihren Abstrahlgrad. Interessant ist auch die vierte Gruppe, bestehend aus den Platten 10 und 12, die punktsymmetrische Dämpfungsverteilungen aufweisen. Die meisten Eigenformen aus dieser Gruppe ändern die Schallabstrahlung nur unwesentlich. Doch es gibt vier Ausnahmefälle, die besonders hohe Spitzenwerte von $\delta_n = 5 \cdot 10^4$ erreichen können. Bemerkenswert ist der direkte Vergleich zwischen der Platte 6 mit einer zweifach symmetrischen Dämpfungsfläche und der Platte 12 mit einer punktsymmetrischen Dämpfungsfläche in der Plattenmitte. Auf den ersten Blick sind die Verteilungen sehr ähnlich und sollten deshalb auch vergleichbare Wirkung auf die Akustik der entstehenden komplexen Eigenformen ausüben. Dies ist aufgrund unterschiedlicher Symmetrien offensichtlich nicht der Fall.

Auf Basis dieser Erkenntnisse lassen sich wichtige Feststellungen ableiten, die für beliebige Dämpfungsbelegungen mit ähnlichen Symmetrieeigenschaften gelten. In diesem Zusammenhang können folgende Hypothesen aufgestellt werden:

- **Gruppe A - Zweifach symmetrische Dämpfungsverteilung:** Die Abstrahlgrade komplexer Eigenformen ändern sich kaum im Vergleich zu reellen Eigenformen.
- **Gruppe B - Einfach symmetrische Dämpfungsverteilung:** Ein Teil der komplexen Eigenformen verändert den modalen Abstrahlgrad.
- **Gruppe C - Punktsymmetrische Dämpfungsverteilung:** Einige, komplexe Eigenformen ändern signifikant den Abstrahlgrad.
- **Gruppe D - Keine Symmetrie in der Dämpfungsverteilung:** Der Abstrahlgrad der meisten Schwingungseigenformen wird beeinflusst.

Zur Überprüfung dieser Hypothesen werden im kommenden Abschnitt die Abstrahlgrade unterschiedlicher Plattenkonfigurationen detailliert betrachtet. Es wird versucht, eine möglichst große Vielfalt an Dämpfungskonfigurationen zu beleuchten. Besondere Aufmerksamkeit gilt dennoch den Platten 1, 2, 7 und 10, die als Vertreter aus jeder der genannten Gruppen die höchsten Sensitivitäten in Abbildung 6.6 gezeigt haben.

6.3. Modaler Abstrahlgrad komplexer Eigenformen

Um eine Vergleichbarkeit der Abstrahlgrade unterschiedlicher Dämpfungskonfigurationen zu gewährleisten, werden für die Untersuchungen nur die Eigenformen herangezogen, die keine signifikante Änderung der grundsätzlichen Amplitudenverteilung aufgrund inhomogener Dämpfung erfahren. Die Änderung der Amplitudenverteilung gilt als gering, wenn die Anzahl der Schwingungsmaxima und -minima in beiden Plattendimensionen gleich bleibt und diese klar voneinander getrennt sind. Ein Beispiel dieser Variation der Amplitudenverteilung ist in Abbildung 6.7 anhand der 8×4 -Eigenform zu sehen.

Neben der Forderung nach annähernd gleichbleibender Amplitudenverteilung muss gewährleistet sein, dass die betrachteten Eigenformen eine ausreichende Komplexität aufweisen. An dieser Stelle ist noch schwierig zu sagen, wie viel Komplexität genau für die Betrachtung akustischer Phänomene ausreichend ist. Dies wird allerdings spätestens klar, wenn das analytische Modell zur parametrischen Variation des Komplexitätsgrades verwendet wird und die resultierenden Schwingformen im Hinblick auf die relevanten Metriken untersucht

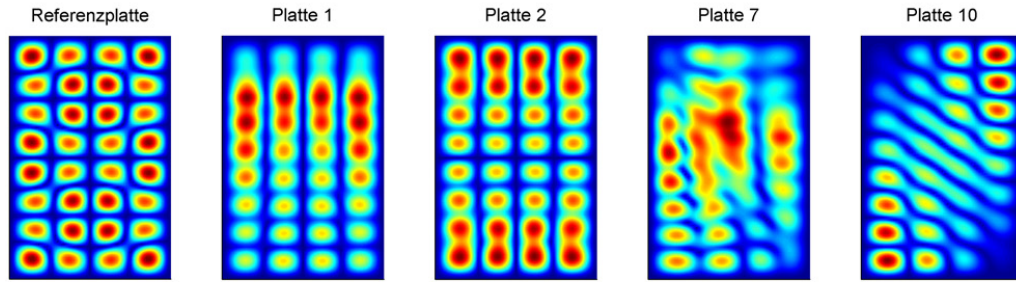
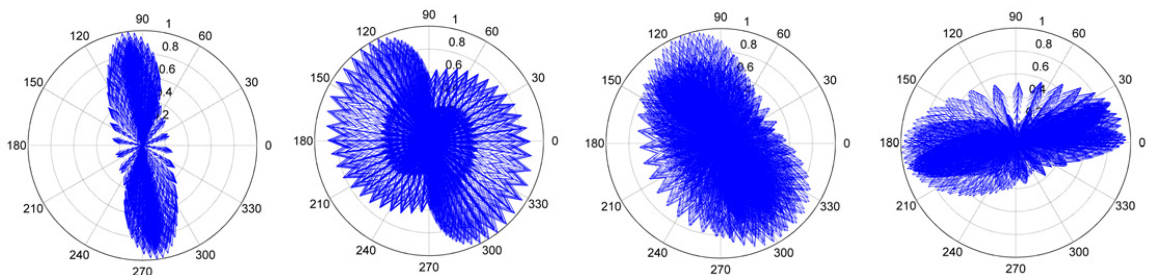


Abbildung 6.7.: Variation der Amplitudenverteilung der 8×4 -Eigenform

werden. Bis dahin wird versucht, die Eigenformen mit dem höchsten MCI-Wert innerhalb einer Dämpfungskonfiguration für die Analyse der Schallabstrahlung zu verwenden.

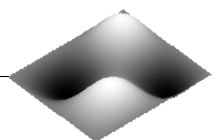
Es kann generell anhand der Abbildung 6.3 in Abschnitt 6.2.1 festgestellt werden, dass die Platten der Gruppe A wesentlich geringere Eigenvektorkomplexität besitzen als die Platten aus anderen Gruppen. Dies kann ebenfalls durch die Zweifachsymmetrie der Dämpfungsverteilung begründet werden, die dazu führt, dass der inhomogene, d.h. nichtproportionale Charakter der Dämpfung vermindert wird. Nichtsdestotrotz ist die Komplexität aller hier betrachteter Eigenformen ausreichend, um Aussagen über deren Auswirkungen auf die Schallabstrahlung zu treffen. Dies belegen die Polardiagramme in Abbildung 6.8, welche die komplexe 4×4 -Eigenform der Platten aus jeder Gruppe darstellen. In jedem Fall sind die komplexen Anteile durch Streuung der Phasenwinkel zu erkennen.



(a) Gruppe A, Platte 2 (b) Gruppe B, Platte 1 (c) Gruppe C, Platte 7 (d) Gruppe D, Platte 10

Abbildung 6.8.: Polardiagramme am Beispiel der 4×4 -Eigenform

An dieser Stelle gibt es im Hinblick auf die kommenden Betrachtungen noch eine letzte wichtige Bemerkung. Es wäre wünschenswert, die Teilhypothesen anhand eines einheitlichen Satzes an Eigenformen zu betrachten, z. B. durchgehend die 2×1 -, 3×2 - und 4×4 -Eigenform. Dies ist aufgrund sehr unterschiedlicher Eigenschaften der Dämpfungskonfigurationen und der daraus resultierender Eigenformen nicht zielführend. So kann z. B. die 1×1 -Eigenform im Fall der Platte 1 eine interessante Erkenntnis liefern, aber für die Platte 2 dafür völlig ungeeignet sein. Deshalb beinhalten die kommenden Betrachtungen stets die anschaulichsten Beispiele, welche für das Verständnis der diskutierten Zusammenhänge am besten geeignet sind. Gleichzeitig wird im Sinne einer besseren Gegenüberstellung der Resultate dennoch versucht, möglichst oft die gleichen Eigenformen für die Betrachtungen entlang der Teilhypothesen zu verwenden.



6.3.1. Zweifach symmetrische Dämpfungsverteilung

Zunächst werden die Platten 2, 3, 6, und 11 aus der Gruppe A mit zweifach symmetrischer Dämpfungsverteilung betrachtet. Für den Vergleich werden die höheren Eigenformen ausgewählt, weil erst diese eine Komplexität von $MCI \geq 0.1$ aufweisen. Abbildung 6.9 zeigt zunächst am Beispiel der 2×1 -Eigenform der Platte 3 die Zeitverläufe der Schwingung zu den vier unterschiedlichen Zeitpunkten innerhalb einer Schwingungsperiode. Der Bereich mit Zusatzdämpfung ist mit roter Umrandung gekennzeichnet. Zu sehen ist, dass aufgrund symmetrischer Dämpfungskonfigurationen die Schwingungsamplituden zu jedem Zeitpunkt ebenfalls symmetrisch sind. Dies ist eine wichtige Beobachtung, die in den nächsten Abschnitten genauer diskutiert wird.

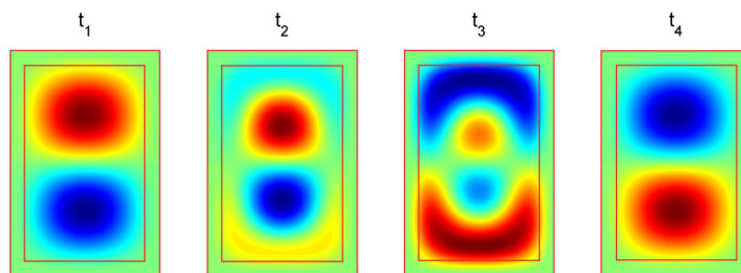


Abbildung 6.9.: Zeitlicher Verlauf der 2×1 -Eigenform der Platte 3 (Gruppe A)

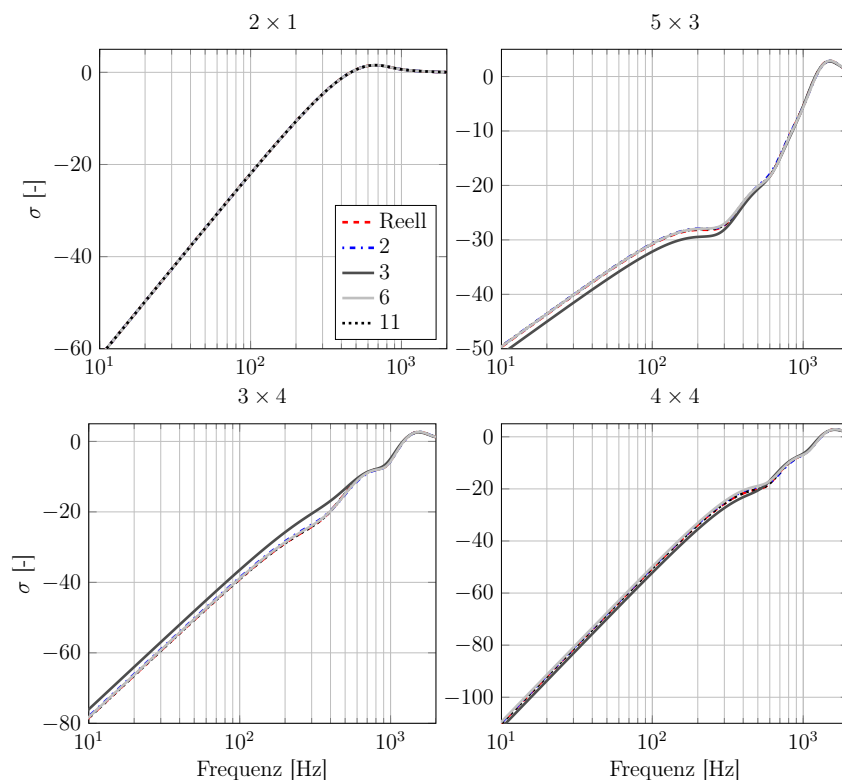


Abbildung 6.10.: Abstrahlgrade einiger Eigenformen der Platten mit Zweifach-symmetrie aus der Gruppe A

Abbildung 6.10 zeigt im Vergleich zur Referenzplatte die Abstrahlgrade der Platten aus der Gruppe A für eine Reihe von Eigenformen mit unterschiedlichen Ordnungen. In den gezeigten Verläufen können lediglich geringe Änderungen des Abstrahlgrades im Bereich von 1 bis 3 dB beobachtet werden, die zum Teil auf geringe Änderungen der Amplitudenverteilung und eventuell auch auf die Präsenz laufender Wellen zurückzuführen sind. Eigenformen niedrigerer Ordnung mit entsprechend geringeren Komplexitätsgraden zeigen bei den hier betrachteten Platten Änderungen des Abstrahlgrades unterhalb von 1 dB.

Alle untersuchten Eigenformen der Gruppe A besitzen ein vergleichbares Verhalten, welches durch die hier aufgeführten vier Eigenformen aufgezeigt wird. Keine der Eigenformen dieser Gruppe zeigt Änderungen im Vergleich zu den reellen Eigenformen, die größer als 3 dB sind. Dabei lassen sich aufgrund des vernachlässigbaren Einflusses auf den Abstrahlgrad keine klaren Gesetzmäßigkeiten ableiten. Deshalb ist die genauere Betrachtung der Abstrahlgrade der Konfigurationen aus der Gruppe A nicht weiter erforderlich.

6.3.2. Einfach symmetrische Dämpfungsverteilung

Die Ergebnisse der Platten aus der Gruppe B mit einfach symmetrischer Dämpfungsconfiguration sind wesentlich interessanter und zeigen eine signifikant höhere Variabilität der Abstrahlgrade. Abbildung 6.11 zeigt die modalen Abstrahleffizienzen einiger Eigenformen der Platten aus dieser Gruppe.

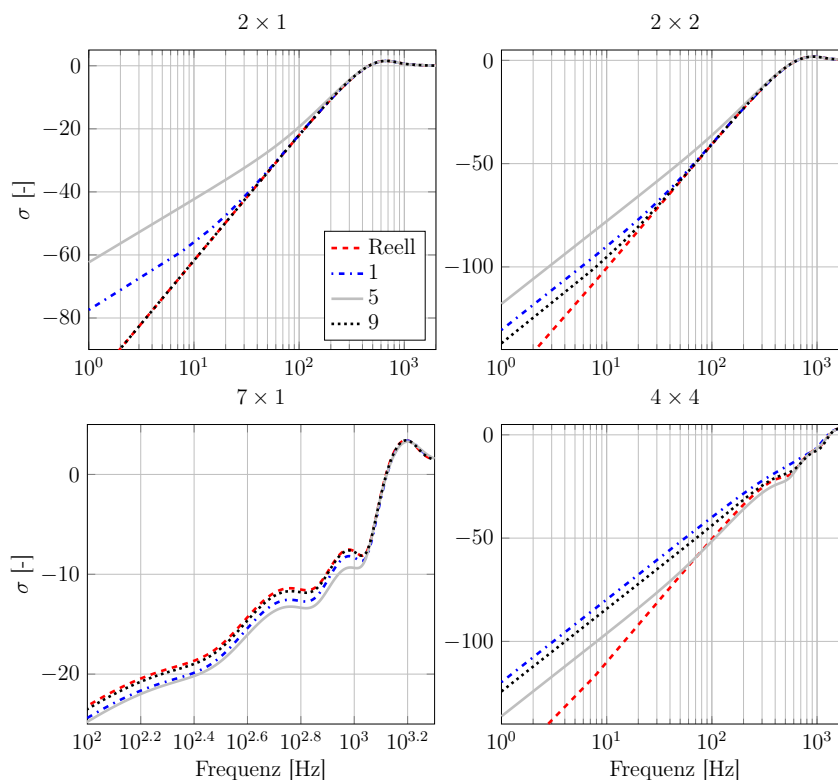
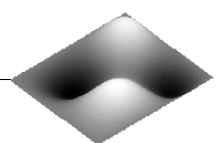


Abbildung 6.11.: Abstrahlgrade einiger Eigenformen der Platten mit einfacher Symmetrie aus der Gruppe B

Die Kurven zeigen einen unterschiedlichen Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf die Abstrahlgrade. Während bei der 7×1 -Eigenform der Abstrahlgrad über einen breiten Fre-



quenzbereich um ca. 3 dB verringert wird, steigt er bei anderen Eigenformen zu tieferen Frequenzen hin immer weiter an. Je größer der Anteil laufender Wellen in der Schwingform ist, desto höher ist die Erhöhung der Abstrahleffizienz. Bei tiefen Frequenzen von $f < 10\text{ Hz}$ können bei komplexen Eigenformen Steigerungen des Abstrahlvermögens von bis zu 35 dB beobachtet werden.

Bei der Betrachtung der Abstrahlgrade der Platten aus der Gruppe B lässt sich eine Gesetzmäßigkeit ableiten, die für das Verständnis des Abstrahlverhaltens komplexer Eigenformen von entscheidender Bedeutung ist. In Abschnitt 5.4 wurde mit Hilfe der berechneten Verteilung der reziproken SWR der Platte 1 aus Gruppe B gezeigt, dass die laufenden Wellen eine dominante Laufrichtung entlang der x-Achse besitzen. Die hier zusätzlich gezeigte Platte 5 hat ebenfalls einen dominanten Anteil laufender Wellen in x-Richtung. Bei der Platte 9 ist es aufgrund der abweichenden Dämpfungskonfiguration die y-Richtung. Die Verläufe aus Abbildung 6.11 zeigen, dass vor allem die Eigenformen mit gerader Ordnung ihren Abstrahlgrad bei tiefen Frequenzen entscheidend erhöhen. Die 2×1 -Eigenform besitzt die gerade Ordnung von 2 in x-Richtung und wird bei den Platten 1 und 5 in ihrem Abstrahlgrad beeinflusst. Wie bereits erwähnt, haben diese beiden Platten laufende Wellenanteile in x-Richtung. Die komplexe Eigenform der Platte 9 besitzt dagegen laufende Wellen in y-Richtung, wodurch anscheinend die Abstrahleffizienz der 2×1 -Eigenform nicht beeinflusst wird. Die 2×2 - und 4×4 -Eigenformen haben gerade Ordnungen in beide Raumrichtungen und erhöhen ihren Abstrahlgrad bei allen Platten, einschließlich der Platte 9.

Eigenformen mit ungerader Ordnung, wie die 7×1 -Eigenform, verringern ihre Abstrahleffizienz um einige Dezibel über einen breiten Frequenzbereich unterhalb der Koinzidenzfrequenz. Dies gilt für alle untersuchten ungeraden Eigenformen der Platten aus der Gruppe B.

Auf Basis dieser Beobachtungen lassen sich wichtige Aussagen über den Einfluss laufender Wellen auf den Abstrahlgrad komplexer Eigenformen formulieren:

- Besitzen inhomogen bedämpfte Platten eine dominante Richtung laufender Wellen, so erhöhen alle Eigenformen mit gerader Ordnung in diese Richtung zu tiefen Frequenzen hin ihren Abstrahlgrad.
- Alle Schwingformen mit ungerader Ordnung in Richtung der laufenden Wellen verringern leicht ihre Abstrahleffizienz über einen breiten Frequenzbereich unterhalb der Koinzidenzfrequenz.

Es gibt einen wesentlichen Grund für diesen Effekt. In Abschnitt 4.4.3 wurden die Abstrahlgrade reeller Eigenformen der Referenzplatte gezeigt und diskutiert. Dabei wurde die Volumenverschiebung oder auch Volumengeschwindigkeit der Schwingformen als wesentliche Einflussgröße auf das Abstrahlvermögen von Plattenschwingungen benannt. Demnach strahlen aufgrund der Volumenverschiebung von null ungerade-gerade, gerade-ungerade und gerade-gerade Eigenformen wesentlich weniger Schall ab als ungerade Eigenformen, die im Gegensatz dazu eine hohe Volumenverschiebung aufweisen. Bei reellen Schwingformen sind die Ordnungen und damit auch die Biegewellenlängen in der gesamten Schwingungsperiode konstant. Im Gegensatz dazu verändern sich bei komplexen Eigenformen durch die Anwesenheit laufender Wellenanteile die Ordnung und die Biegewellenlänge der Schwingform. Folgende Abbildung 6.12 zeigt am Beispiel der 2×1 -Eigenform der Platte 1 diesen Vorgang für vier unterschiedliche Zeiten innerhalb der Schwingungsperiode.

Zu den Zeitpunkten t_1 und t_4 zeigt die komplexe Eigenform die gleiche Auslenkung wie eine stehende Welle mit der Ordnung 2×1 . Zu den Zeitpunkten t_2 und t_3 wird der lau-

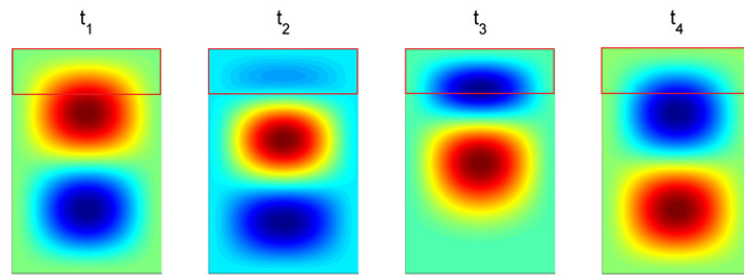


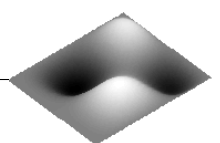
Abbildung 6.12.: Zeitlicher Verlauf der 2×1 -Eigenform der Platte 1 (Gruppe B)

fende Wellenanteil sichtbar, dabei verändert sich die Amplitudenverteilung und entspricht zeitweise einer 3×1 ähnlichen Schwingform. Im Gegensatz zur 2×1 -Schwingform hat die 3×1 -Schwingform eine Volumenverschiebung, die ungleich null ist. Die periodische Änderung der Amplitudenverteilung zwischen diesen beiden Schwingformen innerhalb einer Periode der komplexen 2×1 -Eigenform führt deshalb zwangsläufig zu einer signifikanten Erhöhung der Gesamtvolumenverschiebung und damit auch zur Steigerung des Abstrahlgrades. Die laufenden Wellen entlang der geraden Ordnung verändern also immer die akustisch ineffiziente, gerade Schwingform in Richtung einer wesentlich abstrahleffizienten, ungeraden Schwingform.

Als Gegenbeispiel kann die 2×1 -Eigenform der Platte 3 aus der Gruppe A genannt werden, die nach den Kurvenverläufen in Abbildung 6.10 keine signifikante Änderung des Abstrahlgrades durch die Präsenz laufender Wellen erfährt. Der Grund dafür wird bei Betrachtung der Zeitverläufe der Schwingung in Abbildung 6.9 klar. Durch die zweifache Symmetrie der Dämpfungsverteilung der Platte 3 entstehen komplexe Schwingformen, die stets symmetrisch sind. Zu jedem Zeitpunkt der Schwingungsperiode gibt es für jedes Schwingungsmaximum ein dazugehöriges Minimum. Dies führt dazu, dass keine signifikante Steigerung der Volumenverschiebung und damit auch des Abstrahlgrades auftritt.

Es ist festzustellen, dass die genannte Veränderung der Volumenverschiebung nur stattfindet, wenn die Ordnung der Eigenform in die orthogonale Richtung zur Ausbreitungsrichtung laufender Wellen ungerade ist. Dies ist im gezeigten Beispiel der 2×1 -Eigenform der Fall. Dennoch zeigen die geraden-geraden Eigenformen, wie die 2×2 - oder 4×4 -Eigenform (siehe Abbildung 6.11), ebenfalls eine Erhöhung des tieffrequenten Abstrahlgrades. Diese ist dadurch begründet, dass innerhalb der Schwingungsperiode aus den genannten geraden-geraden Eigenformen die ungeraden-geraden 3×2 - oder 5×4 -Eigenformen werden. Diese haben zwar immer noch eine Volumenverschiebung gleich null, sind aber dennoch effizientere Schallstrahler als die gerade-gerade Eigenformen.

In Abschnitt 4.4.5 wurden bei der Beschreibung der Modellbildung die Schallstrahlungsmoden eingeführt. Dabei wurde gezeigt, dass jede Struktureigenform je nach Ordnung unterschiedliche Kopplungsfaktoren in die Schallstrahlungsmoden besitzt. Diese Kopplungsfaktoren bestimmen maßgeblich die Abstrahleffizienz der Schwingformen. Es wurde gezeigt, dass deutlich unterhalb der Koinzidenzfrequenz die Einkopplung in die ersten vier Schallstrahlungsmoden den entscheidenden Einfluss auf den Abstrahlgrad aufweist. Gerade-ungerade Eigenformen mit nicht vorhandener Volumenverschiebung koppeln in diese erste Schallstrahlungsmoden nicht ein und liegen in ihrem Abstrahlvermögen somit deutlich unterhalb der ungeraden-ungeraden Eigenformen. Die periodische Änderung der BiegeWellenlängen einer komplexen geraden-ungeraden Schwingform führt dazu, dass die Einkopplung in die



erste Schallstrahlungsmoden signifikant ansteigt, weshalb sich auch der Abstrahlgrad erhöht. Gleiches gilt auch für die geraden-geraden Eigenformen die zunächst in die vierte und dann durch die Präsenz laufender Wellen in die abstrahleffizientere zweite oder dritte Abstrahlmoden einkoppeln.

Die zweite wichtige Beobachtung in diesem Abschnitt ist die Tatsache, dass die effizienten ungeraden-ungeraden Eigenformen ihren Abstrahlgrad durch laufende BiegeWellen nur geringfügig verringern. Die Begründung für diesen Effekt kann wie folgt formuliert werden: Auch bei der komplexen ungeraden-ungeraden Eigenform ändert sich innerhalb der Schwingungsperiode die Verteilung der Schwingungsamplituden zu einer akustisch weniger effizienten geraden-ungeraden Eigenform. Dennoch bleibt die maximale Volumenverschiebung konstant, da zu einem bestimmten Zeitpunkt innerhalb der Schwingungsperiode immer noch die effiziente ungerade-ungerade Schwingform auftritt. Gleiches gilt auch für die ungeraden-geraden Schwingformen, die sich zeitweise in die geraden-geraden umwandeln. Die Volumenverschiebung bleibt in beiden Fällen immer gleich null. Dadurch, dass dennoch die ineffizientere gerade-gerade Schwingform auftritt, verringert sich der Abstrahlgrad der komplexen ungeraden-geraden Eigenform um einige Dezibel.

Zusammenfassend kann zunächst festgestellt werden, dass laufende Wellen die Einkopplung der Schwingformen in die Schallstrahlungsmoden und damit auch den Abstrahlgrad verändern. Diese Thematik wird später detaillierter, anhand der Kopplungsfaktoren komplexer Eigenformen in Abschnitt 6.3.6 betrachtet. Zuerst sollen aber noch die restlichen Gruppen C und D in Bezug auf die modalen Abstrahlgrade untersucht werden.

6.3.3. Punktsymmetrische Dämpfungsverteilung

Die punktsymmetrischen Platten 10 und 12 aus der Gruppe C zeigen in den Bewertungskoeffizienten keinen Einfluss auf die meisten Eigenformen, abgesehen von den vier Spitzenwerten. Dabei handelt es sich um gerade-gerade Eigenformen. Die letzten zwei dieser vier Eigenformen verändern stark ihre Amplitudenverteilung und werden deshalb hier nicht näher analysiert. Die anderen beiden geraden-geraden 2×2 - und 4×2 -Eigenformen zeigen dagegen keine nennenswerte Änderung der Amplitudenverteilung und werden in folgender Abbildung 6.13 hinsichtlich des modalen Abstrahlgrades betrachtet.

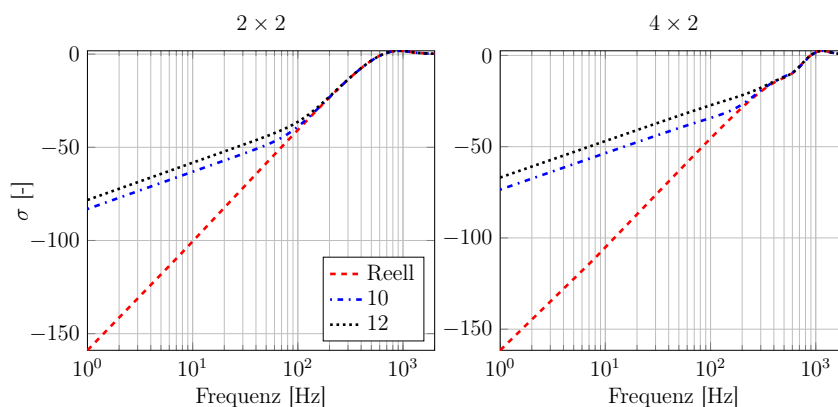


Abbildung 6.13.: Abstrahlgrade der 2×2 - und 4×2 -Eigenformen der Platten mit einer Punktsymmetrie aus der Gruppe C

Beide Platten weisen bei diesen Eigenformen eine bemerkenswerte Erhöhung des Abstrahlgrades von bis zu 90 dB auf. So hohe Werte sind allerdings nur bei äußerst tiefen Frequenzen von $f < 10 \text{ Hz}$ zu beobachten. Nichtsdestotrotz steigen die Abstrahlgrade auch bei realistischen Frequenzen von $f = 50 \text{ Hz}$ um 20 dB an. Auch in diesem Fall ist die Ursache für diese Erhöhung die gestiegene Volumenverschiebung der komplexen Schwingformen. Zeitliche Verläufe der Amplitude der 4×2 -Eigenform der Platte 10 sind in Abbildung 6.14 dargestellt. Zu den Zeitpunkten t_1 und t_4 ist die Volumenverschiebung durch eine gleiche Anzahl von vier Maxima und vier Minima gleich null. Bei t_2 und t_3 gibt es drei Maxima und zwei Minima, was zu einer signifikanten Steigerung der Volumenverschiebung und damit auch der Schallabstrahlung führt. Die Platten 10 und 12, die jeweils den Fall der Punktsymmetrie in den äußeren und inneren Bereichen der Platte abbilden, zeigen grundsätzlich ein ähnliches Verhalten.

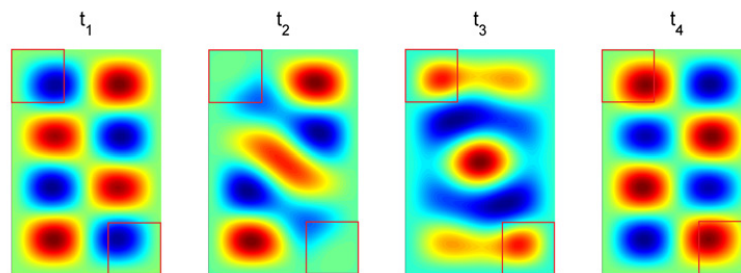


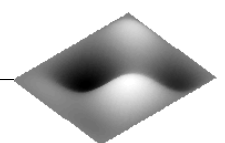
Abbildung 6.14.: Zeitlicher Verlauf der 4×2 -Eigenform der Platte 10 (Gruppe C)

Für die punktsymmetrisch bedämpften Platten lassen sich keine so eindeutigen Aussagen treffen wie bei den Platten der Gruppe B mit einfacher Symmetrie. Dies liegt vor allem daran, dass die Konfiguration laufender Wellen in den Schwingungseigenformen kompliziert sein kann. Trotzdem lassen sich einige Gesetzmäßigkeiten aus der Betrachtung der Abstrahlgrade für Platten der Gruppe C ableiten. Es werden nur die Abstrahlgrade akustisch wenig effizienter gerader-gerader Eigenformen, wie der 2×2 - und 4×2 -Eigenform, durch komplexe Anteile signifikant beeinflusst. Die Ursache dafür liegt in der punktsymmetrischen Dämpfungskonfiguration, die zu einem Anstieg der Volumenverschiebung gerader-gerader Eigenformen führt. Dies wird beispielsweise von der einfach symmetrischen Dämpfungsverteilung, die im vorherigen Abschnitt betrachtete wurde, nicht verursacht. Diese Veränderung des Charakters der Schwingform vom ineffizientesten geraden-geraden zum hoch effizienten Schallstrahler mit hoher Volumenverschiebung begründet die beobachtete deutliche Steigerung des Abstrahlgrades von bis 90 dB.

6.3.4. Unsymmetrische Dämpfungsverteilung

In die letzte Gruppe, die Gruppe D, sind die Platten 4 und 7 ohne Symmetrieeigenschaft eingegliedert. Diese Konfigurationen sind insofern wichtig, da sie die größte Sensitivität der Abstrahlgrade gegenüber Dämpfungsinhomogenitäten unter allen Platten aufweisen. In Abbildung 6.15 sind für die gleichen Eigenformen wie im Diagramm 6.11 der Gruppe B die Abstrahleffizienzen der Platten aus Gruppe D gezeigt.

Bei der 2×1 - und 7×1 -Eigenform sind die Änderungen der Abstrahlgrade aus der Gruppe B und D vergleichbar. Bemerkenswert ist, dass gerade-gerade Eigenformen der Gruppe



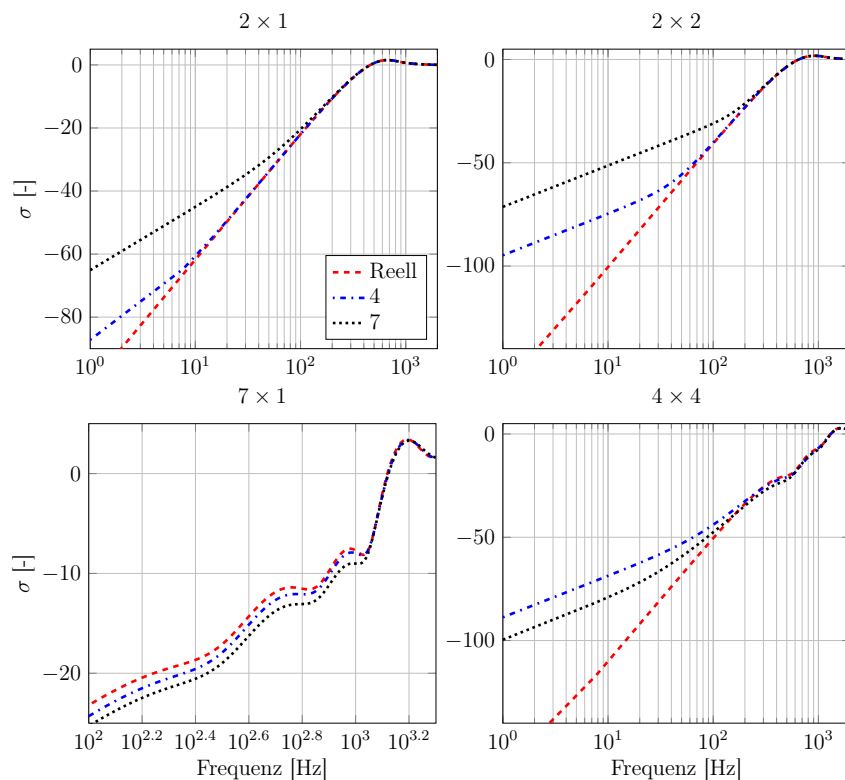


Abbildung 6.15.: Abstrahlgrade einiger Eigenformen der Platten ohne Symmetrie aus der Gruppe D

D dagegen einen signifikant höheren Anstieg der Abstrahlgrade bei tiefen Frequenzen aufweisen. Dies liegt daran, dass bei Eigenformen der Gruppe D mit gerader Ordnung in x- und y-Richtung, wie der 2×2 - und 4×4 -Eigenform, die laufenden Wellen einen stärkeren Einfluss auf den Abstrahlgrad ausüben. Dieser Einfluss resultiert aus der Tatsache, dass die laufenden Wellen nicht mehr in eine, sondern in beide Richtungen der Platte laufen. Für die Änderung der Abstrahlgrade bedeutet das Folgendes:

Die Zusammenhänge, die anhand der Gruppe B diskutiert wurden, gelten für die Gruppe D ebenfalls. Das heißt, dass Eigenformen mit gerader Ordnung in die Hauptrichtung der laufenden Wellen einen erhöhten Abstrahlgrad aufweisen. Die Besonderheit der Dämpfungs-konfigurationen ohne Symmetrie besteht allerdings darin, dass die Wellen diagonal laufen und alle Eigenformen mit gerader Ordnung in x- oder y-Richtung negativ in ihrem Abstrahlgrad beeinflusst werden. Das heißt auch, dass z. B. ungerade-gerade Eigenformen, wie die 1×2 - oder 3×4 -Eigenform, welche aufgrund laufender Wellen in x-Richtung bei den Platten 1 und 5 der Gruppe B kaum Änderungen im Abstrahlgrad gezeigt haben, bei der Gruppe D signifikant beeinflusst werden. Durch diagonal laufende Wellen wird die Volumenverschiebung der Eigenformen gerader Ordnung in y-Richtung bedeutend erhöht, weshalb die Abstrahleffizienz vergrößert wird. Der Anstieg des Abstrahlgrades bei tiefen Frequenzen wird dadurch noch größer als bei den Platten der Gruppe B.

Die diskutierten Zusammenhänge werden bei der Betrachtung der zeitlichen Verläufe am Beispiel der 2×2 -Eigenform der Platte 4 in Abbildung 6.16 noch deutlicher. Bei t_1 und t_4 ist die abstrahlineffiziente, reelle 2×2 -Schwingform zu beobachten. Zu den Zeitpunkten t_2 und t_3 ist eine diagonal laufende Welle sichtbar, die mit einer Änderung der Volumenverschiebung verbunden ist.

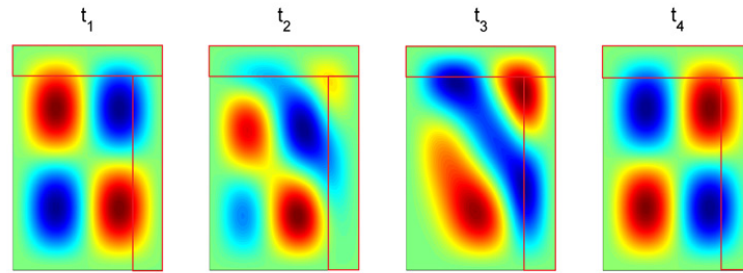


Abbildung 6.16.: Zeitlicher Verlauf der 2×2 -Eigenform der Platte 4 (Gruppe D)

Für einige Eigenformen zeigt Abbildung 6.17 die aufsummierten Amplituden der reellen und komplexen Schwingform über eine Periodendauer. Diese aufsummierten Amplituden korrelieren mit der eigentlichen Volumenverschiebung der Schwingformen. Zu sehen ist, dass die unsymmetrische Dämpfungsverteilung im Fall ungerader-gerader, gerader-ungerader und gerader-gerader Eigenformen zu einer Erhöhung der Volumenverschiebung führt. Dies ist bei keiner der bisher untersuchten Dämpfungsverteilungen aus den Gruppen A, B und C beobachtet worden. Das ist der Grund für die größte Erhöhung der Abstrahlgrade der meisten Eigenformen. Die Volumenverschiebung ungerader-ungerader Eigenformen wird, wie in allen bisher untersuchten Fällen, nicht verändert.

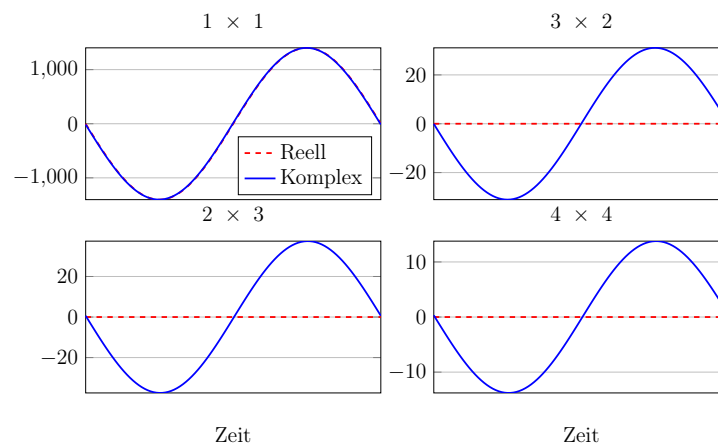
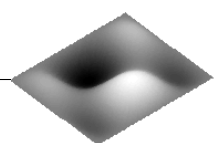


Abbildung 6.17.: Aufsummierte Amplituden einiger Eigenformen

6.3.5. Abstrahlgrade analytisch erzeugter Schwingformen

Nun sollen die Abstrahlgrade komplexer Schwingformen unter Variation der Anteile laufender Wellen sowie unter veränderten Symmetrien der Amplitudenverteilungen betrachtet werden. Dafür eignet sich das in Abschnitt 5.5 eingeführte analytische Modell. Dieses erlaubt eine schrittweise Erhöhung der Anteile laufender Wellen und eine einfache Modifikation der Symmetrie ohne zeitaufwändige Modalanalyse mit der FEM. Wie in Abschnitt 5.5.4 bereits diskutiert wurde, steht die Konfiguration mit einer dominanten Laufrichtung von Biege- wellen aus der Gruppe B im Mittelpunkt der Betrachtungen. Das Ziel der Analyse ist die Trennung der Einflüsse aus der Komplexität und der Amplitudenverteilung auf den modalen Abstrahlgrad sowie die Bestimmung derer Sensitivität gegenüber den Änderungen im Anteil laufender Wellen.



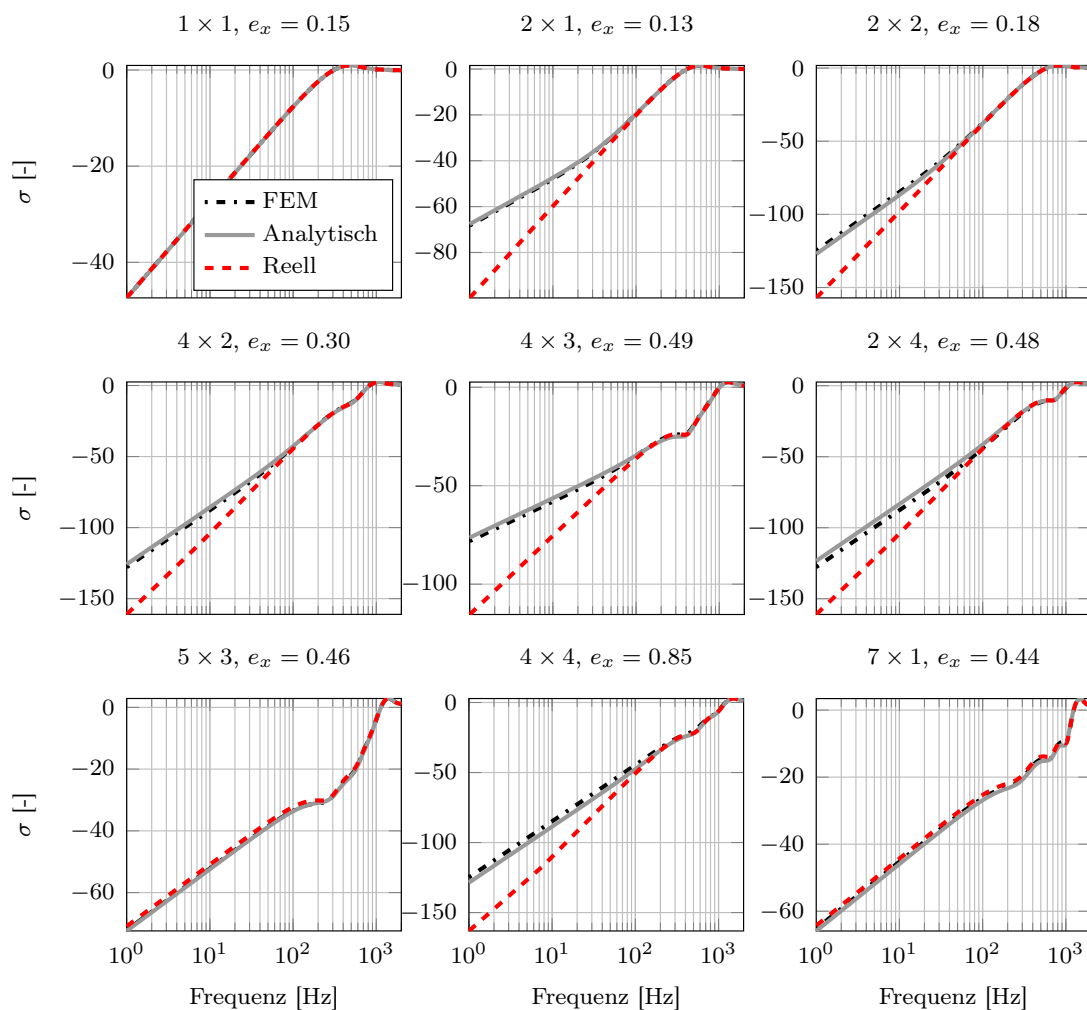


Abbildung 6.18.: Abstrahlgrade komplexer und reeller Schwingformen einer gelenkig gelagerten Platte aus dem analytischen und dem FE-Modell

Das analytische Modell wird zunächst mit den Ergebnissen aus der FE-Berechnung hinsichtlich der resultierenden Abstrahlgrade verglichen. Dafür werden die reziproken SWRs der Platte 1 aus der FE-Simulation in Gleichung 5.21 als konstante Faktoren f_x eingesetzt. Es werden zunächst die symmetrischen Amplitudenverteilungen der analytischen Schwingformen betrachtet. Das heißt, dass beide Modelle sich nur bezüglich der Amplitudensymmetrie unterscheiden. Damit erlaubt der direkte Vergleich der beiden Ergebnisse eine Aussage über die Variabilität der Abstrahlgrade infolge der Amplitudenumverteilung.

Abbildung 6.18 liefert den Vergleich der Abstrahlgrade zwischen den FE-Eigenformen der Platte 1 und den Schwingformen aus dem analytischen Modell. Die entsprechenden reziproken SWRs sind ebenfalls in dieser Abbildung gezeigt. Zunächst ist festzustellen, dass beide Modelle den gleichen qualitativen Verlauf der Abstrahlgrade aufzeigen. Dadurch, dass der einzige Unterschied zwischen den beiden Modellen in der Amplitudensymmetrie liegt, können die quantitativen Abweichungen auf diese Ursache zurückgeführt werden.

Weniger komplexe Schwingformen, wie die 2×1 - und 2×2 -Schwingform, zeigen eine sehr geringe Variation der Abstrahlgrade unterhalb von 2 dB . Die größten Abweichungen im Bereich von 5 dB sind bei geraden Schwingformen, wie der 2×4 - und 4×4 -Schwingform, mit hoher Komplexität und damit auch signifikanter Amplitudenumverteilung (siehe Abbildung

5.16) zu verzeichnen. Verglichen mit den Einflüssen der Komplexität auf den Abstrahlgrad sind diese Abweichungen eher sekundär. So zeigt die 2×1 -Schwingform selbst bei geringen Werten der reziproken SWR von $e_x = 0.13$ eine Variation im Abstrahlgrad von bis zu 35 dB.

Aus dieser Beobachtung lässt sich die Erkenntnis ableiten, dass die Amplitudenasymmetrie einen sekundären Einfluss auf das Schallabstrahlverhalten komplexer Schwingformen ausübt. Besonders bei geraden Eigenformen, bei denen die Änderungen des Abstrahlgrades am größten sind, spielt vor allem die Präsenz laufender Wellen und nicht die Veränderung der Amplitudenverteilung die entscheidende Rolle. Um diese Aussage etwas detaillierter zu prüfen, werden die Schwingformen mit unsymmetrischen Amplituden aus dem analytischen Modell betrachtet. Dafür werden Fensterfunktionen entsprechend dem bereits diskutierten Fall in Abbildung 5.13 verwendet. Die reziproken SWRs der analytischen Schwingformen gleichen dabei wiederum den in der FEM berechneten Eigenformen. Das Ergebnis ist am Beispiel der 5×3 - und der 4×4 -Schwingformen in Diagramm 6.19 dargestellt. Diese Schwingformen wurden bereits in Abschnitt 5.5.3 in Abbildung 5.15 im Detail betrachtet.

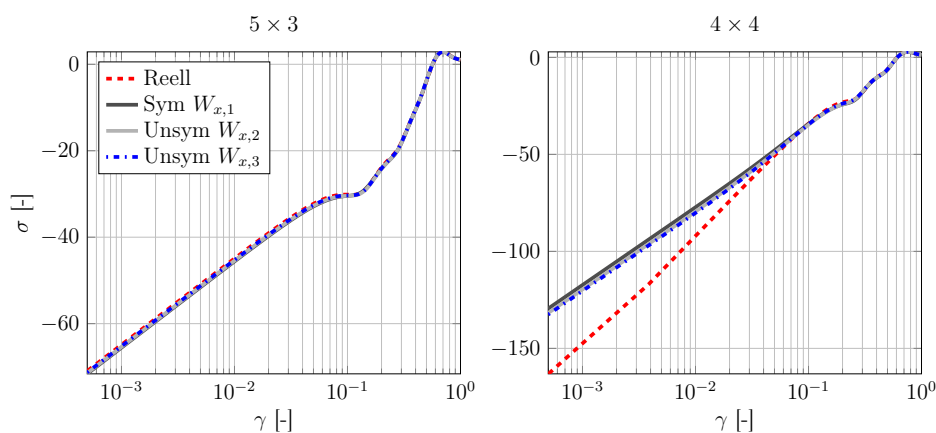
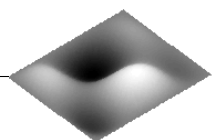


Abbildung 6.19.: Abstrahlgrade der Schwingformen mit verschiedener Symmetrie

Die abgebildeten Verläufe der Abstrahlgrade zeigen bei der 5×3 -Schwingform kaum Abweichungen, welche einerseits durch eine generell geringe Empfindlichkeit ungerader Schwingformen gegenüber der Komplexität und andererseits durch verschwindende Auswirkungen der Amplitudenasymmetrie begründet werden kann. Bei der geraden 4×4 -Schwingform ist die Variation der Abstrahlgrade zwischen dem komplexen Fall mit symmetrischer und unsymmetrischer Amplitudenverteilung aufgrund allgemein höherer Komplexität etwas größer und beträgt maximal 3 dB. Generell bestätigt auch die parametrische Variation der Symmetrieeigenschaften der analytisch berechneten Schwingformen die bisher getroffene Aussage über den sekundären Einfluss der Amplitudenverteilung auf die Abstrahlgrade.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass das analytische Modell auf vergleichbare Art und Weise die Einflüsse auf den Abstrahlgrad komplexer Schwingformen abbildet. Deshalb wird als nächstes eine Parameterstudie durchgeführt, mit deren Hilfe die Sensitivität der Schwingformen unterschiedlicher Ordnung auf Änderungen im Anteil laufender Wellen bestimmt werden kann.

Für denselben Satz an Schwingformen wie in Abbildung 6.18 wird nun die schrittweise Variation der reziproken SWR durchgeführt. Die besondere Aufmerksamkeit gilt dabei dem Grenzfall rein laufender Wellen bei $e_x = 1$, der mit Hilfe der FE-Simulation auf Grund numerischer Probleme nicht betrachtet werden kann. Dadurch, dass die Schwingformen analytisch



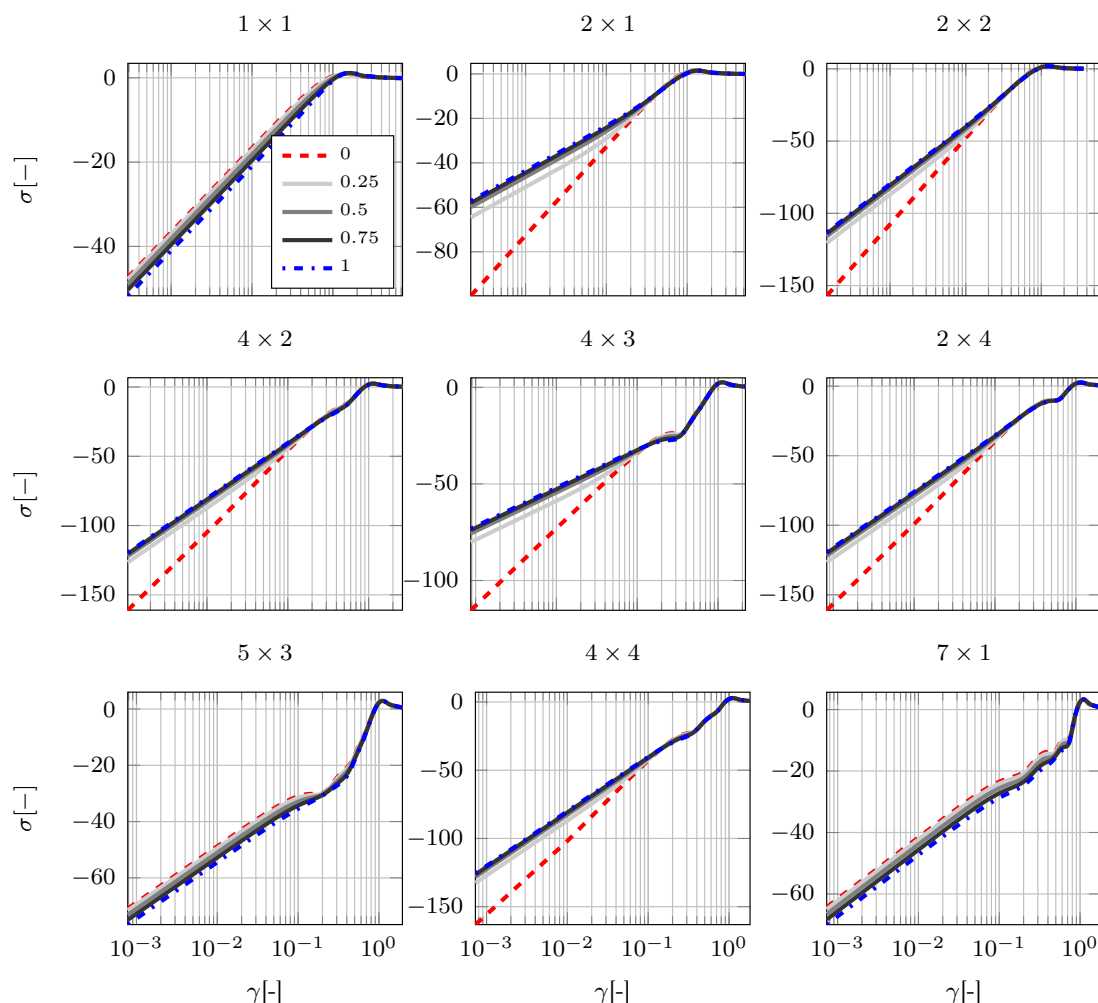


Abbildung 6.20.: Abstrahlgrade reeller und komplexer Schwingformen mit unterschiedlichen reziproken SWRs

erzeugt werden und abgesehen vom Seitenverhältnis der Platte keinen zwanghaften Bezug mehr zu einer bestimmten Struktur aufweisen, bietet sich die allgemeingültige Betrachtung der Verläufe anhand der dimensionslosen Wellenzahl γ aus Gleichung 4.56 an.

Abbildung 6.20 zeigt die Abstrahlgrade am Beispiel von neun Schwingformen unter Variation des Anteils laufender Wellen. Bemerkenswert ist, dass die Schwingformen mit ungerader Ordnung, wie die 1×1 - oder 5×3 -Schwingform, ihren Abstrahlgrad in annähernd linearer Abhängigkeit von der reziproken SWR verringern. Die fundamentale 1×1 -Schwingform zeigt pro Änderung der reziproken SWR von $e_x = 0.25$ eine Verringerung des Abstrahlgrades um ca. 1 dB. Damit ist beim Grenzfalle von $e_x = 1$ im gesamten Frequenzbereich unterhalb der Koinzidenzfrequenz eine Reduktion von ca. 4 dB zu verzeichnen.

Das Resultat für die geraden Eigenformen bestätigt die Zusammenhänge, welche bereits anhand der FEM-Eigenformen diskutiert wurden. Die geraden Schwingformen erhöhen durch laufende Wellen ihren Abstrahlgrad hin zu tiefen Frequenzen um bis zu 40 dB. Eine wichtige Erkenntnis aus dem analytischen Modell ist die Tatsache, dass Schwingformen mit geringer reziproker SWR von $e_x = 0.25$ ca. 70 % der maximal möglichen Abstrahlgraderhöhung bei $e_x = 1$ erreichen können. Der Einfluss der reziproken SWR auf die Abstrahlgrade ist damit nicht linear, weshalb bereits geringe Anteile laufender Wellen das Abstrahlvermögen gera-

der Schwingformen wesentlich erhöhen können. Um diesen Zusammenhang zu verdeutlichen, zeigt Abbildung 6.21 die Änderungen des Abstrahlgrades komplexer Schwingformen $\Delta\sigma$ bei tiefen Frequenzen für $\gamma = 0.01$. Zur besseren Übersicht sind hier exemplarisch nur wenige Schwingformen gezeigt. Die ausführliche Betrachtung anderer Fälle außerhalb dieser Arbeit zeigt jedoch, dass die Ähnlichkeit aller Schwingformen hinsichtlich der Sensitivitäten und der maximal erreichbaren Änderungen im Abstrahlgrad vorliegt.

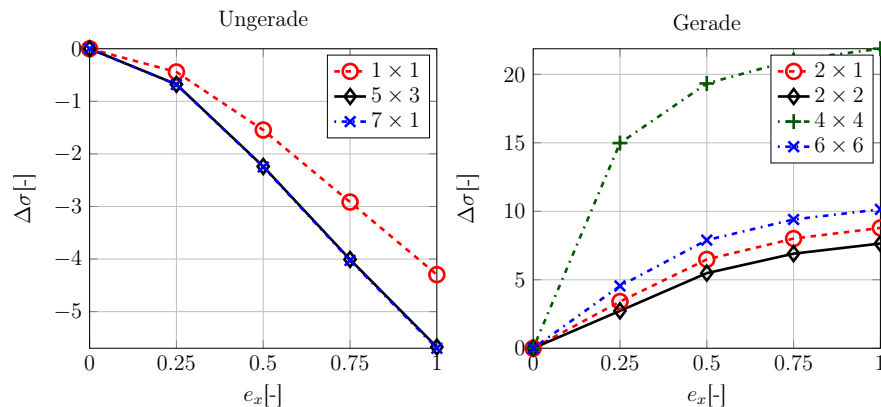


Abbildung 6.21.: Änderungen des Abstrahlgrades bei $\gamma = 0.01$

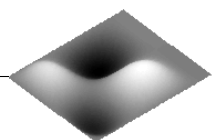
Aus den Verläufen im linken Diagramm ist deutlich zu entnehmen, dass ungerade Schwingformen einen annähernd linearen Zusammenhang zwischen $\Delta\sigma$ und e_x besitzen. Die negative Steigung liegt bei Schwingformen höherer Ordnungen im Bereich von ca. -1.7 dB pro Steigerung der SWR um $e_x = 0.25$ vor. Die maximal erreichbare Reduktion des Abstrahlgrades liegt bei ca. 5.5 dB .

Bei den geraden Schwingformen lässt sich ein deutlich anderes Verhalten beobachten. Bemerkenswert ist die hohe Anfangssteigung der Kurven, die eine erhöhte Sensitivität gerader Schwingformen gegenüber geringsten Änderungen der e_x -Werte signalisiert. Einige Schwingformen, wie die 4×4 , erreichen bei $e_x = 0.25$ bereits 65 % der maximalen Abstrahlgradänderung von 23 dB . Allgemein ist unter den geraden Schwingformen verglichen mit den ungeraden Schwingformen eine höhere Variabilität in den Verläufen von $\Delta\sigma$ zu beobachten.

6.3.6. Kopplungsfaktoren der Abstrahlmoden komplexer Schwingformen

In Abschnitt 4.4.6 wurden anhand der Referenzplatte die Abstrahlmoden sowie die entsprechenden Kopplungsfaktoren der Struktureigenformen diskutiert. Bei der Betrachtung der modalen Abstrahlgrade komplexer Schwingformen im vergangenen Abschnitt zeigte sich, dass neben der zeitlichen Änderung der Volumenverschiebung auch die veränderte Kopplung in die Abstrahlmoden die Ursachen für die Erhöhung oder Verminderung des Abstrahlvermögens sind. Diese durch Eigenvektorkomplexität verursachte Änderung der Kopplungsfaktoren wird in diesem Abschnitt näher analysiert.

Als Einstieg in die Thematik sind in Abbildung 6.22 Kopplungsfaktoren einer 2×1 -Schwingform der Platte 1 für einige Schallstrahlungsmoden gezeigt. Neben den in der FE-Software berechneten Eigenformen werden auch die Schwingformen aus dem analytischen Modell über der dimensionslosen Frequenz kL_x aufgetragen.



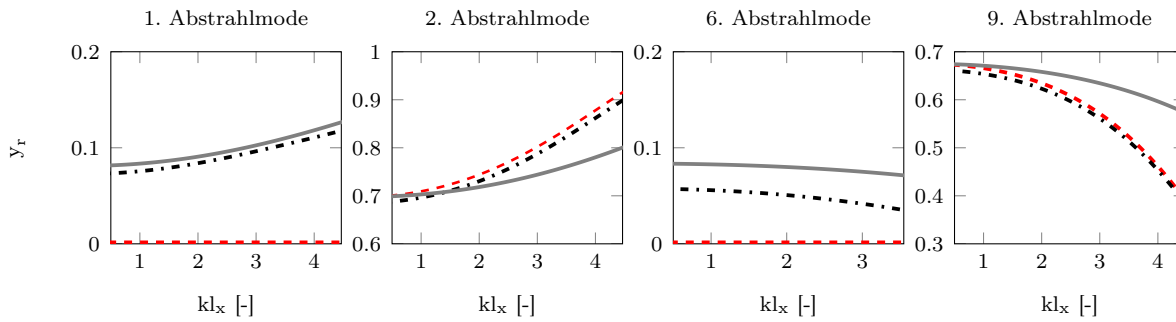


Abbildung 6.22.: Kopplungsfaktoren der reellen (---) und komplexen 2×1 -Eigenform aus der FEM (.....) und analytischem Modell (—)

Entsprechend der Erkenntnissen aus dem vergangenen Abschnitt erhöht die 2×1 -Schwingform durch die Präsenz laufender Wellen in Richtung der geraden Ordnung bei tiefen Frequenzen deren Abstrahlgrad. Die wichtigste Ursache dafür ist im Verlauf der Kopplungsfaktoren in die erste Abstrahlmode zu erkennen. Die reelle 2×1 -Eigenform besitzt aufgrund der Volumenverschiebung von null keine Kopplung in die erste Schallstrahlungsmode. Bereits bei Anwesenheit geringer Anteile laufender Wellen (im betrachteten Fall $e_x = 0.1$) erhöht sich die Kopplung signifikant und führt zur erhöhten Abstrahleffizienz.

Das Gegenteil passiert bei der Kopplung in die zweite Abstrahlmode, die einer Dipolabstrahlung mit einem Phasenwinkel von 0° und 180° (siehe Anhang Abbildung 4.15) entspricht. Mit steigender Komplexität verringert sich die Kopplung in die zweite Abstrahlmode, da die Bewegung der Elementarstrahler nicht mehr einem idealen Dipol mit 0° und 180° Phasenverschiebung entspricht, sondern immer mehr dem flach abfallenden Phasengang einer laufenden Welle ähnelt.

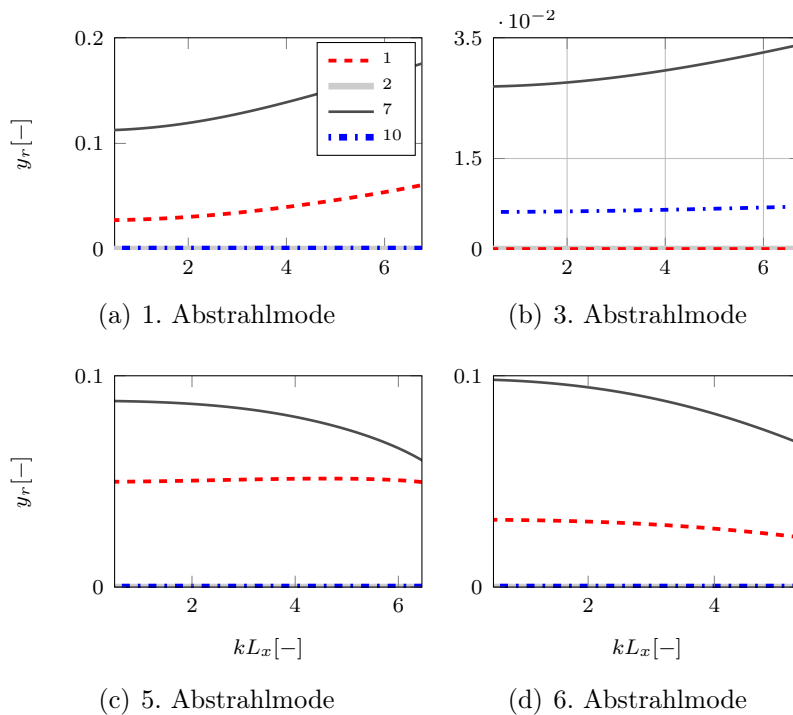


Abbildung 6.23.: Kopplungsfaktoren der 2×1 -Eigenform

Die Kopplungen in weitere, höhere Abstrahlmoden ändern sich ebenfalls, spielen aber bei tiefen Frequenzen eine untergeordnete Rolle. Wie in Abbildung 4.16 gezeigt wurde, reichen bei Frequenzen deutlich unterhalb der Koinzidenz nur einige wenige Abstrahlmoden, um die Schallabstrahlung zu beschreiben. Die Verläufe der Kopplungsfaktoren aus der FE-Modalanalyse und dem analytischen Modell zeigen qualitativ die gleichen Tendenzen. Die vorhandenen Abweichungen sind möglicherweise auf die Unterschiede in der Amplituden- und Phasenverteilungen zwischen beiden Modellen zurückzuführen.

Die Kopplungsfaktoren der 2×1 -Eigenform sind am Beispiel der Platten 1, 2, 7 und 10 in Abbildung 6.23 gezeigt. Die Platte 2 aus der Gruppe A mit zweifach symmetrischer Dämpfungsverteilung zeigt kaum Änderungen in den Kopplungsfaktoren, weshalb sich auch der Abstrahlgrad der Eigenformen nicht ändert. In Korrelation zu den Betrachtungen im vergangenen Abschnitt, bei denen die Relevanz der Dämpfungsverteilungen der Gruppe D aufgezeigt wurde, stehen auch die Verläufe der Kopplungsfaktoren. Die Platte 7 aus der Gruppe D hat stets die größten Kopplungsfaktoren in allen gezeigten Abstrahlmoden. Die punktsymmetrische Platte 10, die mit Ausnahme einiger gerader-gerader Eigenformen wenige Variationen im Abstrahlgrad gezeigt hat, bestätigt auch anhand der Kopplungsfaktoren einen geringen Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf die Schallabstrahlung.

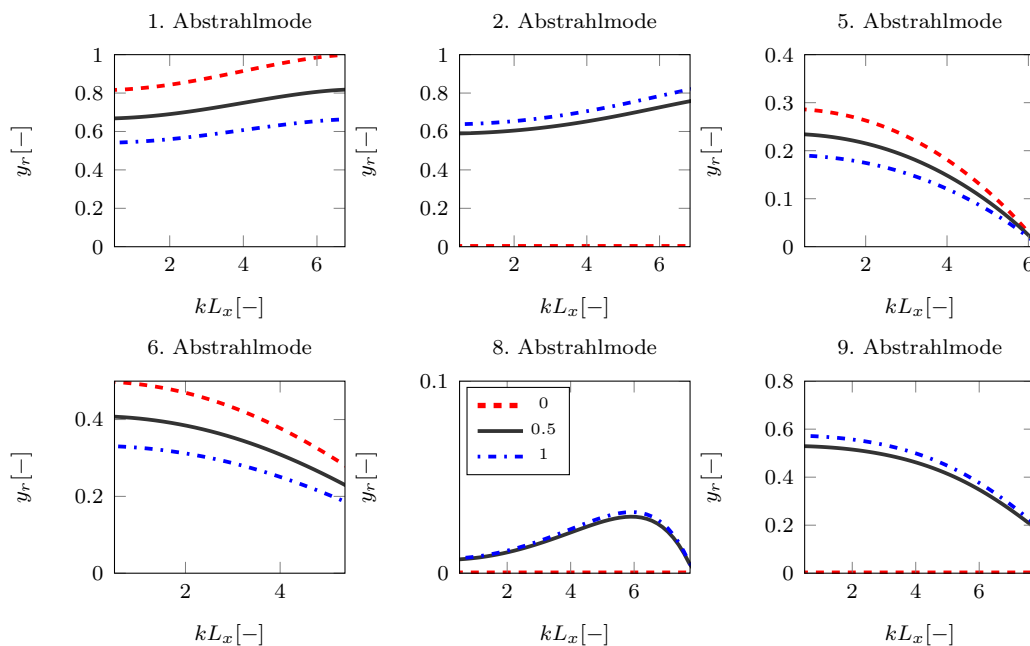
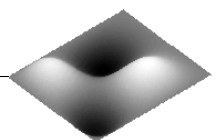


Abbildung 6.24.: Kopplungsfaktoren der 1×1 -Eigenform für einige Abstrahlmoden mit unterschiedlicher reziproker SWR

Als Abschluss der Betrachtungen zu den Kopplungsfaktoren zeigt Abbildung 6.24 die Verläufe für die 1×1 -Schwingform unter Variation der reziproken SWR im analytischen Ersatzmodell komplexer Schwingformen. Mit steigender Komplexität verringert sich die Kopplung in die erste Abstrahlmode linear. Dagegen steigt die Kopplung in die zweite Schallstrahlungsmoden durch die Anwesenheit laufender Wellen stark an. Diese gegenläufigen Trends führen dazu, dass sich die Abstrahleffizienz der Fundamenteigenform annähernd linear mit wachsender Präsenz laufender Wellen verringert (siehe Abbildung 6.20).

Zusammenfassend zeigt sich, dass die Anwesenheit laufender Wellen die Kopplung in die Abstrahlmoden beeinflussen kann. Besonders die unsymmetrische Dämpfungsverteilung der



Gruppe D zeigt eine erhöhte Kopplung in die meisten Abstrahlmoden. Diese Beobachtung korreliert mit den Erkenntnissen aus dem vergangenen Abschnitt, bei denen die Eigenformen dieser Platte die größten Steigerungen im modalen Abstrahlgrad gezeigt haben.

6.3.7. Schlussfolgerungen zum Abstrahlgrad komplexer Eigenformen

Die Untersuchungen dieses Abschnitts haben gezeigt, dass die laufenden Wellen in komplexen Eigenformen einen Einfluss auf den modalen Abstrahlgrad ausüben. Ob sich dabei der Abstrahlgrad etwas verringert oder signifikant erhöht, ist abhängig von der Ordnung der Eigenform und der Symmetrie der Dämpfungsverteilung. Besonders bei sehr tiefen Frequenzen, die unterhalb von 5 % der Koinzidenzfrequenz liegen, sind große Änderungen im Abstrahlgrad zu verzeichnen. Die wichtigste Ursache dafür ist die Veränderung der Kopplungsfaktoren in die ersten vier Schallstrahlungsmoden.

Dämpfungsconfigurationen mit zweifacher Symmetrie aus der Gruppe A haben kaum Auswirkungen auf den modalen Abstrahlgrad gezeigt. Dies ist der Tatsache geschuldet, dass die Kopplungen in die Abstrahlmoden annähernd unverändert bleiben. Bei Platten mit einfacher Symmetrie aus der Gruppe B sind die Einflüsse dagegen deutlich größer. Eigenformen mit gerader Ordnung in die Hauptrichtung der laufenden Wellen erhöhen bei tiefen Frequenzen signifikant den Abstrahlgrad. Liegt gleichzeitig eine ungerade Ordnung in die andere Plattenrichtung vor, dann erhöht sich die Volumenverschiebung der Schwingform und damit auch der Abstrahlgrad. In anderen Fällen gibt es auch eine Erhöhung des Abstrahlgrades, die allerdings nicht durch Volumenverschiebung, sondern durch die erhöhte Kopplung in die zweite oder dritte Abstrahlmode begründet ist. Die stärksten Anstiege des Abstrahlgrades sind bei Konfigurationen mit punktsymmetrischer Dämpfungsverteilung zu beobachten. Diese Konfigurationen beeinflussen nur die Eigenformen mit gerader-gerader Ordnung, indem nicht nur die Kopplung in die zweite und dritte Abstrahlmode verbessert wird, sondern zudem die Volumenverschiebung von null auf einen signifikanten Wert erhöht wird. Dies hat die verbesserte Kopplung in die effiziente erste Abstrahlmode zur Folge und verursacht die größten Anstiege des Abstrahlgrades von bis zu 90 dB. Die größte Sensitivität der Abstrahlgrade gegenüber der Eigenvektorkomplexität wurde bei unsymmetrischen Dämpfungsconfigurationen der Gruppe D beobachtet. Die diagonal laufenden Biegewellen beeinflussen die Eigenformen beliebiger Ordnung und erhöhen stets die Volumenverschiebung und damit die Kopplung in die erste Abstrahlmode.

Ein zentrales Ergebnis der bisherigen Betrachtungen ist die Beobachtung, dass komplexe Eigenformen in den meisten Fällen bessere Schallstrahler sind als reelle Eigenformen. Bei tiefen Frequenzen führen selbst relativ kleine Anteile laufender Wellen bei $e_x = 0.25$ zu einer Erhöhung des Abstrahlgrades gerader Eigenformen.

6.4. Einfluss auf die Verteilung der Quellen und Senken

6.4.1. Verteilung der Wirkintensität der Platte 1

In Abschnitt 4.4.7 wurden anhand der Intensitätsverteilungen der Referenzplatte die charakteristischen Abstrahleigenschaften von Schwingformen beschrieben. Abhängig von der

Ordnung und vor allem von der Eigenfrequenz der Schwingform zeichnen sich fünf wichtige Verhaltensweisen ab. Unterhalb der Koinzidenzfrequenz dominiert die Schallabstrahlung das Verhalten der Ecken- und Randstrahler. Oberhalb der kritischen Frequenz verschwinden die Nahfeldeffekte, wie der akustische Kurzschluss, und die Schwingformen werden alle zu ähnlich effizienten Flächenstrahlern ($\sigma = 1$). Generell ist die Betrachtung der Schallintensitätsverteilung eng verknüpft mit den Abstrahleffizienzen der Schwingformen. Vielmehr noch gibt die Verteilung akustischer Quellen und Senken Aufschluss über die Phänomene, die hinter einer schwachen oder sehr effizienten Schallabstrahlung stecken. Deshalb finden die besonderen akustischen Eigenschaften komplexer Schwingform ihre Ursache in der räumlichen Verteilung der Schallintensitätsquellen- und -senken, welche im Rahmen der Teilhypothese 2 näher betrachtet wird.

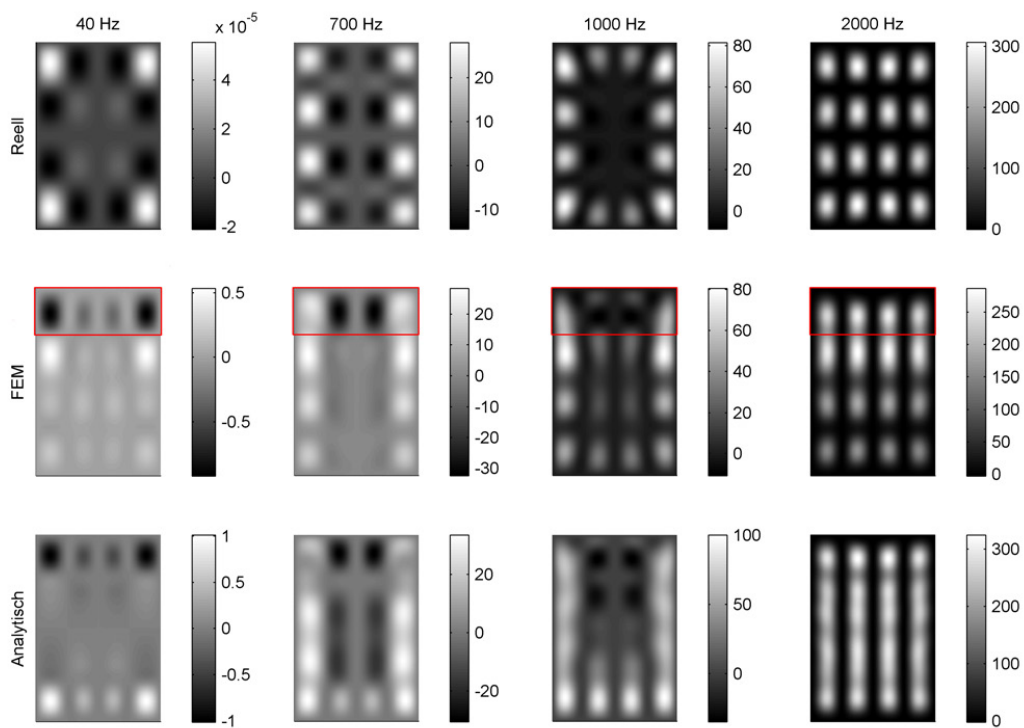
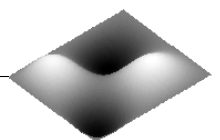


Abbildung 6.25.: Verteilung der Wirkintensität der 4×4 -Eigenform der gelenkig gelagerten Platte 1 mit $e_x = 0.86$ (FEM)

Die Schwingformen, die am meisten durch die komplexen Anteile in ihrem Abstrahlgrad beeinflusst wurden, werden jetzt hinsichtlich der räumlichen Verteilung der akustischen Intensitätsquellen und -senken betrachtet. Die Berechnung der Schallintensität erfolgt, wie im Fall der Referenzplatte in Abschnitt 4.4.7, anhand der Gleichung 4.44 mit den Schalldruckfeldern aus der Elementarstrahlertheorie in Gleichung 4.46. Der Schalldruck wird auf dem gleichen Netz wie die Schnelleverteilung der Schwingform direkt auf der Plattenoberfläche berechnet. Die Zahlenwerte für die Schallintensitäten resultieren aus der Strukturschnelle, die so normiert ist, dass $-1 \leq v_n \leq 1$. Im Mittelpunkt der kommenden Betrachtungen stehen vor allem die aktiven, für das Fernfeld relevanten Anteile der Schallintensität, die auch als Wirkintensität bezeichnet werden. Am Rande dieser Betrachtung erfolgt auch die Analyse reaktiver Schallintensitäten, die allerdings eine wesentlich geringere Bedeutung haben.

Die Wirkintensitäten der 4×4 -Eigenform der gelenkig gelagerten Platte 1 mit einfacher Symmetrie in der Dämpfungsverteilung sind in Abbildung 6.25 gezeigt. Die reelle 4×4 -Eigenform



zeigt ein ausgeprägtes Eckenstrahlverhalten bei tiefen Frequenzen (linke Abbildung in der oberen Reihe von 6.25). Mit steigender Frequenz werden zuerst die Ränder mit größerer Wellenlänge (parallel zur x-Achse) überkritisch und beginnen, effizient die Leistung ins Fernfeld abzustrahlen. Bei weiterer Steigerung der Frequenz auf ca. 1000 Hz erreicht auch das andere Ränderpaar die kritische Wellenzahl und wird zum effizienten Strahler. In der Nähe der Koinzidenzfrequenz wechselt abschließend das Abstrahlverhalten zum besonders effizienten Flächenstrahler.

In der zweiten und dritten Reihe der Abbildung 6.25 sind die Schallintensitätsverteilungen der komplexen 4×4 -Schwingformen aus der FE-Simulation und dem analytischen Ersatzmodell gezeigt. Der Rand mit erhöhter Dämpfung befindet sich im oberen Teil der Abbildungen und ist mit einer roten Umrandung markiert. Diese Dämpfungskonfiguration führt dazu, dass die Biegewellen von unten nach oben wandern. Besonders bei tiefen Frequenzen von 40 Hz zeigen die komplexen Schwingformen im Vergleich zur reellen 4×4 -Eigenform ein deutlich verändertes Verhalten. Die komplexen Schwingformen aus beiden Modellen besitzen kein Eckenstrahlverhalten mehr und die Fernfeldintensität hat sich um ca. 10^4 erhöht. Zur Erinnerung: die Betrachtungen im Diagramm 6.11 zeigten die Erhöhung des Abstrahlgrades einer komplexen 4×4 -Schwingform bei tiefen Frequenzen. Dieses Ergebnis korreliert mit der dargestellten Verteilung der Fernfeldintensitäten. Die akustischen Quellen (positive Werte in weißer Farbe) und Senken (negative Werte in schwarzer Farbe) haben sich bei den komplexen Schwingformen völlig anders verteilt. Während bei einer reellen Mode die akustischen Quellen an vier Rändern und die Senken im mittleren Bereich der Platte zu sehen sind, liegen bei den komplexen Schwingformen vor allem die Senken markant im Bereich der erhöhten Dämpfung. Auch bei höheren Frequenzen unterhalb der Koinzidenz sind in diesem Bereich der Platte hohe negative Intensitätswerte zu erkennen. Dies ist bei den komplexen Eigenformen aus der FE-Simulation, aber auch bei Schwingformen aus dem analytischen Ersatzmodell der Fall. Dieser Bereich agiert für die Biegewellen als Senke, weil diese dorthin laufen und dissipiert werden. Dieser Körperschallenergiefluss führt zur ähnlichen Verteilung akustischer Energieflüsse und einer markanten Schallintensitätsverteilung.

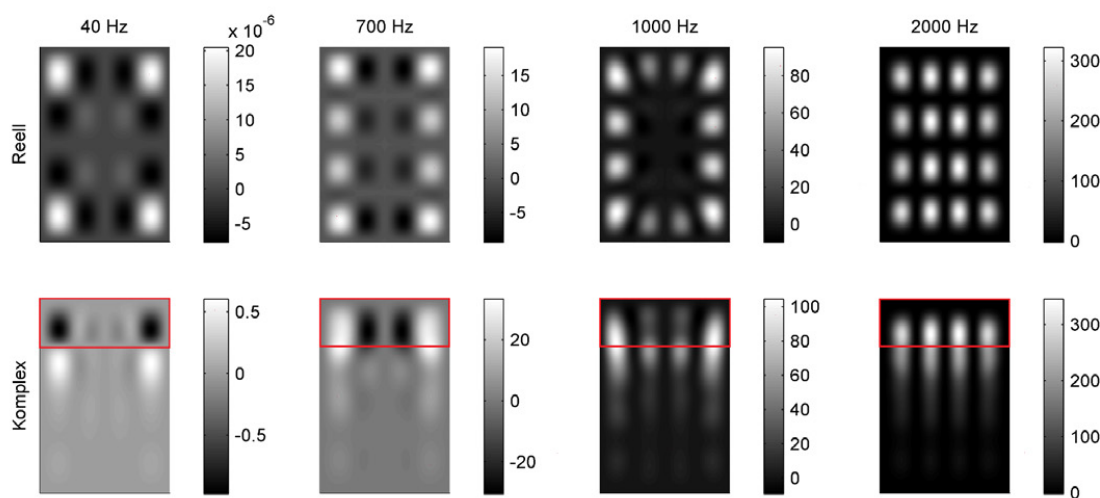


Abbildung 6.26.: Wirkintensität der 4×4 -Eigenform einer eingespannten Platte 1 (FEM)

Die Maxima der akustischen Fernfeldleistung liegen für FE-basierte Eigenformen kurz vor dem dämpfenden Rand und bei den analytischen Schwingformen am unteren Rand der Platte. Diese Diskrepanz ist durch die Restrukturierung der Amplitudenverteilung begründet.

Entscheidend für den erhöhten Abstrahlgrad komplexer 4×4 -Schwingformen ist jedoch die Tatsache, dass der größte Teil der Platte nicht wie im reellen Fall als Senke, sondern als Quelle agiert. Der mögliche Grund dafür ist die Störung des akustischen Kurzschlusses durch laufende Wellen. Diese Störung ist in erster Linie durch einen großen hellgrauen Bereich mit positiven Werten der akustischen Fernfeldintensität sichtbar. Mit steigender Frequenz nimmt das reaktive Verhalten des Schallfeldes, welches hauptsächlich durch Kurzschlusseffekte im Nahfeld angetrieben wird, zunehmend ab. Die Intensitäten komplexer Schwingformen bei 700 Hz und 1000 Hz zeigen immer größere Ähnlichkeiten zu Verteilungen der homogen bedämpften Platte. Die Zahlenwerte der Intensität und demzufolge auch die Abstrahlgrade ähneln sich auch zunehmend, bis es beim Erreichen der Koinzidenzfrequenz bei ca. 2000 Hz kaum mehr Unterschiede in der Abstrahlung gibt. Dadurch, dass oberhalb der Koinzidenz alle Bereiche der Platte gleich effizient Schall abstrahlen, entspricht die Verteilung der Fernfeldintensität exakt der Amplitudenverteilung der Biegeschwingungen.

Zur Ergänzung und zum Vergleich der bisher gezeigten Intensitätsverteilungen zeigt Abbildung 6.26 die Ergebnisse für eine eingespannte Platte. Neben den zu erwartenden Unterschieden in der Amplitudenverteilung zeigen beide Arten der Lagerung ähnliche Resultate. In beiden Fällen findet bei Präsenz laufender Wellen eine signifikante Umverteilung akustischer Quellen und Senken statt. Die wichtigsten Beobachtungen hinsichtlich der Konzentration von Senken im Bereich erhöhter Dämpfung und dem Anstieg der Fernfeldintensität im Rest der Platte sind bei beiden Lagerungsbedingungen zu erkennen.

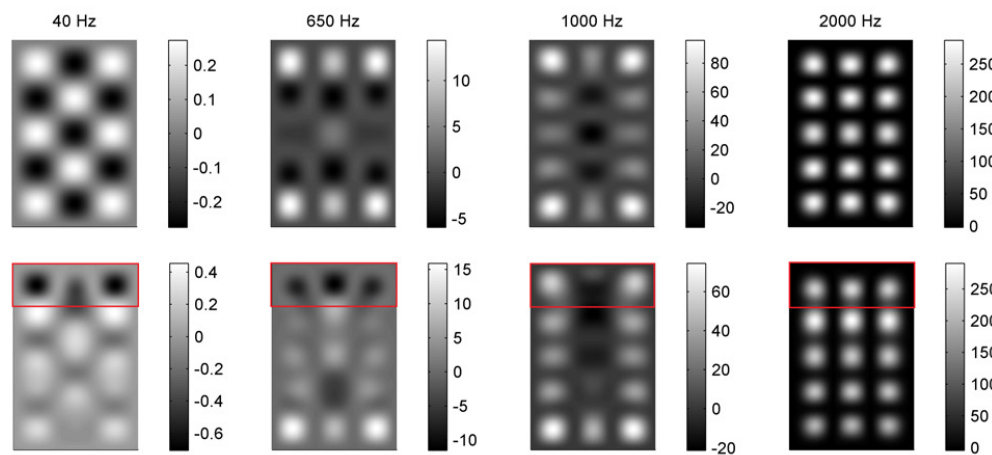
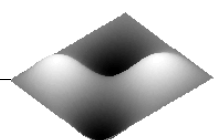


Abbildung 6.27.: Verteilung der Wirkintensität der 5×3 -Eigenform der Platte 1 mit $e_x = 0.37$ (FEM)

Abbildung 6.27 zeigt ergänzend die Intensitätsverteilung der ungeraden 5×3 -Eigenform. Auch bei dieser Eigenform ändert sich bei tiefen Frequenzen die Verteilung der Wirkintensität. Die Werte der Intensität steigen im Vergleich zur reellen Schwingform jedoch unerheblich an, was demzufolge nur zu geringen Änderungen im Abstrahlgrad führt. Die Störung des akustischen Kurzschlusses ist auch hier an der helleren und etwas verschwommenen Verteilung der Schallintensitäten zu erkennen.



6.4.2. Parametrische Studie der Intensitätsverteilung

Anhand des analytischen Modells wird nun der Einfluss variabler Anteile laufender Wellen auf die Schallintensitätsverteilung betrachtet. Laut der vorangegangenen Betrachtungen liefert das vereinfachte analytische Modell auch im Hinblick auf die Verteilungen der Fernfeldintensität repräsentative Ergebnisse. Im Mittelpunkt der parametrischen Untersuchung stehen vor allem tiefe Frequenzen, bei denen bereits in den Abbildungen 6.25 bis 6.27 die bedeutendsten Einflüsse beobachtet wurden. Abbildung 6.28 stellt die Verläufe der Fernfeldintensität für $\gamma = 0.05$ für fünf unterschiedliche e_x -Werte dar.

Die Verteilungen zeigen zunächst, dass die Absolutwerte der Intensität mit wachsendem Anteil laufender Wellen ansteigen. Wie bereits anhand der parametrischen Studie der Abstrahlgrade gezeigt wurde, reagieren die geraden Schwingformen, wie die 4×4 -Schwingform, sehr sensitiv auf kleinste Änderungen der reziproken SWR im Bereich von $0 < e_x < 0.25$. Diese hohe Sensitivität ist an dem sprunghaften Anstieg der Absolutwerte der Schallintensität und an der maßgeblich veränderten Verteilung der akustischen Quellen und Senken zu erkennen. Eine weitere Steigerung der reziproken SWR im Bereich $0.25 < e_x < 1$ führt zur einer leichten kontinuierlichen Erhöhung der Absolutwerte, aber zu keiner deutlichen Änderung der räumlichen Verteilungen.

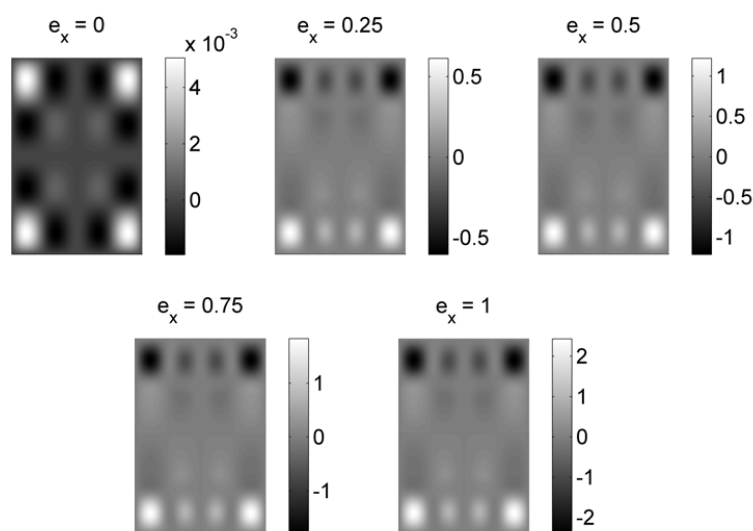


Abbildung 6.28.: Wirkintensität der 4×4 -Schwingform bei verschiedenen e_x

Die gleiche Variation der Anteile laufender Wellen wird nun auch für die ungerade-ungerade 5×3 -Schwingform durchgeführt. Abbildung 6.29 zeigt das Ergebnis dieser Analyse. Auch bei der ungeraden Schwingform steigen die Werte der Wirkintensität an, allerdings geschieht es annähernd linear ohne sprunghafte Änderung. Diese Steigerung der Wirkintensität wird durch die bereits diskutierte Störung des akustischen Kurzschlusses verursacht, welche bei Schwingformen beliebiger Ordnungen stattfindet. Weiterhin ist wichtig, dass sich im Fall der ungeraden Eigenform die Verteilung der akustischen Quellen und Senken wesentlich langsamer ändert als im Fall der geraden 4×4 -Schwingform.

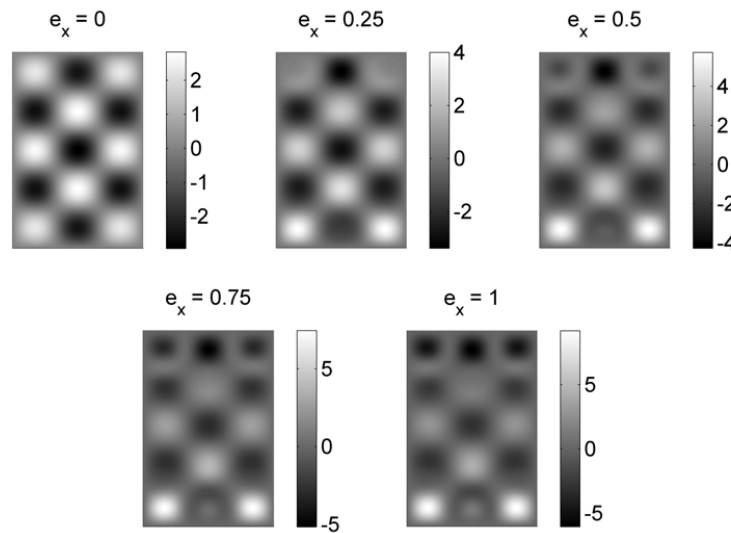


Abbildung 6.29.: Wirkintensität der 5×3 -Schwingform bei verschiedenen e_x

6.4.3. Verteilung der Wirkintensität weiterer Dämpfungskonfigurationen

In der folgenden Betrachtung soll gezeigt werden, dass die Erkenntnisse in Bezug auf die Verteilung der akustischen Quellen und Senken aus dem Abschnitt 6.4.1 von der Platte 1 auf die Platten mit abweichenden Dämpfungskonfigurationen übertragbar sind. Dafür zeigt Abbildung 6.30 die Wirkintensitätsverteilung der Platte 7 aus der Gruppe D, die durch ihren besonders hohen Einfluss auf die modalen Abstrahlgrade aufgefallen ist. Auch bei dieser Platte können die wichtigsten Aussagen wiederholt nachvollzogen werden. Im Bereich höherer Dämpfung konzentrieren sich die akustischen Senken und der restliche Bereich agiert, wie bei der Platte 1, als effiziente Schallintensitätsquelle.

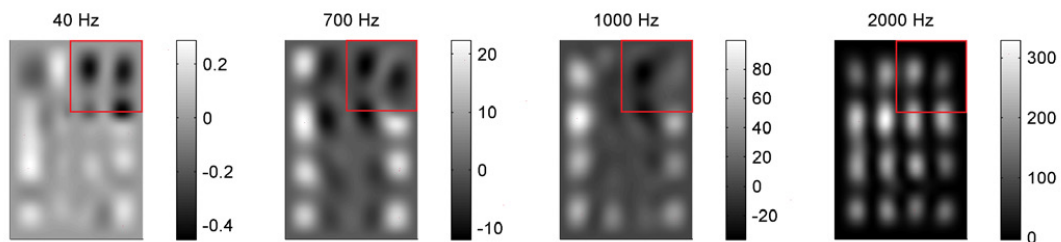
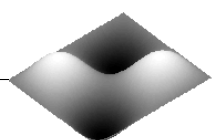


Abbildung 6.30.: Wirkintensität, 4×4 -Eigenform der Platte 7 (FEM)

Die Platten 10 und 12 mit punktsymmetrischer Dämpfungsverteilung haben hinsichtlich des Abstrahlgrades einiger Eigenformen besonders hohe Sensitivitäten bezüglich der Eigenvektorkomplexität gezeigt (siehe Abbildung 6.13). Die Charakterisierung dieser Schwingformen stellt eine besondere Herausforderung dar, weil sich in diesem Fall keine eindeutige Konfiguration der laufenden Wellen mit dominanter Ausbreitungsrichtung einstellt. Vielmehr laufen die Knotenlinien der 2×2 - und 4×2 -Eigenformen im Kreis um den Mittelpunkt (siehe Abbildung 6.14). Deshalb zeigt Abbildung 6.31 den Vergleich der Fernfeldintensitätsverteilungen dieser Eigenformen für die Platten 10 und 12 bei 40 Hz.



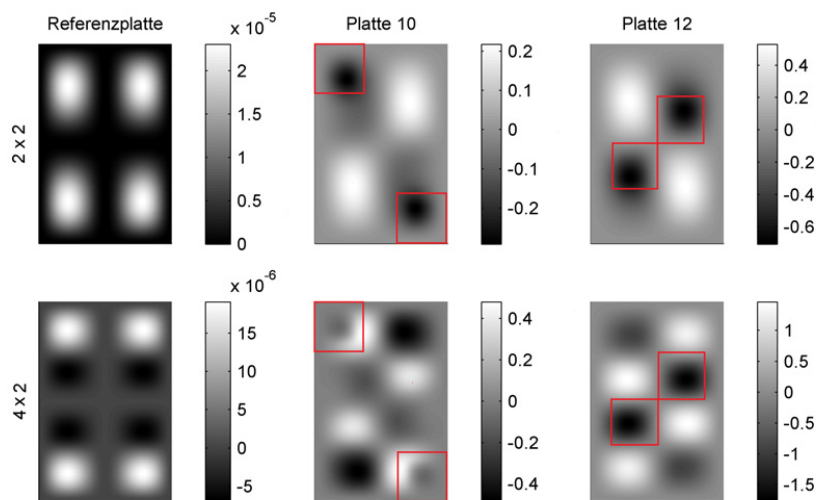


Abbildung 6.31.: Wirkintensität der 2×2 - und 4×2 -Eigenformen der Platten aus Gruppe C (FEM-Rechnung)

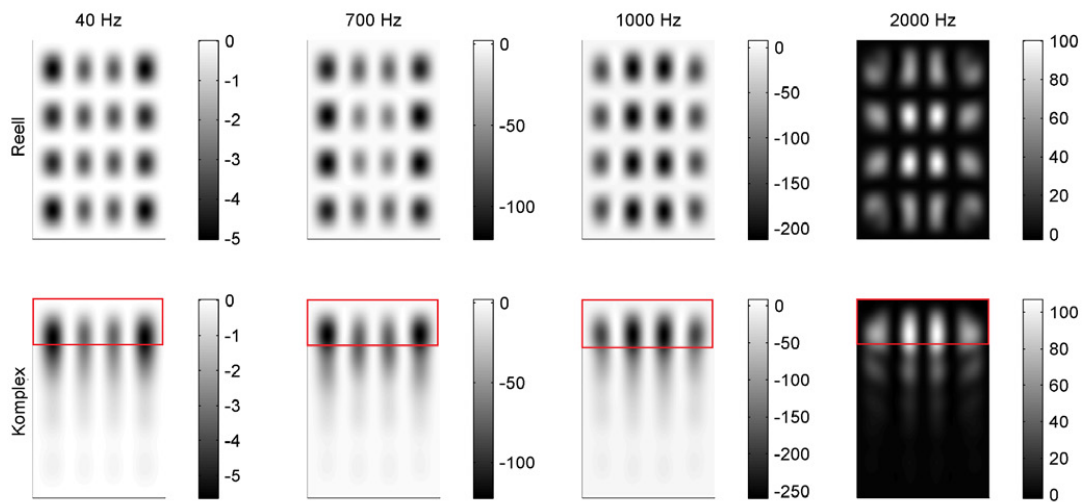
Bei der 2×2 -Eigenform ist zu sehen, dass in beiden Fällen die Werte der Intensität signifikant zunehmen und was noch interessanter ist, dass die Verteilungen der Wirkintensität trotz sehr unterschiedlicher Dämpfungsverteilungen sehr ähnlich sind. Bei der 4×2 -Eigenform sind die Unterschiede in der Verteilung schon etwas deutlicher, wobei die Abstrahlgrade in derselben Größenordnung zunehmen (siehe Abbildung 6.13).

Zusätzlich zu den hier gezeigten Ergebnissen sind Intensitätsverteilungen der 4×4 -Eigenform für Platten 3, 4, und 10 in Abbildungen A.6 - A.8 im Anhang zu finden. Auch dort sind die bisher genannten Phänomene zu beobachten.

6.4.4. Verteilung der Blindintensität

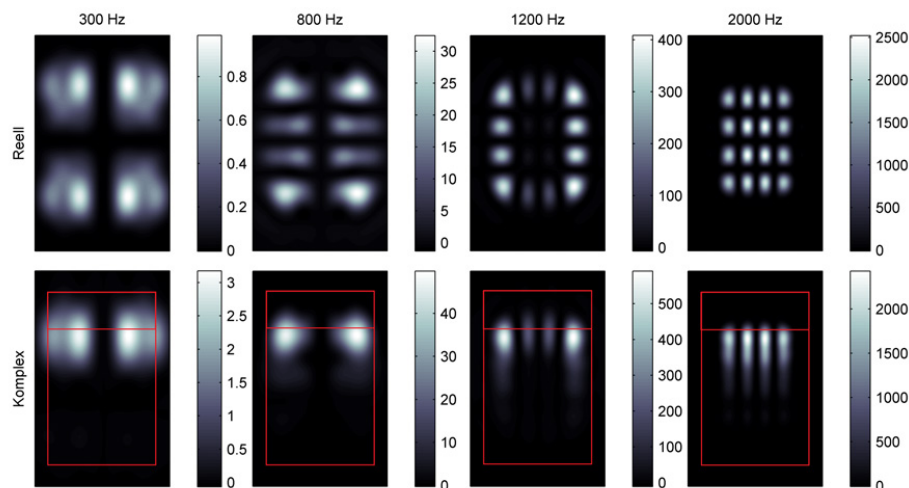
Um die gezeigten Ergebnisse zu vervollständigen, werden an dieser Stelle die reaktiven Anteile der Schallintensität betrachtet. Die reaktiven, imaginären Anteile der Schallintensität werden auch als Blindintensität bezeichnet. In der Literatur gibt es keine Quellen, welche diese Form der Intensität für Plattenstrukturen im Detail betrachten. Demzufolge bleibt die Bedeutung dieser Größe für die akustische Charakterisierung reeller und komplexer Eigenformen unklar. Abbildung 6.32 zeigt die Verteilung der reaktiven Intensität für die reelle und die komplexe 4×4 -Schwingform.

Zwischen 40 Hz und 1000 Hz entsprechen die gezeigten Imaginärteile der Intensitäten den Verteilungen der Schwingungsamplituden. Die negativen Zahlenwerte wachsen mit der Frequenz und wechseln ihr Vorzeichen beim Erreichen der Koinzidenzfrequenz. Der wichtigste Unterschied zwischen den reaktiven Intensitäten reeller und komplexer Schwingformen ist die Tatsache, dass im Bereich ohne Zusatzdämpfung, wo die Biegewellen laufen, die Blindintensität annähernd null ist. Dies kann dadurch begründet werden, dass durch die Präsenz der laufenden Wellen die akustischen Kurzschlussphänomene gestört werden und die Wirkintensität ansteigt, wie es bereits oben in diesem Abschnitt diskutiert wurde. Der Anstieg der Wirkintensität bei einer Frequenz ist zwangsläufig mit der Senkung der Blindintensität verbunden.

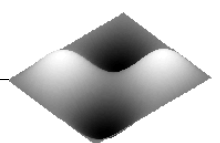
Abbildung 6.32.: Blindintensität einer 4×4 -Eigenform der Platte 1

6.4.5. Verteilung der Überschallintensität

Die Betrachtungen auf Basis der Überschallintensität bieten im Rahmen der Teil-hypothese 2 einerseits die Möglichkeit, die bisherigen Ergebnisse mit einem alternativen Verfahren zu verifizieren, und erlauben andererseits einen genaueren Einblick in die fernfeldrelevanten Anteile der Schallintensität. In Anlehnung an das im Detail diskutierte Beispiel der 4×4 -Eigenform aus dem vorherigen Abschnitt zeigt Abbildung 6.33 die Verteilungen der Überschallintensität.

Abbildung 6.33.: Die Überschallintensität einer 4×4 -Eigenform der Platte 1

Die Ergebnisse der reellen Eigenform zeigen bei vier Frequenzen die typischen Abstrahlcharakteristika der Ecken-, Rand-, Doppelrand- und Flächenstrahler. Die betrachteten Frequenzen unterscheiden sich von den Frequenzen der im vergangenen Abschnitt betrachteten Wirkintensität mit der Absicht, die einzelnen Charakteristika besser differenzieren zu können. Die Verläufe der Überschallintensität der komplexen Eigenform bestätigen die Aussagen des vergangenen Abschnitts. Die komplexen Anteile der Eigenformen führen auch in



den Verläufen der Überschallintensität zu einer Umverteilung von Quellen. Die typischen Ecken- und Randstrahlercharakteristiken lassen sich bei der komplexen Schwingform nicht mehr erkennen. Die Maxima der Überschallintensität liegen neben dem Bereich mit erhöhter Dämpfung und korrelieren mit den Maxima der Wirkintensität in Abbildung 6.25. Die Absolutwerte der Überschallintensität der komplexen Eigenform sind ebenfalls höher als das Ergebnis der reellen Eigenform, was auf die höheren Abstrahlgrade hindeutet.

Für die Platte 7 ohne Symmetrie in der Dämpfungsverteilung aus der Gruppe D sind Überschallintensitätsverteilungen einiger Eigenformen mit großem Einfluss auf den modalen Abstrahlgrad in Abbildung 6.34 gezeigt.

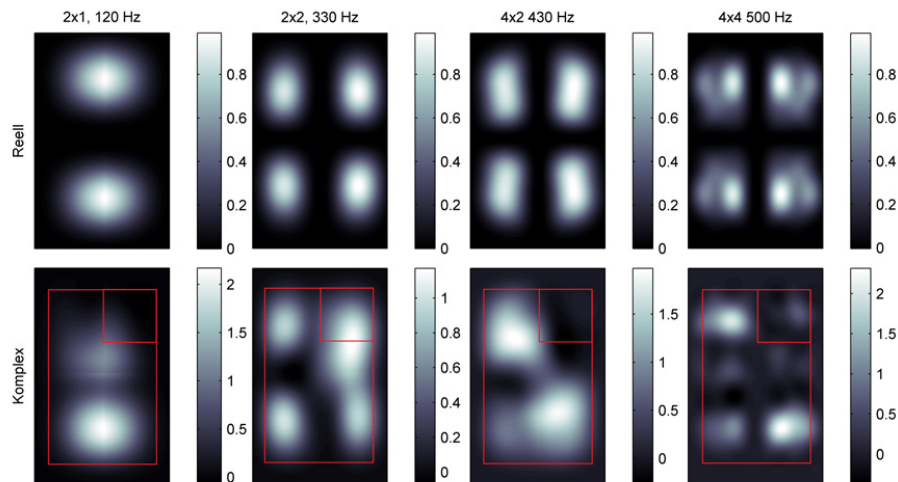


Abbildung 6.34.: Die Überschallintensität einiger Eigenformen der Platte 7

Bei allen gezeigten Eigenformen ist eine deutliche Umverteilung der Quellen zu beobachten. Durch die Präsenz laufender Wellen ändern sich die Ecken- und Randstrahler in Richtung wesentlich effizienterer, flächiger Strahler. Dadurch gewinnen größere Bereiche der Platte an Relevanz hinsichtlich der Abstrahlung ins Fernfeld.

6.4.6. Zusammenfassung der Ergebnisse

In Bezug auf die Teilhypothese 2 können folgende wichtige Aussagen bezüglich der Verteilung der akustischen Quellen und Senken getroffen werden:

- Die Komplexität der Schwingformen und damit verbundene laufende Wellenanteile in den Schwingformen ändern die Verteilung der Schallintensitätsquellen und -senken.
- Bereiche mit hoher Dämpfung, wo die laufenden Wellen dissipiert werden, agieren als Intensitätssenken.
- Laufende Wellen stören maßgeblich die akustischen Kurzschlüsse im Nahfeld und führen dazu, dass Bereiche ohne Zusatzdämpfung als Quellen agieren.
- Bereits geringe Anteile laufender Wellen entlang der geraden Ordnung führen bei Schwingformen zu einer signifikanten Erhöhung der Wirkintensität und markanten Rekonfiguration akustischer Quellen und Senken.

- Die ungeraden Eigenformen zeigen eine wesentlich geringere Sensitivität der Wirkintensität auf die Präsenz laufender Wellen. Erst hohe Anteile von $e_x > 0.5$ führen zum leichten Anstieg der Wirkintensität und einer Umverteilung der Quellen und Senken.

6.5. Richtcharakteristik des Schallfeldes

Der vorangegangene Abschnitt zeigt, wie die Eigenvektorkomplexität die Verteilung der akustischen Intensitätsquellen und -senken beeinflusst. Es wurde festgestellt, dass durch Anwesenheit laufender Wellen eine Umverteilung dieser Quellen und Senken stattfindet, welche die Variation der modalen Abstrahlgrade begründet. Diese Tatsache legt die Vermutung nahe, dass neben der Änderung der Abstrahleffizienz auch signifikante Änderungen in der Richtcharakteristik des abgestrahlten Schallfeldes komplexer Schwingformen stattfinden.

In Kapitel 4.4.9 wurde die Richtcharakteristik reeller Eigenformen der Referenzplatte diskutiert. In Anlehnung an die dort vorgestellte Methodik wird nun das Verhalten komplexer Schwingformen charakterisiert. Zu diesem Zweck werden zunächst am Beispiel einiger Beispielschwingformen die wesentlichen Effekte erläutert. Dazu dient das aus den vorherigen Abschnitten bekannte Beispiel der Platte 1 aus der Gruppe B mit einfacher Symmetrie in der Dämpfungsverteilung. Dieses Beispiel ist stellvertretend für alle komplexen Schwingformen, die eine dominante Richtung laufender Wellen aufweisen. Im Anschluss daran erfolgt die Betrachtung des Einflusses unterschiedlicher Anteile laufender Wellen anhand der Ergebnisse aus dem analytischen Modell. Im letzten Teil werden einige Schwingformen aus anderen Gruppen hinsichtlich der Richtcharakteristik betrachtet.

6.5.1. Abgestrahltes Schallfeld der Eigenformen der Platte 1

Abbildung 6.35 zeigt für drei Frequenzen der reellen 4×4 -Eigenform eine Draufsicht auf das Schalldruckfeld auf einer Halbkugel mit 3 m Radius. Die Silhouette der Platte ist in der linken Abbildung in weißer Farbe ebenfalls gezeigt. Zur besseren Übersichtlichkeit wurden die Schalldruckamplituden überall auf das jeweilige Maximum normiert.

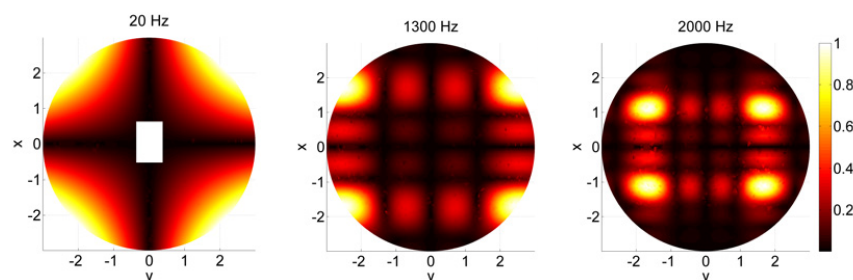
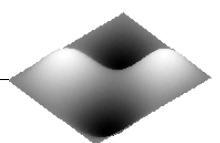


Abbildung 6.35.: Richtcharakteristik einer 4×4 -Eigenform der Referenzplatte

Der hohe Kopplungsfaktor der 4×4 -Eigenform in die vierte Abstrahlmode (siehe Anhang Abbildung A.4) führt dazu, dass diese bei tiefen Frequenzen ein ausgeprägtes Quadrupolverhalten zeigt. Mit steigender Frequenz nimmt die Richtcharakteristik des Schalldruckfeldes zu und es bilden sich neben vier Hauptkeulen auch zahlreiche Nebenkeulen aus.



Das abgestrahlte Schallfeld der komplexen 4×4 -Schwingform der Platte 1 mit relativ hohem Anteil laufender Wellen in x-Richtung von $e_x = 0.86$ ist in Abbildung 6.36 gezeigt. Im linken Teil der Abbildung ist die dominante Richtung laufender Wellen symbolisch angezeigt.

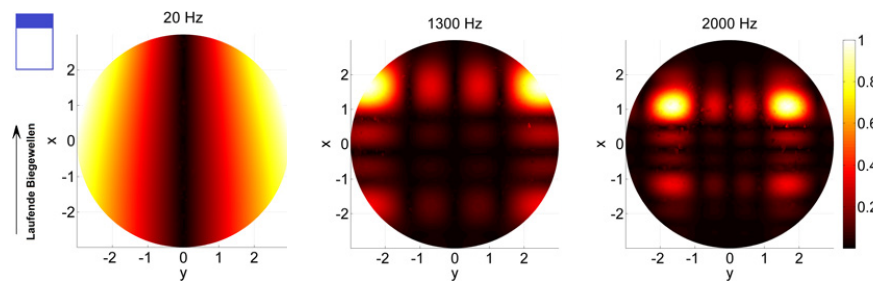


Abbildung 6.36.: Richtcharakteristik einer 4×4 -Eigenform der Platte 1

Beim direkten Vergleich zur Schalldruckverteilung der reellen Eigenform in Abbildung 6.35 fällt sofort auf, dass bei tiefen Frequenzen um die 20 Hz das charakteristische Quadrupolverhalten verschwindet. Die komplexe Eigenschwingform zeigt im Gegensatz zur reellen einen ausgeprägten Dipolcharakter. Die Ursache dafür ist die Umverteilung der akustischen Quellen, die im vergangenen Abschnitt anhand der Schallintensität und Überschallintensität in Abbildungen 6.25 und 6.34 gezeigt wurde. Die laufenden Wellen stören die akustischen Kurzschlüsse oberhalb der schwingenden Platte und führen dazu, dass sich das typische Eckenstrahlverhalten mit vier Intensitätsmaxima in Richtung eines Dipols mit zwei Maxima ändert. Die Beschaffenheit des Dipols ist dabei leicht unsymmetrisch und in Richtung der laufenden Wellen verzerrt. Bei höheren Frequenzen von 1300 Hz bis 2000 Hz lässt sich die gleiche Asymmetrie des Schalldruckfeldes beobachten. Die Maxima der Haupt- und Nebenneulen sind in Richtung der laufenden Wellen verschoben.

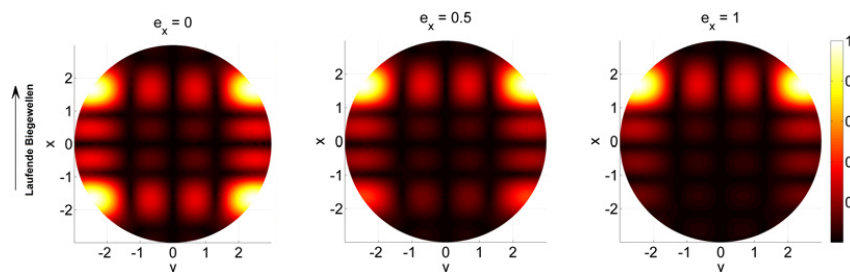


Abbildung 6.37.: Richtcharakteristik einer komplexen 4×4 -Schwingform bei 1300 Hz für unterschiedliche Werte der reziproken SWR

Um den Einfluss laufender Wellen auf das abgestrahlte Schallfeld in Grenzbereichen der möglichen Komplexität von $e_x = 1$ besser zu erläutern, werden die Schwingformen aus dem analytischen Ersatzmodell betrachtet. Zunächst adressiert Abbildung 6.37 das Verhalten der komplexen 4×4 -Schwingform bei höheren Frequenzen. Es zeigt die Schalldruckverteilungen für drei unterschiedliche Werte der reziproken SWR. Zu sehen ist, dass mit steigendem Anteil der laufenden Wellen die Konfiguration der Haupt- und Nebenneulen unverändert bleibt und nur die Schalldruckmaxima in Richtung laufender Wellen verschoben werden. Diese Beobachtung gilt ohne Ausnahme für alle komplexen Schwingformen mit einer ähnlichen Konfiguration der laufenden Wellen.

Das Verhalten komplexer Schwingformen bei tiefen Frequenzen wird in Abbildung 6.38 im Detail betrachtet. Es werden Schwingformen mit dem ursprünglichen Charakter eines

Monopols, Dipols und Quadrupols analysiert. Diese vier Fälle sind insofern wichtig, als dass alle Schwingformen der Platte eine dieser Verhaltensweisen bei tiefen Frequenzen aufzeigen.

Die reelle 1×1 -Fundamentaleigenform ist ein typischer Monopolstrahler, der über weite Frequenzbereiche ein annähernd ungerichtetes homogenes Schalldruckfeld erzeugt. Dies ist an der gleichmäßig hellen Färbung der Schalldruckverteilung oben links in der Abbildung 6.38 zu erkennen. Bei der komplexen Schwingform ändert sich dieses Verhalten, indem die Hauptkeule in Richtung der laufenden Welle gekippt wird. Dieses Verhalten zeigen alle ungeraden-ungeraden Eigenformen mit der Ordnung $m = 1$, wie die 1×1 -, 1×3 - oder 1×5 -Eigenform. Eine interessante Beobachtung ist das Kippen der Hauptkeule in die Gegenrichtung der laufenden Wellen, sobald die Ordnung m größer als eins wird. Dieser Effekt wird etwas später in diesem Abschnitt genauer betrachtet.

Die ungerade-gerade 1×2 -Schwingform, die ein in y-Richtung ausgerichtetes Dipolverhalten aufweist, zeigt kaum Änderungen im Schalldruckfeld. Es ist lediglich eine leichte Verschiebung der Druckmaxima in Laufrichtung der BiegeWellen zu erkennen. Auch bei dieser Kategorie der ungeraden-geraden Eigenformen verschieben sich die Maxima der Schalldruckverteilung bei Eigenformen mit der Ordnung $m = 1$ in die gleiche Richtung und bei $m > 1$ in die entgegengesetzte Richtung der laufenden Wellen.

Bei der geraden-ungeraden 2×1 -Eigenform, die ebenfalls einen Dipolcharakter mit der Ausrichtung entlang der x-Achse besitzt, ist der Einfluss auf das abgestrahlte Schallfeld wesentlich ausgeprägter. Das gesamte Schalldruckfeld neigt sich in Richtung der laufenden Wellenanteile. Dieser Effekt ist für alle Ordnungen m gleich. Dabei entspricht das Schallfeld keinem Dipol mehr, sondern eher einem stark geneigten Monopol.

Bei der geraden-geraden 2×2 -Eigenform sind ähnliche Phänomene wie bei der 4×4 -Schwingform aus dem obigen Beispiel zu beobachten. Der Quadrupol wandelt sich in einen Dipol mit einem etwas verschobenen Schalldruckmaximum um. Auch dieser Effekt ist unabhängig von der Ordnung m .

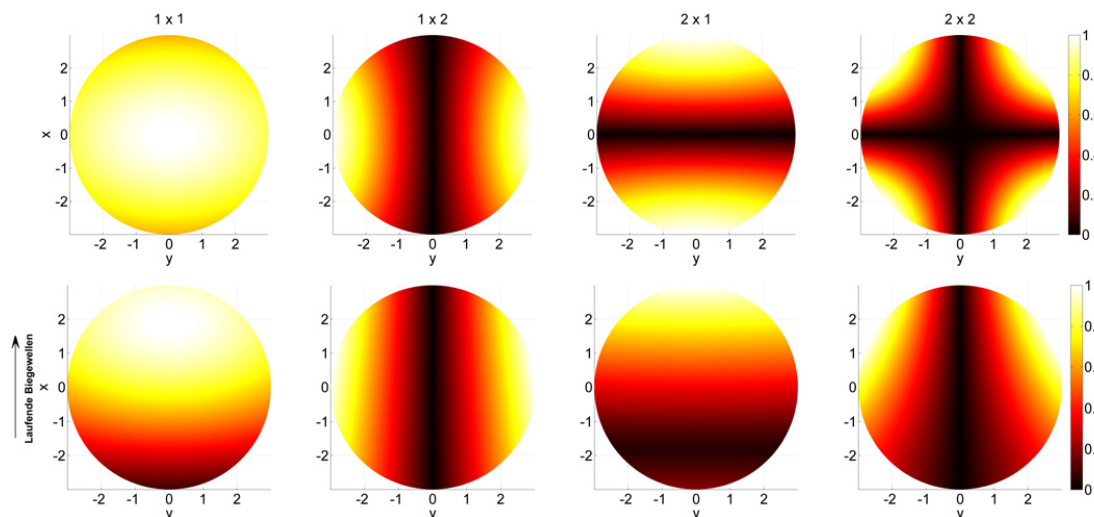
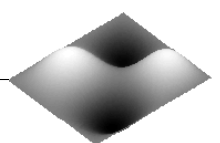


Abbildung 6.38.: Richtcharakteristik reeller (oben) und komplexer (unten) Schwingformen aus dem analytischen Ersatzmodell bei 70 Hz

Aus dieser Betrachtung lässt sich eine wichtige Erkenntnis gewinnen: Alle Schwingformen mit ungerader Ordnung in die Hauptrichtung der laufenden Wellen, wie die 1×1 - und 1×2 -Eigenformen, verändern ihre Abstrahlcharakteristik bei tiefen Frequenzen nur marginal.



Dabei ändert sich nur der Winkel des abgestrahlten Schallfeldes. Dagegen sind die geraden 2×1 - und 2×2 -Schwingformen wesentlich sensitiver auf sehr geringe Anteile laufender Wellen mit $e_x < 0.25$. Der grundsätzliche Charakter des Schallfeldes ändert sich dabei maßgeblich, beispielsweise vom Dipol zum Monopol oder dem Quadrupol zum Dipol.

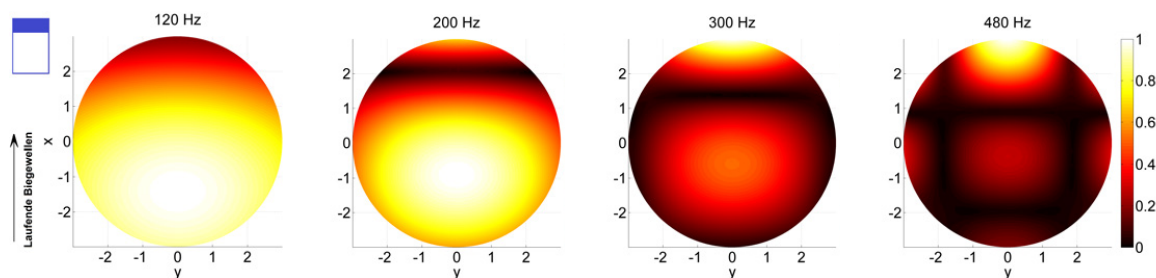


Abbildung 6.39.: Richtcharakteristik der komplexen 3×3 -Schwingform

Der bei ungeraden-ungenaden und ungerade-geraden Eigenformen im niedrigen Frequenzbereich beobachtete Effekt der Umkehr der Neigungsrichtung der Hauptkeulen soll jetzt näher betrachtet werden. Abbildung 6.39 zeigt die Schalldruckverteilung der ungerade-ungenaden 3×3 -Schwingform bei vier unterschiedlichen Frequenzen. Als Monopolstrahler zeigt diese Eigenform bei 120 Hz und 200 Hz im Gegensatz zur 1×1 die entgegengesetzte Neigung der Hauptkeulen. Mit steigenden Frequenzen zwischen 250 Hz und 300 Hz wechselt die Neigung der Hauptkeulen in die Richtung der laufenden Biegewellen. Im mittleren und hohen Frequenzbereich zeigen diese Schwingformen mit der Ordnung $m > 1$ das gleiche Verhalten wie die in Abbildung 6.36 betrachtete Schwingform.

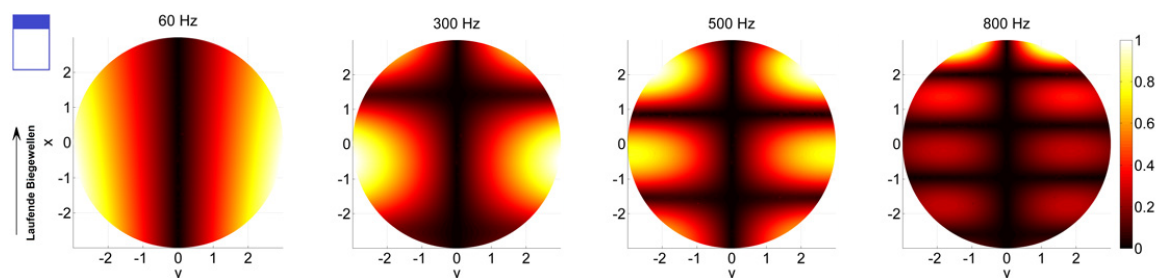


Abbildung 6.40.: Richtcharakteristik der komplexen 5×2 -Schwingform

Ähnliche Vorgänge sind auch bei ungeraden-geraden Eigenformen, wie der 5×2 -Eigenform zu beobachten. Auch bei dieser Klasse der Schwingformen führt bei tiefen Frequenzen die Ordnung von $m > 1$ zu einer entgegengesetzten Ausrichtung der Hauptkeulen. Abbildung 6.40 visualisiert die Schalldruckverteilungen der 5×2 -Schwingform für vier Frequenzen. Bei 30 Hz und 300 Hz ist die Neigung der Hauptkeulen deutlich entgegen der Richtung laufender Wellen ausgerichtet. Analog zur ungeraden-ungenaden 3×3 -Schwingform zeigt sich auch hier, dass diese Ausrichtung mit steigender Frequenz wieder in Richtung der laufenden Wellen wechselt. Dieser Effekt lässt sich bei allen Platten der Gruppe B mit einfacher Symmetrie beobachten, wobei die numerisch und die analytisch berechneten Schwingformen exakt das gleiche Ergebnis liefern. Die Ursache für diese Richtungswechsel der Hauptkeulen bei Eigenformen mit ungerader Ordnung $m > 1$ lässt sich mit den zur Verfügung stehenden Analysemethoden nicht abschließend klären. Sicherlich spielt die besondere Umverteilung akustischer Intensitätsquellen und -senken eine Rolle. Abbildung 6.41 zeigt die Intensitätsverteilungen für die 3×3 -Eigenform bei den gleichen Frequenzen wie das Schallfeld in

Abbildung 6.39. Zu sehen ist, dass bei Frequenzen von 120 Hz bis 200 Hz die Maxima der Schallintensität nach unten verschoben sind. Dies könnte die Ursache für die entgegengesetzte Neigung der Keulen sein.

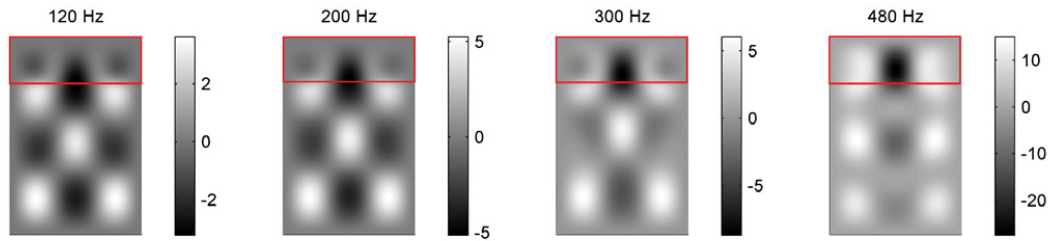


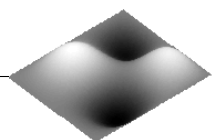
Abbildung 6.41.: Verteilung der Wirkintensität, 3×3 -Eigenform der Platte 1

6.5.2. Richtcharakteristik von Platten der Gruppen A, C und D

Nach der Analyse der Phänomene, welche für die Richtcharakteristik komplexer Schwingformen von Platten aus der Gruppe B mit einer dominanten Laufrichtung der Biegewellen interessant sind, folgt nun die Betrachtung einiger Besonderheiten der Platten mit anderen Symmetriebedingungen.

Die Analyse der modalen Abstrahlgrade komplexer Schwingformen der Platten aus der Gruppe A mit zweifacher Symmetrie in der Dämpfungsverteilung in Abschnitt 6.3 hat einen vernachlässigbar geringen Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf das akustische Verhalten aufgezeigt. Eine ähnliche Aussage kann auch im Zusammenhang mit der Richtcharakteristik des abgestrahlten Schallfeldes getroffen werden. Die detaillierte Analyse aller Schwingformen der Platten aus der Gruppe A hat gezeigt, dass laufende Wellen, die aufgrund zweifacher Symmetrie von der Mitte der Platte in Richtung der hoch bedämpften Ränder propagieren, die Abstrahlcharakteristik kaum verändern. Bei keiner der untersuchten Schwingformen konnte bei tiefen Frequenzen, wie im Fall der Platte 1 aus der Gruppe B (siehe Abbildung 6.38), eine signifikante Änderung des Abstrahlverhaltens beobachtet werden. Dadurch, dass die Komplexitätsgrade der Platten 2 und 3 der Gruppe A relativ gering sind ($MCI < 0.1$ siehe Abbildung 6.3), wurden alternative Konfigurationen mit breiteren Dämpfungsändern betrachtet. Auch diese Schwingformen behielten stets ihre Monopol-, Dipol- und Quadrupolstrahlercharakteristik bei, selbst bei relativ hohen Komplexitätsgraden von $MCI < 0.4$. Bei mittleren und höheren Frequenzen, wo das Schallfeld bereits deutlich gerichteter ist, konnte bei Platten dieser Kategorie eine leichte, zweifach symmetrische Verschiebung der Haupt- und Nebenkeulen in Richtung der dämpfenden Ränder beobachtet werden. Dieser Effekt ist wenig ausgeprägt, korreliert aber mit den obigen Erkenntnissen zu den Platten der Gruppe B. Die Schalldruckverteilung einer komplexen 4×4 -Eigenform der Platte 2 kann der Abbildung A.9 des Anhangs entnommen werden.

Komplexe Eigenschwingungsformen der Platten 4 und 7 aus der Gruppe D haben dagegen schon bei der Analyse der modalen Abstrahlgrade eine signifikante Variation der Abstrahlcharakteristik aufgezeigt. Es wurde vor allem bei geraden-geraden Schwingformen bei tiefen Frequenzen eine deutliche Erhöhung des Abstrahlvermögens beobachtet. Diese Feststellung wurde mit einer Zunahme der Volumenverschiebung und der daraus resultierenden erhöhten Kopplung in die erste Abstrahlmode begründet. Diese These wird durch die Betrachtung



abgestrahlter Schalldruckfelder weiter gestützt. Dafür zeigt Abbildung 6.42 die Schalldruckfelder der 3×3 -, 1×2 - und 2×2 -Eigenformen mit Monopol-, Dipol- und Quadrupolverhalten bei 70 Hz .

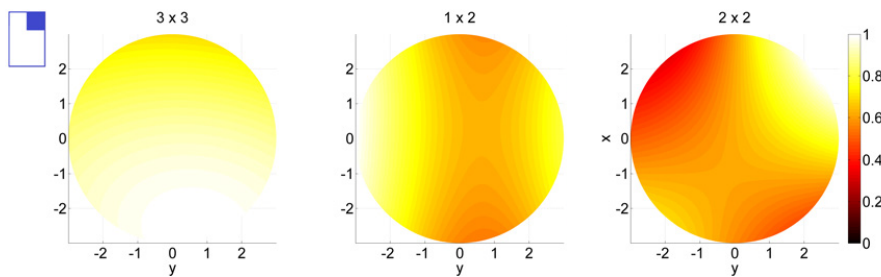


Abbildung 6.42.: Richtcharakteristik einiger Eigenformen der Platte 7 bei 70 Hz

Es ist deutlich, dass die unsymmetrische Dämpfungsverteilung der Platten der Gruppe D in allen Fällen zur signifikanten Änderung des Abstrahlverhaltens führt. Die akustisch weniger effizienten Dipol- und Quadrupolstrahler werden durch diagonal laufende Biegewellen stets zu Monopolstrahlern umgewandelt. Die Tatsache, dass Monopolstrahler effiziente Strahler sind, unterstreicht noch mal die Beobachtung der steigenden modalen Abstrahlgrade dieser komplexen Schwingformen.

Trotz der Tatsache, dass aufgrund unsymmetrischer Dämpfungsverteilung die Konfigurationen laufender Wellen zunehmend unübersichtlicher werden und allgemeingültige Aussagen immer schwieriger zu treffen sind, können einige Gesetzmäßigkeiten aus der Beobachtung der Platten aus der Gruppe D erkannt werden. So zeigt die 3×3 -Eigenform der Platte 7, ähnlich wie die Platte 1 in der Abbildung 6.40, die Umkehr des Neigungswinkels der Hauptkeule, weg von der hoch bedämpften Plattenregion. Bei der geraden-geraden 2×2 -Eigenform wird wie bei der Platte 1 diese Umkehr nicht beobachtet und die Hauptkeule zeigt exakt in Richtung höherer Dämpfung.

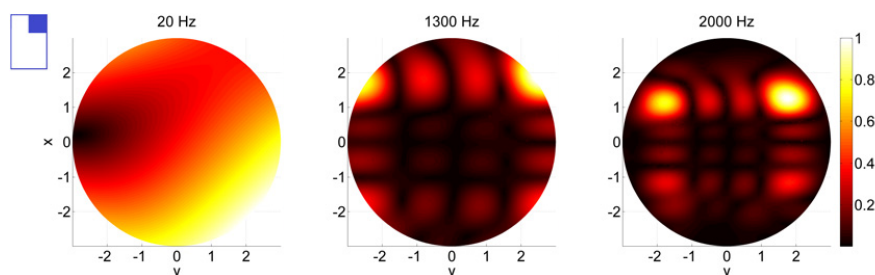


Abbildung 6.43.: Richtcharakteristik der komplexen 4×4 -Eigenform, Platte 7

Das Abstrahlverhalten der Eigenformen der Platte 7 bei mittleren und höheren Frequenzen entspricht ebenfalls den bisherigen Beobachtungen. In Abbildung 6.43 ist die Richtcharakteristik einer komplexen 4×4 -Eigenform gezeigt. Das Schallfeld ist entsprechend der Dämpfungsverteilung komplett unsymmetrisch und in die diagonale Richtung hin verzerrt.

Die letzte noch zu untersuchende Kategorie der Platten ist die Gruppe C mit punktsymmetrischer Dämpfungsverteilung. Die modalen Abstrahlgrade dieser Platten blieben in den meisten Fällen, abgesehen von einigen geraden-geraden Eigenformen wie der 2×2 und 4×2 unbeeinflusst, siehe Abschnitt 6.3. Diese Dämpfungskonfiguration erzeugt keine laufenden Wellen entlang einer bestimmten dominanten Richtung, sondern führt zu einer Art Rotation

der Schwingungsmaxima um den Mittelpunkt der Platte. Diese rotatorische Bewegung ist ebenfalls in den Schalldruckverteilungen zu erkennen. Abbildung 6.44 visualisiert zunächst die in ihrem Abstrahlgrad wenig beeinflusste 3×3 -Eigenform. Das tieffrequente Verhalten bleibt unverändert in Form eines Monopols. Bei höheren Frequenzen ist die rotatorische Deformation der Haupt- und Nebenneulen zu erkennen.

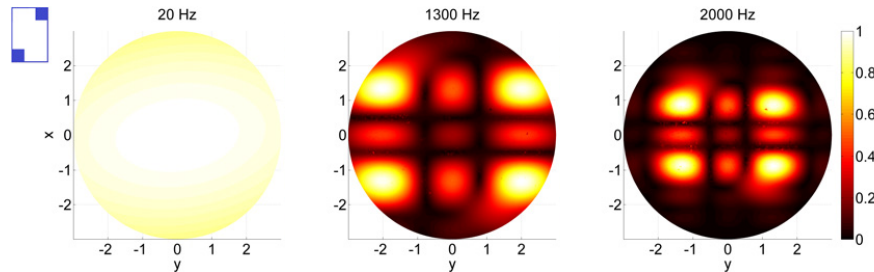


Abbildung 6.44.: Richtcharakteristik der komplexen 3×3 -Eigenform, Platte 10

Die komplexe gerade-gerade 4×2 -Eigenform der Platte 10 besitzt durch Anwesenheit einer punktsymmetrischen Dämpfungsverteilung einen bei tiefen Frequenzen signifikant erhöhten Abstrahlgrad. Dies kann auch bei der Betrachtung der Richtcharakteristik dieser Schwingform nachvollzogen werden. Die linke Grafik in Abbildung 6.45 zeigt, dass der Quadrupolcharakter durch komplexe Anteile der Schwingform in Richtung einer effizienten Monopolcharakteristik verändert wird. Die Verteilungen bei höheren Frequenzen bestätigen auch in diesem Fall die rotatorische Verschmierung der Haupt- und Nebenneulen.

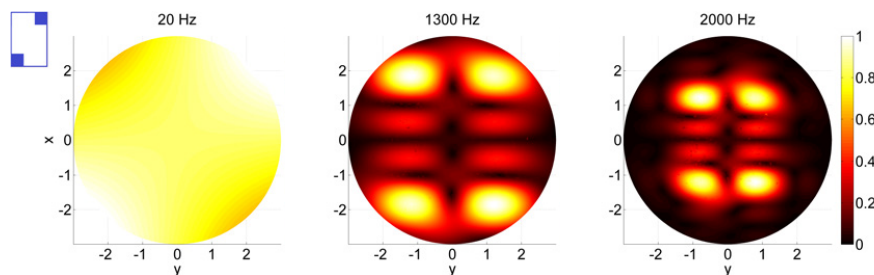
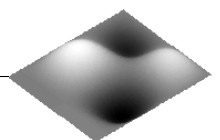


Abbildung 6.45.: Richtcharakteristik der komplexen 4×2 -Eigenform, Platte 10

6.5.3. Zusammenfassung der Erkenntnisse

Aus allen bisher vorgestellten Beobachtungen lassen sich die folgenden Aussagen über die Richtcharakteristik ableiten, die für alle komplexen Eigenformen mit einer dominanten Richtung der laufenden Wellen gelten. Dabei ist zu beachten, dass die Aussagen bezüglich Ordnungen der Eigenformen $m \times n$ so aufgestellt werden, dass die Ordnung m immer in die Richtung laufender Wellenanteile definiert ist. Zur Abstrahlcharakteristik komplexer Eigenformen kann Folgendes zusammengefasst werden:

- Alle ungeraden-ungeraden Eigenformen mit einem ausgeprägten Monopolstrahlverhalten behalten dieses bei. Im unteren Frequenzbereich $f < 0.2f_c$ neigt die Hauptkeule bei Eigenformen mit der Ordnung $m = 1$ in Richtung und bei $m > 1$ gegen die Richtung der laufenden Wellen.



- Eigenformen mit ungerader-gerader Ordnung behalten das Dipolverhalten. Die Neigung der Hauptkeule erfolgt nach der gleichen Gesetzmäßigkeit wie bei den ungeraden-ungeraden Eigenformen.
- Schwingformen mit gerader-ungerader Ordnung ändern das Dipolverhalten zum Monopol und neigen die Hauptkeulen in Richtung der laufenden Wellenanteile.
- Alle gerade-gerade Eigenformen mit Quadrupolverhalten ändern diesen zum Dipol mit der in Richtung der laufenden Wellen geneigten Schalldruckmaxima.
- Bei mittleren und höheren Frequenzen verschieben sich bei allen Schwingformen die Schalldruckmaxima in Richtung der laufenden Wellen.
- Bei tiefen Frequenzen zeigen gerade Schwingformen eine wesentlich höhere Sensitivität gegenüber laufenden Wellen und ändern ihre Abstrahlcharakteristik maßgeblich.

Die Betrachtung unterschiedlicher Platten zeigt im Zusammenhang mit der Richtcharakteristik Ergebnisse, die mit den Gesetzmäßigkeiten aus der Analyse der modalen Abstrahlgrade und Schallintensitätsverteilungen korrelieren. Platten mit zweifacher Symmetrie ändern bei höheren Frequenzen nur leicht die Winkel der Haupt- und Nebenkeulen und behalten die grundsätzliche Charakteristik bei. Den größten Einfluss erfahren die Schwingformen aus Konfigurationen mit einfacher Symmetrie oder mit unsymmetrischer Dämpfungsverteilung. Besonders die Schwingformen der Platten ohne Symmetrie aus der Gruppe D ändern bei tiefen Frequenzen stets ihr Verhalten in Richtung effizienter Monopolstrahler.

6.6. Kreuzkopplungseffizienzen komplexer Eigenformen

In Abschnitt 4.4.4 wurde diskutiert, dass nicht nur die modalen Abstrahlgrade für die Schallabstrahlung von Bedeutung sind, sondern auch die Kreuzkopplungseffizienzen. Die Existenz dieser Kreuzkopplungsterme zeigt, dass die Eigenformen nicht unabhängig voneinander zur abgestrahlten Schallleistung beitragen, sondern sich gegenseitig beeinflussen. Eine wichtige Frage, die im Rahmen dieser Arbeit beantwortet werden soll, ist, wie die Kreuzkopplungseffizienzen durch die Eigenvektorkomplexität beeinflusst werden. Da die Änderungen der Kreuzkopplungen mit der Veränderung der abgestrahlten Gesamtschallleistung einhergehen, gehört diese Betrachtung unmittelbar zu den Teilhypothesen 3 und 4.

6.6.1. Einfluss der Komplexität auf die Kreuzkopplung

Die Kreuzkopplungseffizienzen σ_{ij} komplexer Eigenformen werden, wie im Abschnitt 4.4.3 gezeigt, mit der Gleichung 4.58 berechnet. Die erste Besonderheit der Kreuzkopplungseffizienzen komplexer Eigenformen ist die Tatsache, dass diese im Gegensatz zu den Effizienzen reeller Eigenformen komplexwertig sind. Die Matrix $\mathbf{\Pi}$ ist dabei immer noch symmetrisch, wobei außerhalb der Diagonalen die konjugiert komplexen Paare der Kreuzkoppelterme stehen. Da die Kreuzkopplungseffizienzen komplex sind, zeigt Abbildung 6.46 am Beispiel der Kopplung zwischen der 1×1 - und 3×1 -Eigenform nicht nur den Realteil, sondern auch den Betrag, die Phase und die entsprechenden Imaginärteile. Zu sehen sind die Kreuzkopplungseffizienzen für die Referenzplatte mit reellen Eigenformen und die der Platten mit unterschiedlichen Symmetriebedingungen in der Dämpfungsverteilung.

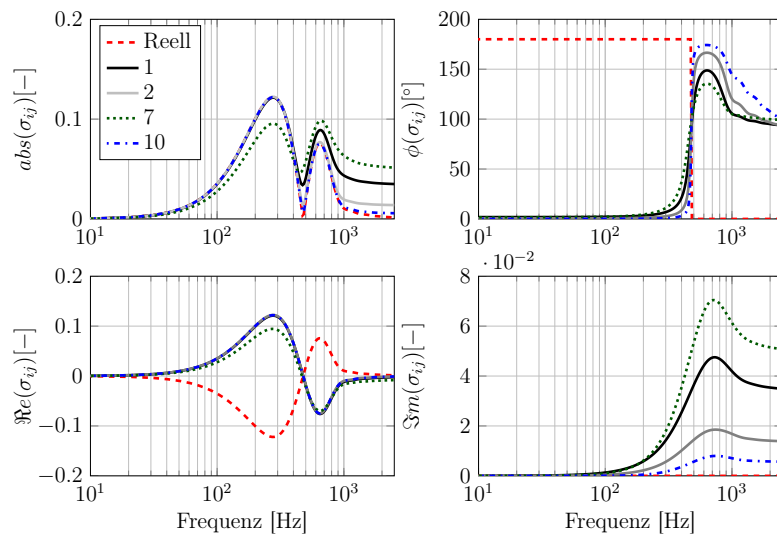


Abbildung 6.46.: Kreuzkopplungseffizienz zwischen der 1×1 - und 3×1 -Eigenform

Im Kapitel 4.4.4 zu den Kreuzkopplungen der Referenzplatte wurde gezeigt, dass die σ_{ij} nur mit entsprechender Paarung von jeweils geraden oder ungeraden Ordnungen ungleich null sind. Im betrachteten Beispiel ungerader 1×1 - und 3×1 -Eigenformen ist genau das der Fall, weshalb die Werte aller Platten ungleich null sind. Die Verläufe zeigen zunächst, dass die Komplexität der Eigenformen einen Einfluss auf die Kreuzkopplungen hat. Es ändert sich der Betrag und vor allem auch die Phase.

Es wurde bereits anhand reeller Eigenformen diskutiert, dass abhängig vom Phasenwinkel, der durch die modalen Verschiebungen \mathbf{q} vorgegeben wird, die Kreuzkopplung zweier Eigenformen entweder einen positiven oder negativen Beitrag zur abgestrahlten Schallleistung leistet. Im Fall reeller Eigenformen ist diese Abhängigkeit noch relativ einfach und bestimmt mit den Winkeln von 0° und 180° das positive oder das negative Vorzeichen der Beiträge. Der Betrag der Kreuzkopplung bleibt dabei aber gleich. Im Gegensatz dazu ändert sich bei komplexen Kreuzkopplungseffizienzen in Abhängigkeit des Phasenwinkels nicht nur das Vorzeichen, sondern auch die Größe der Beiträge zur Schallleistung. Zum besseren Verständnis bietet sich die Betrachtung der Kreuzkopplungseffizienzen mit Hilfe einer frequenzabhängigen Ortskurve in der komplexen Zahlenebene an.

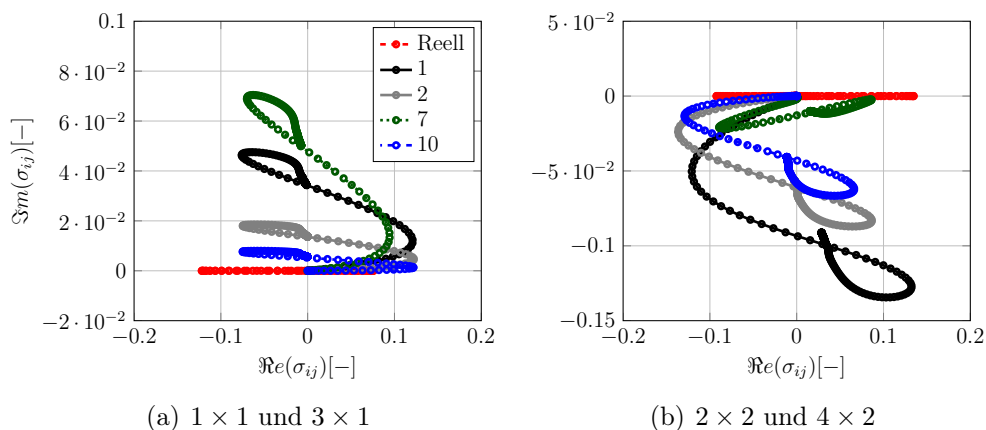


Abbildung 6.47.: Kreuzkopplungseffizienzen ungerader und gerader Eigenformen

Abbildung 6.47 zeigt die Ortskurven der Kreuzkopplungen der ungeraden 1×1 - 3×1 und geraden 2×2 - 4×2 -Eigenformen in einem Frequenzbereich zwischen 10 und 2500 Hz. Die Ortskurven beginnen stets bei 10 Hz im Ursprung der komplexen Zahlenebene.

Bei beiden gezeigten Eigenformenpaaren wandern wie erwartet die Kreuzkopplungseffizienzen der Referenzplatte mit reellen Eigenformen in Abhängigkeit der Frequenz auf der reellen Achse. Im Gegensatz dazu laufen die Kreuzkopplungseffizienzen inhomogen bedämpfter Platten durch die gesamte komplexe Zahlenebene. Alle Ortskurven beginnen bei der Frequenz von null im Ursprung der Koordinatenachsen und laufen bei den 1×1 - 3×1 -Eigenformen in positive und bei den 2×2 - 4×2 -sEigenformen in negative Richtung der reellen Achse. Anschließend enden die Ortskurven bei hohen Frequenzen in der Nähe der Imaginärachse.

Die Komplexität der Kreuzkopplungseffizienzen erschwert die Deutung der damit verbundenen physikalischen Phänomene, weshalb es sich anbietet, auf die abgestrahlte Schallleistung zu fokussieren. Dies ist möglich, wenn in die Betrachtung die modalen Verschiebungen \mathbf{q} mit einbezogen werden. Es stellt sich also die Frage, welcher der Anteile der Kreuzkopplungen komplexer Eigenformen für die Schallleistung im Fernfeld von Bedeutung ist. Im Detail wird Gleichung 4.58 für die abgestrahlte Fernfeldleistung W für den Fall komplexer Eigenformen noch einmal betrachtet:

$$W = \mathbf{q}^H \boldsymbol{\Psi}_n^H \mathbf{R} \boldsymbol{\Psi}_n \mathbf{q} = \mathbf{q}^H \boldsymbol{\Pi} \mathbf{q} \quad (6.2)$$

Mit der Kenntnis, dass die Matrix $\boldsymbol{\Pi}$ symmetrisch ist und in den gegenüberliegenden Elementen außerhalb der Diagonale konjugiert komplexe Werte stehen, lässt sich für ein vereinfachtes System mit nur zwei Eigenformen die Schallleistung wie folgt angeben:

$$W = \begin{bmatrix} q_1^* \\ q_2^* \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \Pi_{12}^* & \Pi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Dabei sind Π_{11} und Π_{22} die Beiträge aus den Eigeneffizienzen sowie Π_{12} und Π_{12}^* die konjugiert komplexen Kreuzkopplungen der beiden Eigenformen. Die Werte q_1 und q_2 sind die entsprechenden modalen Verschiebungen. Nach der Multiplikation der Vektoren und Matrizen ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$W = q_1^* \Pi_{11} q_1 + q_2^* \Pi_{22} q_2 + q_1^* \Pi_{12} q_2 + q_2^* \Pi_{11}^* q_1 \quad (6.4)$$

Die ersten beiden Terme in dieser Gleichung entsprechen den Beiträgen der modalen Eigeneffizienzen zur abgestrahlten Schallleistung. Die letzteren beiden resultieren aus der Kreuzkopplung beider Eigenformen zu einander. Dadurch, dass beide Kreuzkoppelterme $q_1^* \Pi_{12} q_2$ und $q_2^* \Pi_{11}^* q_1$ konjugiert komplex sind, ergibt sich folgender Gesamtbeitrag der Kreuzkopplungseffizienzen zur Schallleistung:

$$W_{\text{kreuz}} = q_1^* \Pi_{12} q_2 + q_2^* \Pi_{11}^* q_1 = 2\Re(q_1^* \Pi_{12} q_2) \quad (6.5)$$

Dieser Zusammenhang zwischen der abgestrahlten Schallleistung und den Kreuzkoppeltermen zeigt, dass nur die Realteile der Ortskurven der komplexen Kreuzkopplungen, skaliert

und gedreht durch die modalen Verschiebungen, für die Fernfeldleistung von Bedeutung sind. Die entsprechenden Verläufe der Ortskurven in Abhängigkeit von den Phasenwinkeln der modalen Verschiebungen werden etwas weiter hinten in diesem Abschnitt betrachtet. Zunächst soll ein weiterer interessanter Punkt, und zwar der Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf unterschiedliche Paarungen zwischen den geraden und ungeraden Eigenformen, betrachtet werden. Zur Erinnerung: Diese Kreuzkoppelsterme sind bei reellen Eigenformen gleich null.

Wie bereits anhand der Kopplungen in die Schallstrahlungsmoden in Abschnitt 6.3.6 beobachtet wurde, führen die laufenden Wellen in komplexen Eigenformen meistens zu erhöhten Kopplungsfaktoren in die Schallstrahlungsmoden, weshalb auch der modale Abstrahlgrad in den meisten Fällen zunimmt. Die zum Teil sehr unterschiedlichen Eigenschaften gerader und ungerader Eigenformen in Bezug auf die Einkopplung in die Schallstrahlungsmoden verschmieren durch die Präsenz der laufenden Knotenlinien. Dies führt beispielsweise dazu, dass gerade Eigenformen, die im rein reellen Fall keine Kopplung in die erste Abstrahlmode besitzen, durch die Präsenz laufender Wellen in diese Mode einkoppeln. Diese Verschmierung konträrer Eigenschaften gerader und ungerader Eigenformen lässt vermuten, dass auch im Fall der Kreuzkopplungseffizienzen die Nulleinträge in der Kreuzkopplungseffizienzmatrix durch komplexe Anteile der Eigenvektoren zunehmend verschwinden. Deshalb sollte die Kreuzkopplung aller komplexer Eigenformen untereinander größer werden.

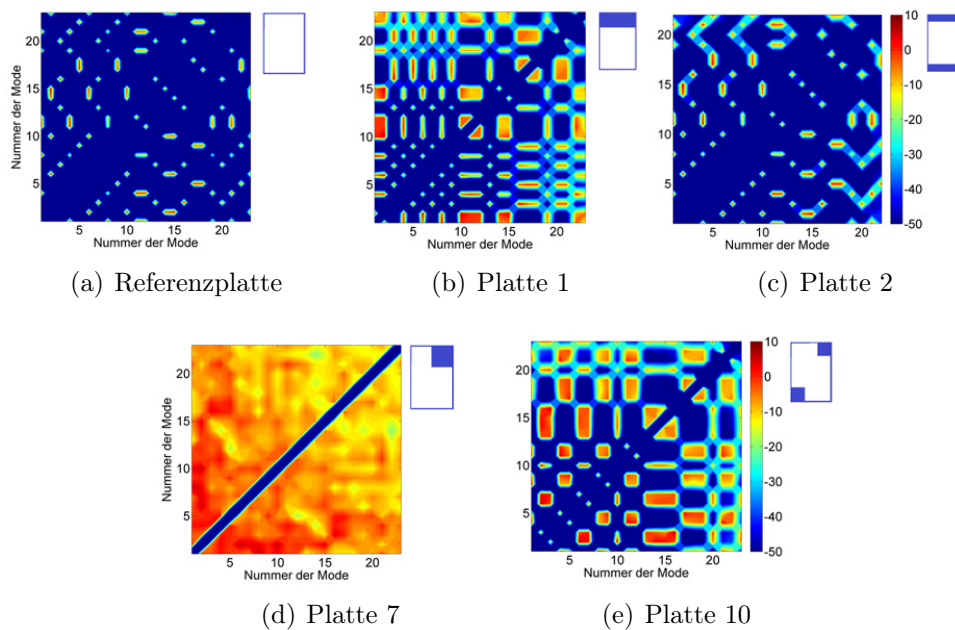


Abbildung 6.48.: Kreuzkopplungseffizienzmatrizen unterschiedlicher Platten

Um diesen Zusammenhang zu visualisieren, zeigt Abbildung 6.48 die modalen Schallstrahlungsmatrizen Π aus Gleichung 4.58 für die Referenzplatte und die Platten 1, 2, 7 und 10. Zur besseren Übersicht werden die dominanten Diagonalterme, die den modalen Eigeneffizienzen entsprechen, auf den Wert null gesetzt. Die Einträge außerhalb der Diagonalen der Matrix Π sind proportional zu den Beträgen der Kreuzkopplungseffizienzen. Da die Matrizen frequenzabhängig sind, zeigt Abbildung ein Beispiel bei der Frequenz von 400 Hz, wo die Kreuzkopplungen in etwa ihre Maximalwerte erreichen. Um eine größere Bandbreite der Werte sichtbar zu machen, wird die logarithmische Darstellung gewählt.

Aus der Darstellung der Matrizen wird deutlich, dass die Referenzplatte mit reellen Eigenformen nur an einigen Stellen Einträge besitzt, die ungleich null sind. Wie bereits diskutiert wurde, sind jeweils die geraden oder ungeraden Paarungen der Eigenformenordnungen diejenigen, die Kreuzkopplungen aufweisen. Die Platte 2 mit zweifach symmetrischer Dämpfungskonfiguration zeigt im Vergleich zur Referenzplatte zunächst nur eine leichte Erhöhung der Kreuzkopplungen. Im Gegensatz dazu zeigt sich bei der Platte 1, die durch eine einfach symmetrische Dämpfungsverteilung laufende Wellen in eine dominante Raumrichtung besitzt, eine deutliche Erhöhung der Kopplungen zwischen einzelnen Eigenformen. Ein ähnliches Verhalten ist auch bei der Platte 10 zu beobachten, die eine punktsymmetrische Dämpfungsverteilung besitzt. Besonders deutlich zeigt sich der Einfluss der Komplexität auf die Kreuzkopplungseffizienzen bei der Platte 7. Diese Platte weist durch die unsymmetrische Dämpfungsverteilung diagonal laufende Wellen auf und es wurde im Abschnitt 6.3 gezeigt, dass daraus die größte Variation akustischer Eigenschaften resultiert. Konsistent dazu zeigt diese Platte auch bei gegenwärtiger Betrachtung einen signifikanten Einfluss der Komplexität auf die Kreuzkopplungseffizienzen. Wie vermutet, verschmelzen durch die Präsenz laufender Knotenlinien die gegensätzlichen Eigenschaften gerader und ungerader Eigenformen miteinander und die Kopplung zwischen allen Eigenformen der Platten erhöht sich deutlich.

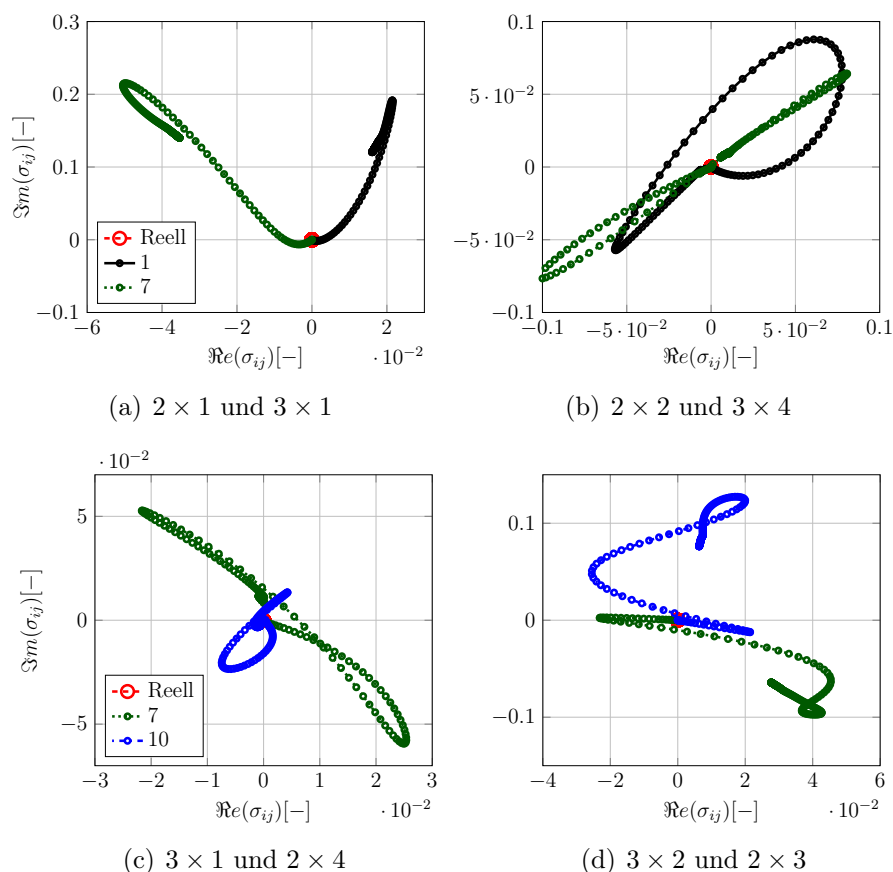


Abbildung 6.49.: Ortskurven der Kreuzkopplungseffizienzen

Zusammenfassend zeigen die Beobachtungen aus der Darstellung der Kreuzkoppleffizienzmatrizen eine Korrelation mit den Ergebnissen zum modalen Abstrahlgrad in Abschnitt 6.3. Auch bei den Kreuzkopplungen zeigt sich, dass die zweifach symmetrische Konfiguration der

Platten aus der Gruppe A den geringsten Einfluss besitzt. Die Platten der Gruppe D mit unsymmetrischer Dämpfungsverteilung zeigen dagegen den größten Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf die Kreuzkopplungseffizienzen.

Nun sollen einige der Kreuzkopplungseffizienzen im Detail betrachtet werden, die erst durch komplexe Eigenvektoranteile ungleich null werden. Dafür zeigt Abbildung 6.49 die Frequenzortskurven der Kreuzkopplungen einiger ungerader-gerader Eigenformenpaare. Wie erwartet, sind die Ortskurven der Referenzplatte mit reellen Eigenformen für diese Paarungsvarianten gleich null. Bei den Eigenformen nichtproportional bedämpfter Platten ergeben sich dagegen komplexe Verläufe der Ortskurven.

Um zu bestimmen, ob ein positiver oder negativer Beitrag auf die Schalleistung aus der Kreuzkopplungseffizienz resultiert, muss die modale Verschiebung der einzelnen Eigenformen zueinander betrachtet werden. Diese modale Verschiebung enthält die Phaseninformation zwischen einem Eigenformenpaar und bestimmt, ob eine konstruktive oder destruktive Interaktion der Eigenformen vorliegt. Abbildung 6.50 zeigt am Beispiel zweier Eigenformenpaare der Platte 7 die Veränderung der Ortskurven infolge der Variation des Phasenwinkels der modalen Einheitsverschiebung der ersten Eigenform i zur zweiten Eigenform j .

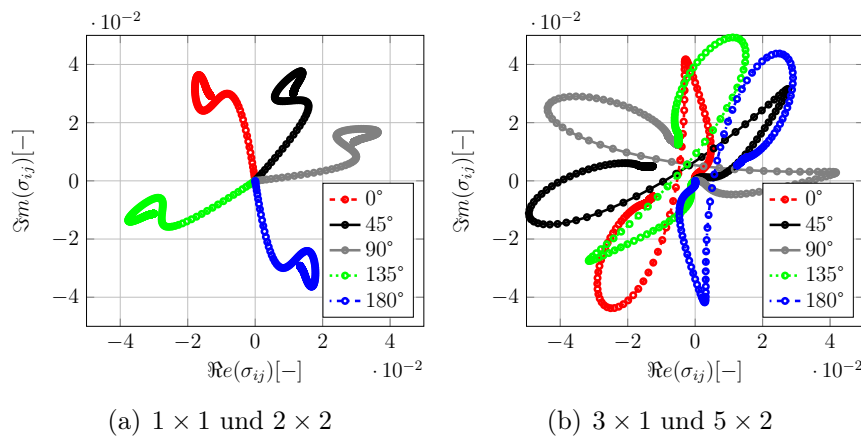
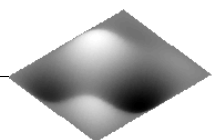


Abbildung 6.50.: Ortskurven der Beiträge der Kreuzkopplungseffizienzen in Abhängigkeit des Phasenwinkels der modalen Verschiebung

Im linken Teil der Abbildung ist am Beispiel der $1 \times 1 - 2 \times 2$ Kopplung zu sehen, dass unter den gezeigten Kurven die Ortskurve mit 90° Phasenverschiebung die größten positiven Realteile aufweist. Dies bedeutet, dass bei diesem Phasenwinkel der positive Beitrag der beiden komplexen Eigenformen zur Fernfeldschalleistung am höchsten ist. Zwischen 0° und 45° Phasenwinkel ist die Ortskurve in Richtung der imaginären Achse ausgerichtet, was dazu führt, dass die Kopplung in die Fernfeldschalleistung annähernd null ist. Äquivalente Schlussfolgerungen lassen sich auch anhand der rechten Abbildung ableiten.

6.6.2. Einfluss der komplexen Kreuzkopplungseffizienzen auf die Schalleistung

In diesem Teil der Arbeit soll nun betrachtet werden, wie sich der Einfluss der Kreuzkopplungseffizienzen auf die abgestrahlte Schalleistung inhomogen bedämpfter Platten auswirkt. Zunächst wird der Fall analysiert, bei dem die Dämpfungsgrade gering sind. Dafür werden



die Dämpfungsgrade der Eigenformen auf ein geringes einheitliches Maß von $\zeta = 0.005$ eingestellt. Mit dieser rein theoretischen Betrachtung soll der Einfluss komplexer Eigenformen nur auf die Komplexität und nicht auf die entsprechenden modalen Dämpfungsgrade beschränkt werden.

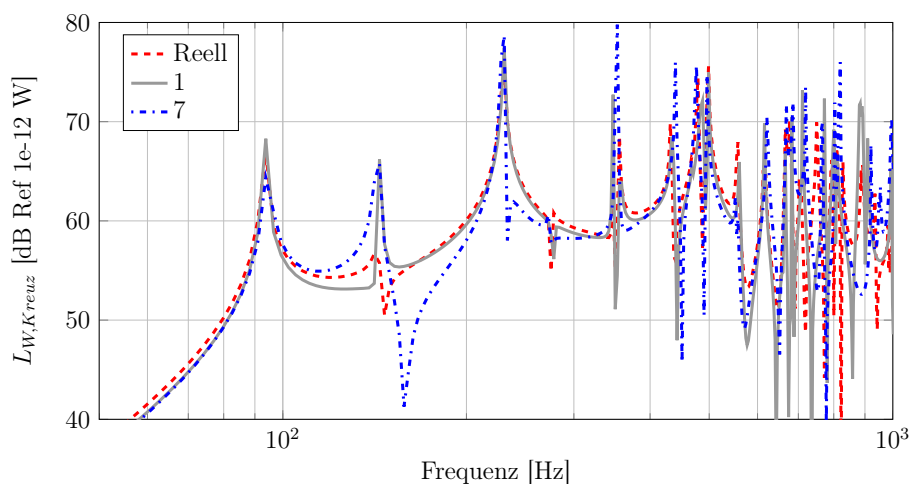


Abbildung 6.51.: Beiträge der Kreuzkopplungseffizienzen zu L_W

Abbildung 6.51 zeigt die Schallleistungsanteile ausschließlich aus den Kreuzkopplungen an der abgestrahlten Schallleistung der Platten unter Punktkraftanregung bei $x = 0.25 \text{ m}$ und $y = 0.25 \text{ m}$. Die gleiche Betrachtung wurde bereits in Abschnitt 4.4.4 in Abbildungen 4.12 und 4.13 für den Fall der Referenzplatte angestellt. Die gezeigten Kurven offenbaren, dass besonders bei der Platte 7 durch die Vielzahl von Amplitudenüberhöhungen höhere Anteile aus der Kreuzkopplung zur Fernfeldleistung beigetragen werden.

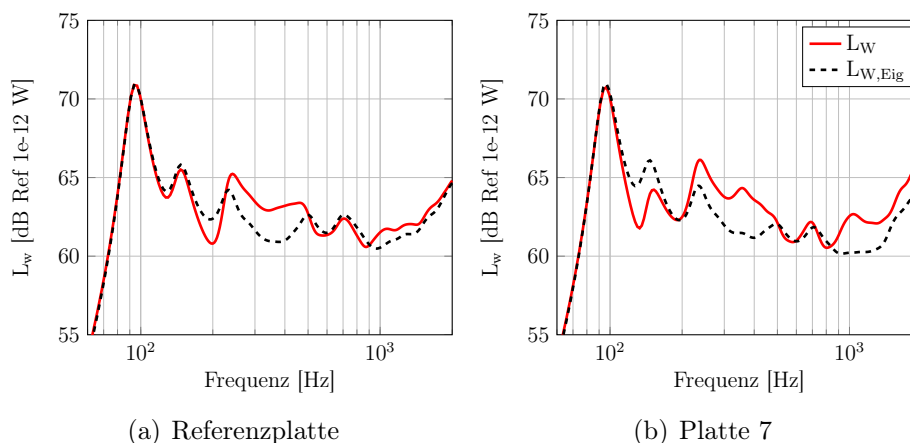


Abbildung 6.52.: Schallleistungen mit und ohne Kreuzkopplungseffizienzen

Anhand der Referenzplatte wurde im Abschnitt 4.4.4 in Abbildung 4.13 demonstriert, dass bei höher bedämpften Platten die Beiträge aus Kreuzkopplungseffizienzen einen prozentual höheren Anteil an der Gesamtschallleistung besitzen. Deshalb zeigt Abbildung 6.52 diesmal den Vergleich zwischen der Fernfeldschallleistung mit (L_W) und ohne ($L_{W,Eig}$) Berücksichtigung der Kreuzkopplungen für eine wesentlich höhere Systemdämpfung von $\zeta = 0.05$. Es ist zu sehen, dass, wie erwartet, die Platte 7 besonders im Bereich zwischen 110 Hz und

170 Hz sowie ab 1000 Hz deutlich größere Abweichungen von bis zu 3 dB im Vergleich zur homogen bedämpften Referenzplatte zeigt.

Die Ursache für diese wesentlich höheren Abweichungen der Platte 7 im Vergleich zur Referenzplatte kann mit Hilfe der Schallleistungsbeiträge aus den Kreuzkopplungseffizienzen in Analogie zur Abbildung 6.51 erläutert werden. Die Schallleistungsbeiträge aus den Kreuzkopplungseffizienzen sind in Abbildung 6.53 über der Frequenz aufgezeigt.

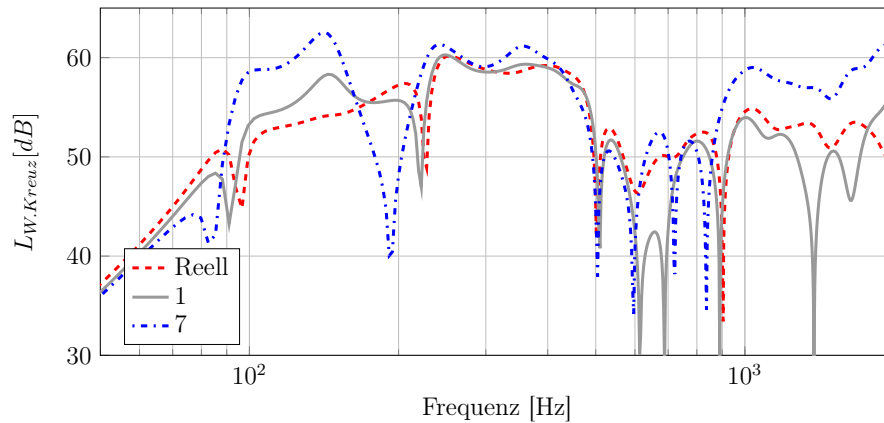


Abbildung 6.53.: Schallleistungsanteile nur aus Kreuzkopplungseffizienzen unterschiedlicher Platten bei erhöhter Dämpfung $\zeta = 0.05$

In Abbildung 6.53 ist zu erkennen, dass die Platte 7 genau in den Bereichen zwischen 110 Hz und 170 Hz sowie ab 1000 Hz einen um bis zu 10 dB größeren Beitrag zur abgestrahlten Schallleistung als die Referenzplatte zeigt. Dagegen sind die Beiträge der Platte 1 mit der Referenzplatte vergleichbar.

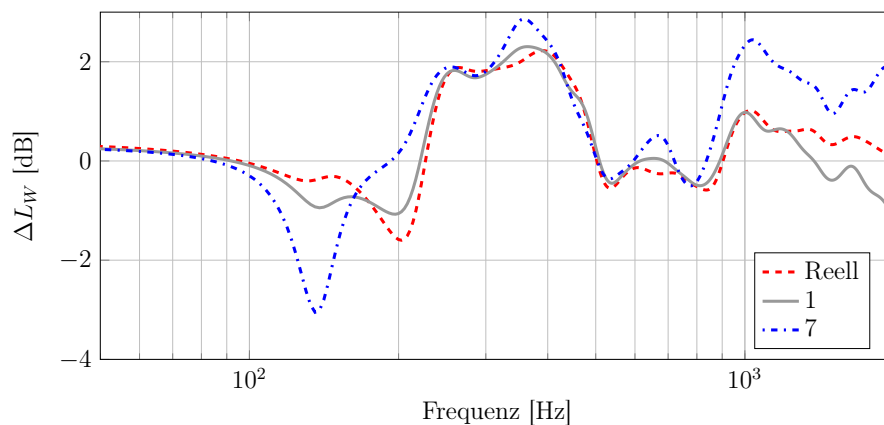
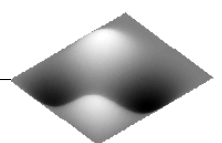


Abbildung 6.54.: Einfluss der Kreuzkopplungseffizienzen komplexer Eigenformen auf die abgestrahlte Schallleistung

Als Abschluss der Betrachtungen zum Einfluss auf die abgestrahlte Schallleistung zeigt Abbildung 6.54 für die Referenzplatte sowie für die inhomogen bedämpften Platten 1 und 7 die Differenz $\Delta L_W = L_W - L_{W,Eig}$ aus der Gesamtschallleistung und der Schallleistung ohne Berücksichtigung der Kreuzkopplungseffizienzen. Auch hier ist zu sehen, dass besonders die Platte 7 aus der Gruppe D einen erhöhten Einfluss auf die Schallleistung durch die Kreuzkopplungseffizienzen erfährt. Bei einigen Frequenzen erreichen die Differenzen einen Wert von bis zu 3 dB .



Zum Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf die Kreuzkopplungseffizienzen kann Folgendes zusammengefasst werden:

- Die Kreuzkopplungen komplexer Eigenformen sind ebenfalls komplex, weshalb die positiven oder negativen Beiträge zur abgestrahlten Schallleistung stark vom Phasenwinkel zwischen zwei Eigenformen abhängen. Dabei spielt der Realteil der Kreuzkopplungseffizienzen eine wesentliche Rolle für die Schallabstrahlung ins Fernfeld.
- Die laufenden Wellen in komplexen Eigenformen verändern nicht nur die Kreuzkopplungen zwischen den paarweise geraden und ungeraden Eigenformen, sondern führen auch dazu, dass die Eigenformen, die ursprünglich keine Kreuzkopplung aufwiesen, nun zur Schallleistung beitragen. Wie stark die Kopplungen zwischen den beispielsweise ungeraden und geraden Eigenformen verstärkt werden, hängt stark davon ab, welche Symmetriebedingung die inhomogene Dämpfungsverteilung aufweist.
- Platten mit zweifach symmetrischer Dämpfungsverteilung zeigen nur in Einzelfällen eine erhöhte Kopplung zwischen geraden und ungeraden Eigenformen. Bei Platten, die einfach- oder punktsymmetrisch sind, ist dieser Effekt wesentlich größer. Gibt es keine Symmetrie in der Dämpfungsverteilung, so verschmieren die konträren Eigenschaften einzelner Eigenformen und alle Eigenformen koppeln ineinander ein. Für die abgestrahlte Schallleistung bedeutet diese Steigerung der Kopplungsfaktoren im mittleren Frequenzbereich zwischen 10 % und 70 % der Koinzidenzfrequenz eine Erhöhung oder Verringerung der Schallleistung um einige Dezibel.

6.7. Schallleistung und Gesamtabstrahlgrad

Nach der ausführlichen Betrachtung komplexer Schwingformen hinsichtlich modaler, akustischer Metriken stehen nun die Größen im Mittelpunkt, welche die Eigenschaften der gesamten Platte beschreiben. Diese Thematik ist in den Teilhypothesen 3 und 4 untergebracht und adressiert den Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf die multimodale Schallabstrahlcharakteristik von Platten mit unterschiedlichen Dämpfungsverteilungen. Die abgestrahlte Schallleistung der schwingenden Platte fasst alle bisher beschriebenen Einflüsse einzelner Eigenformen zu einer Metrik zusammen und ist maßgeblich durch die Art, Position und Größe der Kraftanregung bestimmt. Praxisrelevant und gleichzeitig sehr einfach zu realisieren sind vor allem breitbandige Anregungen mit einer oder mehreren Punktkräften. Bei dieser Art der Anregung ist die dynamische Antwort der Platte durch klare Resonanzen und Antiresonanzen dominiert. Dieses Verhalten verschwindet zunehmend mit steigender Dämpfungskopplung zwischen einzelnen Eigenformen (siehe Abbildung 4.31). Nichtsdestotrotz ist in den meisten Fällen die Anregung mit Punktkräften die erste Wahl, wenn es um die Charakterisierung der Strukturen hinsichtlich derer modalen Eigenschaften geht.

6.7.1. Einfluss der Dämpfung und der Eigenvektorkomplexität

Zunächst werden die abgestrahlten Schallleistungen der Platten 1, 2, 7 und 10 als Vertreter der jeweiligen Gruppe unter Punktkraftanregung bei $x = 0.25 \text{ m}$, $y = 0.25 \text{ m}$ betrachtet. Diese Anregungsposition ist so gewählt, um möglichst alle Eigenformen anzuregen. Dabei werden die modalen Dämpfungen aus der FEM-Modalanalyse den jeweiligen Eigenformen zugeordnet. Für die unbedämpfte Referenzplatte wird der geringe konstante Dämpfungsgrad

von $\zeta = 0.01$ gewählt. Das heißt, dass im hier betrachteten Fall einerseits die tatsächlichen modalen Dämpfungen und andererseits die Amplituden- und Phasenverteilung komplexer Eigenformen Einfluss auf die Schalleistung und die Gesamtabstrahlgrade nehmen.

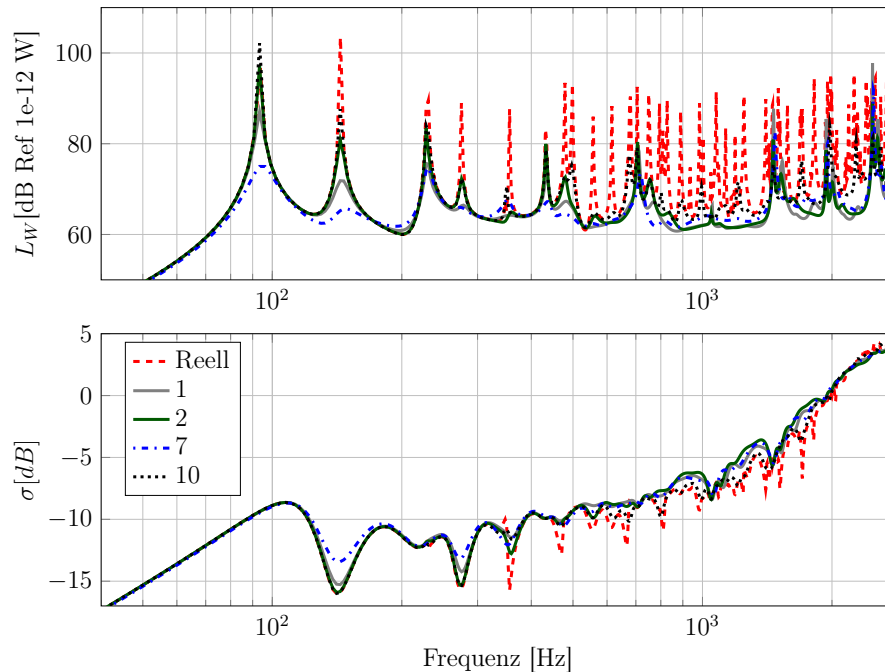


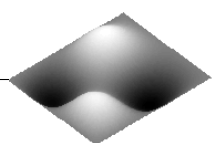
Abbildung 6.55.: Schalleistung und Abstrahlgrad einiger Platten

Die Verläufe der Schalleistung sowie die entsprechenden Abstrahlgrade sind in Abbildung 6.55 gezeigt. Bei den Abstrahlgraden handelt es sich in diesem Fall nicht um die Gesamtabstrahlgrade der Platte, sondern zunächst um die Schalleistungen mit entsprechender Normierung nach Gleichung 4.52. Wie erwartet, sind die Schalleistungen im Bereich der Resonanzen bei allen bedämpften Platten geringer als bei der Referenzplatte. Die besonders große Reduktion der Schalleistung an den Resonanzen der Platte 7 ist durch die hohen modalen Dämpfungen begründet, welche in Abbildung 6.2 im Abschnitt 6.2.1 gezeigt wurden.

In Abbildung 4.31 im Abschnitt 4.4.10 wurde der Einfluss der Dämpfung auf den Abstrahlgrad der Platte diskutiert. Es zeigte sich, dass eine größere Strukturdämpfung zu einer Steigerung der Dämpfungskopplung und damit zur signifikanten Veränderung der Betriebschwingformen führt. Diese Schwingformen bestehen nicht mehr aus kurzen, vom akustischen Kurzschluss dominierten Wellen, sondern ähneln mit zunehmender Dämpfung immer mehr dem effizienten Kolbenstrahler. Diese Beobachtung ist auch für die gezeigten, inhomogen bedämpften Platten zutreffend. Auch hier steigt der Abstrahlgrad der bedämpften Platten zwischen 100 Hz und der Koinzidenzfrequenz an. Dieser Effekt ist allerdings allgemein bekannt ([33], [126]) und ist nicht als Bestandteil der Forschungshypothesen auf die reine Eigenvektorkomplexität zurückzuführen.

6.7.2. Einfluss der Eigenvektorkomplexität

Um den starken Einfluss der Dämpfungskopplung auf die Schalleistung und den Abstrahlgrad zu eliminieren, wird die Annahme getroffen, dass die modalen Dämpfungen aller Platten gleich der geringen Dämpfung der Referenzplatte von $\zeta = 0.01$ sind. Diese Annahme ist zwar



wenig anwendungsrelevant, da die Größe der Dämpfung und Komplexität der Eigenformen direkt miteinander verknüpft sind, trotzdem erlaubt diese Betrachtung den Einblick auf die Effekte, die von der Eigenvektorkomplexität auf die Schallabstrahlung ausgeübt werden. Abbildung 6.56 fasst die entsprechenden Ergebnisse hinsichtlich der Schallleistung und des Abstrahlgrades zusammen. Zuerst fällt auf, dass die Variation in den Schallleistungen und Abstrahlgraden signifikant abgenommen hat. In den Verläufen der Schallleistung zeigen sich dennoch bis zu 3 dB große Unterschiede in der Schallleistung der ersten fünf Resonanzen. Größere Abweichungen treten bei höheren Eigenformen auf, wobei dort die Einflüsse der sich verändernden Amplitudenverteilung eine dominierende Rolle spielen und die Unterschiede nicht mehr mit der reinen Eigenvektorkomplexität zu begründen sind.

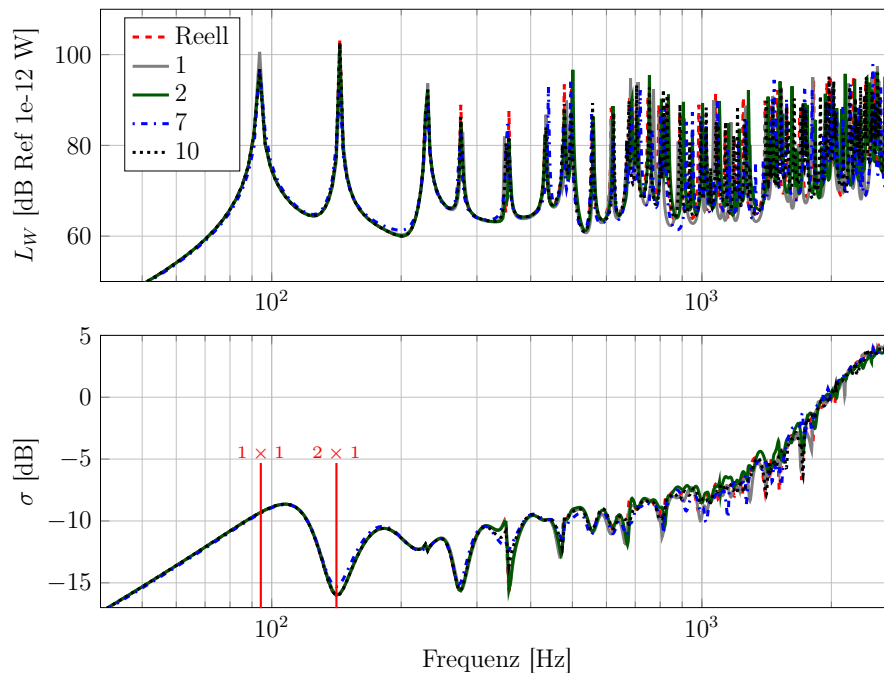


Abbildung 6.56.: Schallleistung und Abstrahlgrad der Platten bei $\zeta = 0.01$

Bei der Betrachtung des Abstrahlgrades lässt sich feststellen, dass besonders im Bereich der zweiten 2×1 Resonanz bei 150 Hz die Platte 7 eine Erhöhung der Abstrahleffizienz von 1.5 dB zeigt. Nach der in Abschnitt 6.2.2 vorgenommenen Klassifikation sollte die Platte 7 mit nicht vorhandener Symmetrie in der Dämpfungsverteilung bei geraden Eigenformen ein erhöhtes Abstrahlvermögen aufweisen. Dieser Effekt kann demnach auch im hier gezeigten Gesamtabstrahlgrad beobachtet werden. Eine weitere Resonanz wie die 2×2 bei 360 Hz zeigt sogar eine größere Erhöhung von ca. 3 dB. Auch diese Beobachtung entspricht den Schlussfolgerungen zu den modalen Abstrahlgraden aus Abbildung 6.15. Insbesondere die geraden-geraden Eigenformen wurden bei Platten der Gruppe D besonders durch laufende Wellen in ihrem Abstrahlgrad beeinflusst. Im Allgemeinen kann festgestellt werden, dass die Variation der Abstrahlgrade der Platten in einem breiten Frequenzband infolge der Eigenvektorkomplexität sehr gering ist. Auch die Änderung der Anregungsposition zeigt das gleiche Ergebnis. Nur bei höheren Frequenzen sind die Unterschiede deutlicher ausgeprägt, die wiederum auf die signifikanten Änderungen in der Amplitudenverteilung höherer Eigenformen zurückzuführen sind.

Diese geringe Änderung der Gesamtabstrahlgrade kann in erster Linie in Korrelation mit den modalen Abstrahlgraden gesehen werden. In Abschnitt 6.3 wurde deutlich gezeigt, dass

die Änderungen im Abstrahlgrad entweder über einen breiten Frequenzbereich konstant, aber gering oder sehr hoch und zu tieferen Frequenzen ansteigend sind. Die relativ hohen Eigenfrequenzen der untersuchten Platten im Bereich von ca. 100 Hz aufwärts bringen die komplexen Schwingformen in den Frequenzbereich, wo die beschriebenen Phänomene hinsichtlich der Abstrahleffizienz bereits kaum eine Rolle spielen. In diesem Abschnitt wird deshalb mit der Erwartung, dass der Einfluss auf den Abstrahlgrad zunehmen wird auch der Fall betrachtet bei dem die Eigenfrequenzen wesentlich geringer sind.

6.7.3. Änderung des Gesamtabstrahlgrades

Die bisher betrachteten Abstrahlgrade sind aus der Schalleistung infolge Punktkraftanregung berechnet worden. Im Kapitel 4.4 wurde eine zusätzliche Metrik in Form des Gesamtabstrahlgrades eingeführt. Der entscheidende Vorteil dieser Metrik ist die Unabhängigkeit gegenüber der ausgewählten Anregungsposition. In Abbildung 6.57 ist links der Gesamtabstrahlgrad der Platten 1, 2, 7 und 10 gezeigt. Die Dämpfungen der Platten entsprechen den modalen Dämpfungen aus der FEM-Analyse.

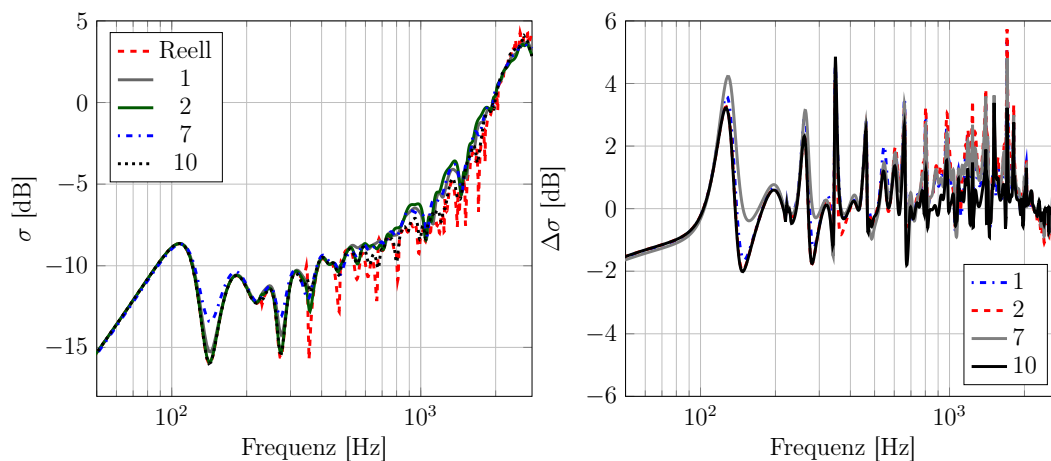
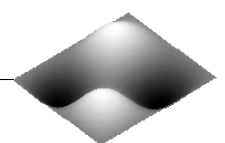


Abbildung 6.57.: Gesamtabstrahlgrade der Gesamtabstrahlgraddifferenzen

Ähnlich zu dem Ergebnis aus Abbildung 6.55 steigt auch hier aufgrund der höheren Dämpfungskopplung bei allen betrachteten Platten der Gesamtabstrahlgrad. Dies wird auch aus der Betrachtung der Abstrahlgraddifferenzen zwischen den inhomogen bedämpften Platten und der Referenzplatte in der rechten Abbildung 6.57 deutlich. Es ist zu sehen, dass die Differenzen hauptsächlich im positiven Bereich liegen, was auf die Erhöhung des Abstrahlgrades hindeutet.

Wie im Fall der Abstrahlgrade unter einer Punktkraftanregung wird beim Gesamtabstrahlgrad ebenfalls die Konfiguration untersucht, bei der die Dämpfungen aller Platten gleich und gering sind. Abbildung 6.58 visualisiert den Vergleich der Gesamtabstrahlgrade der Platten 1, 2, 7 und 10 mit unterschiedlichen Dämpfungssymmetrien. Das Ergebnis dieser Betrachtung ist, dass auch die Gesamtabstrahlgrade der Platten mit komplexen Eigenformen nur geringe Variationen im Vergleich zur Referenzplatte aufweisen. Die größten Abweichungen zeigt hier die Platte 7, welche besonders bei geraden-geraden Eigenformen, wie der 2×2 Eigenform bei 360 Hz , eine Erhöhung der Abstrahleffizienz von ca. 4 dB zeigt. Kaum zu sehen, aber trotzdem vorhanden ist die Reduktion des Gesamtabstrahlgrades der Platte 7



um ca. 0.5 dB im Bereich der Monopolabstrahlung der ersten Fundamentalmode 1×1 unterhalb von 100 Hz . Auch diese Aussage steht im Einklang mit der Betrachtung der modalen Abstrahlgrade, bei der festgestellt wurde, dass laufende Wellen in Richtung der ungeraden Ordnung zu einer leichten Verringerung der Abstrahleffizienz führen.

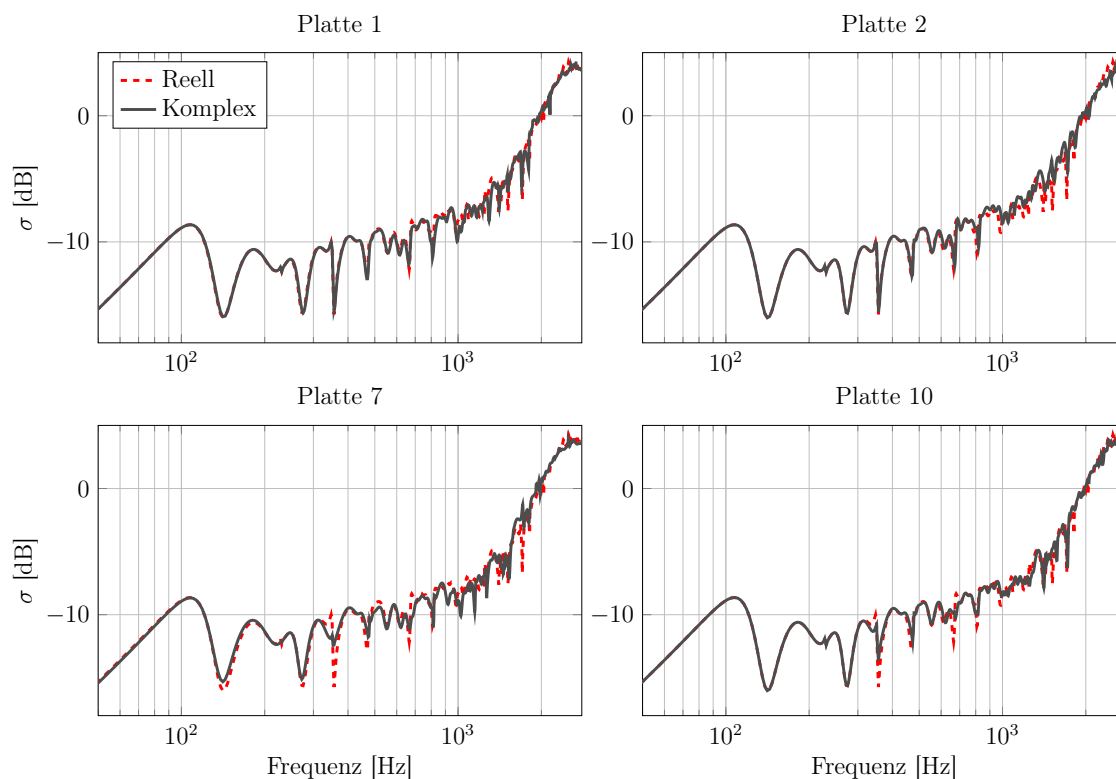


Abbildung 6.58.: Gesamtabstrahlgrade der Platten mit $\zeta = 0.005$

Die nächste Betrachtung soll herausfinden, ob die Gesamtabstrahlgrade der Platten größere Variationen aufzeigen, wenn die Eigenfrequenzen der Eigenformen wesentlich geringer sind. Dafür werden die Gesamtabstrahlgrade mit Eigenfrequenzen, die auf 15 % des ursprünglichen Wertes reduziert wurden, erneut berechnet. Abbildung 6.59 fasst diese Ergebnisse zusammen. Zunächst ist festzustellen, dass sich die gezeigten Verläufe deutlich von den vorherigen unterscheiden. Dies liegt daran, dass die signifikante Absenkung der Eigenfrequenzen, welche einer entsprechenden Reduktion der Plattenbiegesteifigkeit gleicht, zu einer Erhöhung der Koinzidenzfrequenz führt. Deshalb ist der verwendete Satz an Eigenformen nicht mehr ausreichend, um die Systemdynamik bis zur Koinzidenzfrequenz abbilden zu können. Wichtig bei diesem Ergebnis ist die Tatsache, dass die Variabilität der Abstrahlgrade wie erwartet zugenommen hat. Dies wird vor allem bei der Betrachtung der Verläufe der Platte 7 deutlich.

Bisher zeigte die Platte 7 Abweichungen bei einigen Eigenformen von ca. 4 dB , die nun durch die Senkung der Eigenfrequenzen auf ca. 8 dB gestiegen sind. Bei tiefen Frequenzen zeigt auch die Platte 1 Variationen von bis zu 5 dB im Abstrahlgrad der unteren Eigenformen. Die Platte 2 aus der Gruppe A mit zweifacher Symmetrie in der Dämpfungsverteilung zeigt dagegen, wie erwartet, selbst bei geringen Frequenzen kaum Änderungen im Abstrahlgrad.

Um die Änderungen der Gesamtabstrahlgrade zusätzlich zu 6.59 bei hohen und tiefen Eigenfrequenzen zu veranschaulichen, zeigt Abbildung 6.60 die Gegenüberstellung der beiden

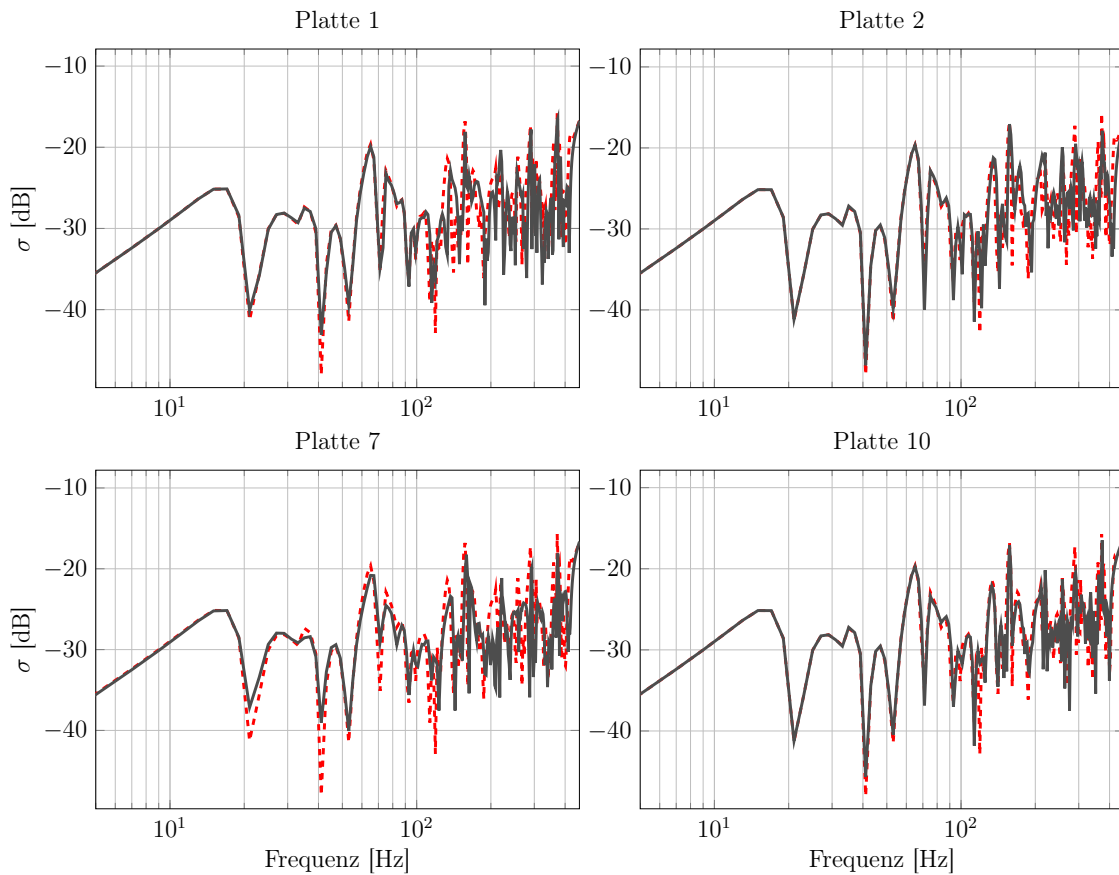


Abbildung 6.59.: Abstrahlgrade mit $\zeta = 0.005$ und verringerten Eigenfrequenzen

Ergebnisse. Auch hier ist es wichtig, zu erwähnen, dass die Abweichungen nur bei den unteren Eigenformen hauptsächlich auf die Eigenvektorkomplexität zurückzuführen sind und nicht auf die Änderungen in der Amplitudenverteilung. Während bei der Platte mit unveränderten Eigenfrequenzen die Abweichungen Werte von 4 dB nicht überschreiten, zeigen die Platten mit reduzierten Eigenfrequenzen Abstrahlgraddifferenzen von über 8 dB.

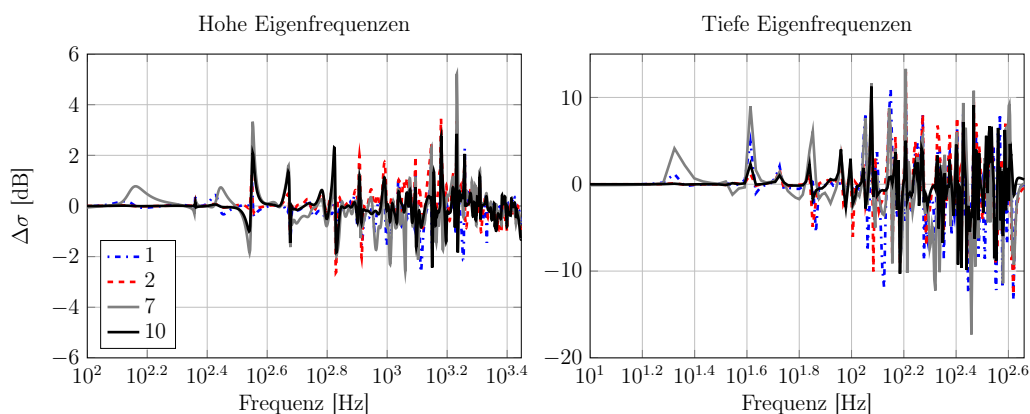
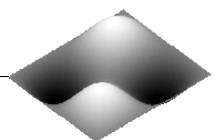


Abbildung 6.60.: Abstrahlgraddifferenzen der Platten



6.7.4. Zusammenfassende Betrachtung

Aus der vorangegangenen Betrachtung können folgende Schlussfolgerungen in Bezug auf die Teilhypothese 3 und 4, hinsichtlich des Einflusses der Eigenvektorkomplexität auf die Schalleistung und den Gesamtabstrahlgrad gezogen werden:

- Das Maß an Strukturdämpfung übersteigt den Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf die abgestrahlte Schalleistung und den Gesamtabstrahlgrad. Die Strukturdämpfung verringert die Schwingungsamplituden deutlich und verursacht durch steigende Dämpfungskopplung die Entstehung abstrahleffizienter Betriebsschwingformen und damit die Erhöhung des Gesamtabstrahlgrades.
- Die Variation der Schalleistung und des Gesamtabstrahlgrades infolge der reinen Komplexität korreliert mit den Schlussfolgerungen zu den modalen Abstrahleffizienzen. Die Effekte wirken dabei hauptsächlich erhöhend auf den Abstrahlgrad.
- Die Klassifikation der Platten nach der Symmetrie der Dämpfungsverteilung ist auch bei der Betrachtung der Schalleistungen und Gesamtabstrahlgrade relevant. Platten mit zweifacher Symmetrie ändern ihre Schallabstrahlcharakteristik unwesentlich. Platten ohne Symmetrie zeigen wesentlich höhere Variationen in der Schallabstrahlung infolge der Komplexität der Eigenformen.
- Der Einfluss der Komplexität auf die abgestrahlte Schalleistung und den Gesamtabstrahlgrad ist umso größer, je weiter die Eigenfrequenzen komplexer Eigenformen unterhalb der Koinzidenzfrequenz angesiedelt sind. Dazu gehören z. B. Platten mit sehr geringen Wandstärken und dementsprechend kleinen Eigenfrequenzen. Weiterhin sind davon auch Platten mit geringen Abmessungen betroffen, deren Biegewellenlängen klein und damit weit unterhalb der Koinzidenzfrequenz sind.

6.8. Zusammenfassung der Simulationsergebnisse

Die in diesem Kapitel präsentierten Ergebnisse aus der Simulation haben gezeigt, dass die inhomogene Dämpfung und die daraus resultierenden komplexen Eigenformen die Schallabstrahlcharakteristik der Platte beeinflussen. Diese Beeinflussung ist vor allem abhängig von der Symmetrie der Dämpfungsverteilung. Dabei wurde gezeigt, dass mit steigender Asymmetrie die akustischen Eigenschaften zunehmend verändert werden. Die modalen Abstrahlgrade werden abhängig von der Ordnung der komplexen Eigenformen unterhalb der Koinzidenz meistens signifikant erhöht und in seltenen Fällen etwas verringert. Die Betrachtung der Schallintensität komplexer Eigenformen hat gezeigt, dass die laufenden Biegewellen zu einer Umverteilung der akustischen Quellen und Senken führen. Dabei verlieren die Eigenformen ihre typischen Ecken- und Randstrahlereigenschaften. Aus der Umverteilung der Quellen und Senken resultiert auch die Änderung der Richtcharakteristik des Schallfeldes.

Bei der Betrachtung der Schallabstrahlung bei der multimodalen Plattenantwort konnte festgestellt werden, dass die Kreuzkopplungseffizienzen zwischen den einzelnen Eigenformen mit steigender Asymmetrie der Dämpfungsverteilung ebenfalls zunehmen. Hinsichtlich der abgestrahlten Schalleistung und des Gesamtabstrahlgrades hat sich gezeigt, dass der Einfluss der reinen Strukturdämpfung die Auswirkungen der Eigenvektorkomplexität übersteigt. Bisher basieren alle gezeigten Ergebnisse auf den Simulationsmodellen. Im kommenden Abschnitt gilt es, diese Ergebnisse mit Hilfe von Experimenten zu prüfen.

7. Experimentelle Untersuchungen

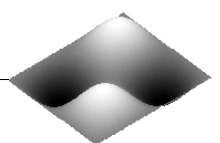
7.1. Schlussfolgerungen für die Experimente aus der Simulation

Aus den Simulationsergebnissen, die im vergangenen Abschnitt präsentiert wurden, leiten sich einige wichtige Schlussfolgerungen für die Experimente zur Schallabstrahlung inhomogen bedämpfter Platten mit komplexen Schwingungseigenformen ab.

In der Praxis gibt es bei der Untersuchung inhomogen bedämpfter Platten eine Reihe von Herausforderungen. Die erste Herausforderung ist die gezielte Erzeugung komplexer Eigenformen mit einem hohen und definierten Anteil laufender Wellen. Die Simulationen haben gezeigt, dass sehr hohe lokale Dämpfungsgrade von $\zeta = 0.2$ notwendig sind, um bei einigen der unteren Eigenformen einen Anteil laufender Wellen von $0.4 \leq e \leq 0.8$ zu erzeugen. Solch hohe Dämpfungsgrade sind einerseits schwer zu realisieren und, falls vorhanden, führen sie andererseits dazu, dass die Dämpfungskopplung sehr hoch und die Trennung einzelner Eigenformen voneinander zunehmend erschwert wird. Deshalb gilt es, einen Kompromiss zwischen ausreichender Komplexität bei geringer Dämpfungskopplung mit Hilfe unterschiedlicher Konfigurationen zu finden. Eine geringe Dämpfungskopplung ist insofern von Vorteil, als dass die Anwendung der Methoden der experimentellen Modalanalyse sowie die tonale, selektive Anregung einzelner Schwingformen wesentlich vereinfacht wird.

Die Analyse der akustischen Eigenschaften verschiedener Dämpfungskonfigurationen hat gezeigt, dass es insgesamt vier Gruppen an Platten gibt, die sich hinsichtlich der Symmetriebedingungen voneinander unterscheiden. Deshalb gilt es, bei der Durchführung der Experimente neben der Referenzplatte ohne Zusatzdämpfung auch ein Beispiel aus jeder Gruppe vibroakustisch zu untersuchen. Als Lagerungsbedingung wird die Einspannung durch einen massiven Stahlrahmen gewählt. Da die Einspannung durch den Rahmen nicht ideal ist, liegt eine Mischung aus fester Einspannung und gelenkiger Lagerung vor. Dies ist ausreichend, weil die Simulationsuntersuchungen gezeigt haben, dass von der Art der Einspannung lediglich quantitative, aber keine qualitativen Unterschiede hinsichtlich der Schallabstrahlphänomene zu erwarten sind.

Die vibroakustischen Untersuchungen beginnen mit der strukturdynamischen Charakterisierung der Platten hinsichtlich ihrer Schwingformen. Das geschieht mit Hilfe eines Laser-Scanning-Vibrometers. Nach der Identifikation von Schwingformen mit einem ausreichend hohen Komplexitätsgrad erfolgt die Vermessung der akustischen Eigenschaften. In dieser Aufgabe steckt eine weitere Herausforderung, da nur ein Teil der für die Beantwortung der Teilhypothesen benötigten Größen messtechnisch mit akzeptablem Aufwand erfassbar ist. Dazu gehört beispielsweise der modale Abstrahlgrad, der für eine Schwingform nur bei der entsprechenden Resonanzfrequenz ohne große Beteiligung der benachbarten Schwingformen messbar ist. Ähnliches gilt auch für die Schallintensitätsverteilung bzw. Richtcharakteristik des Schallfeldes einer Schwingform. Hier besteht die Herausforderung nicht nur darin, die In-



formationen für mehr als eine Frequenz zu gewinnen, sondern auch in der Bereitstellung einer ausreichend hohen räumlichen Auflösung der Messungen. Deshalb ist die detaillierte Validierung der Elementarstrahlertheorie hinsichtlich der Fernfeldschalleistung, der Schallintensitätsverteilung und des abgestrahlten Schalldruckfeldes eine der wichtigsten experimentellen Aufgaben. Die validierte Elementarstrahlertheorie erlaubt dann die Vervollständigung der fehlenden Informationen für gemessene Schwingformen über den breitbandigen Abstrahlgrad, die Verteilung der akustischen Quellen und Senken sowie die Richtcharakteristik des Schallfeldes.

Einige wichtige Größen, die als Teil der Forschungshypothesen in diesem Kapitel mit Hilfe von Simulationsmodellen untersucht wurden, lassen sich entweder gar nicht oder nur mit einem sehr hohen Aufwand messen. Dazu gehören beispielsweise die Kreuzkopplungseffizienzen, da kein Verfahren bekannt ist, um die Kreuzkopplung einzelner Moden von der multimodalen Antwort zu trennen. Größen wie die abgestrahlte Schalleistung und der Gesamtabstrahlgrad lassen sich zwar messen, haben aber das Problem, dass die hohe Strukturdämpfung die interessanten Effekte der Eigenvektorkomplexität maskiert. Deshalb wurden im vergangenen Kapitel zur gezielten Untersuchung dieser Effekte geringe Dämpfungsgrade bei gleichzeitig hoher Komplexität der Eigenformen angenommen. Logischerweise ist diese Kombination im Experiment nicht zu erreichen und bleibt eine rein theoretische Betrachtung der Schallabstrahlvorgänge.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die geplanten Experimente vor allem die gezielte Erzeugung komplexer Schwingformen in Platten mit vier unterschiedlichen Symmetrieeigenschaften beinhalten. Die anschließende Vermessung der akustischen Größen liefert einen Basisdatensatz, der anschließend zur umfassenden Beantwortung der Forschungshypothesen mit Hilfe der validierten Elementarstrahlertheorie ergänzt wird. Weiterhin ist es wichtig, zu erwähnen, dass die Experimente nicht das primäre Ziel haben z. B. die komplexen Schwingformen, die Frequenzgänge, die Abstrahlgrade usw. aus der Simulation abzugleichen. Es geht vor allem darum, anhand von Messungen die wichtigsten Aussagen der numerischen Studie entlang der Forschungshypothesen phänomenologisch zu überprüfen.

7.2. Experimenteller Aufbau

7.2.1. Plattenprüfstand und verwendete Messtechnik

Der experimentelle Aufbau erfolgt im reflexionsarmen Raum des Akustischen Transmissionsprüfstandes Braunschweig (ATB), siehe Abbildung 2.3. Dabei handelt es sich um einen Halbraum mit einem schallharten Boden und absorbierenden Seitenwänden mit Keilabsorbern aus Steinwolle. Diese Experimentalumgebung erlaubt akustische Messungen unter Freifeldbedingungen nach Genauigkeitsklasse 1 der Norm DIN ISO 3745 oberhalb einer Grenzfrequenz von 100 Hz.

Die Platten werden in einem steifen Stahlrahmen mit Hilfe zahlreicher Schraubverbindungen eingespannt. Zwischen der Testplatte und dem Stahlrahmen wird zur Reduktion des Temperatureinflusses auf das dynamische Verhalten eine Zwischenschicht aus Gummi eingelegt. Der Rahmen ist an einem massiven Fachwerk aus Aluminiumprofilen befestigt. Abbildung 7.1 zeigt am Beispiel der Platte 1 den Laborprüfstand in reflexionsarmer Umgebung. Zur Verbesserung der für die Vermessung mit dem LSV benötigten Reflexionseigenschaften

der Platten wird entweder eine weiße Entwicklerfarbe oder eine dünne, stark reflektierende Kunststoffolie verwendet. Zusätzlich ist ein Messgitter aus feinen Wollfäden zu sehen, das zur Orientierung bei der Kartierung der Schallintensitätsverteilungen dient.

Während der Versuche herrschen aufgrund einer guten Raumisolierung annähernd konstante klimatische Bedingungen mit einer Temperatur von ca. $21\text{ }^{\circ}\text{C}$ und einer Luftfeuchtigkeit von ca. 60 %.

Dadurch, dass der intensive Einsatz an viskoelastischen Dämpfungsmaterialien zu einem nichtlinearen dynamischen Verhalten führen kann, wurde die Annahme der Linearität des Prüfstandes anhand einiger Metriken verifiziert. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind dem Anhang A.9 zu entnehmen.

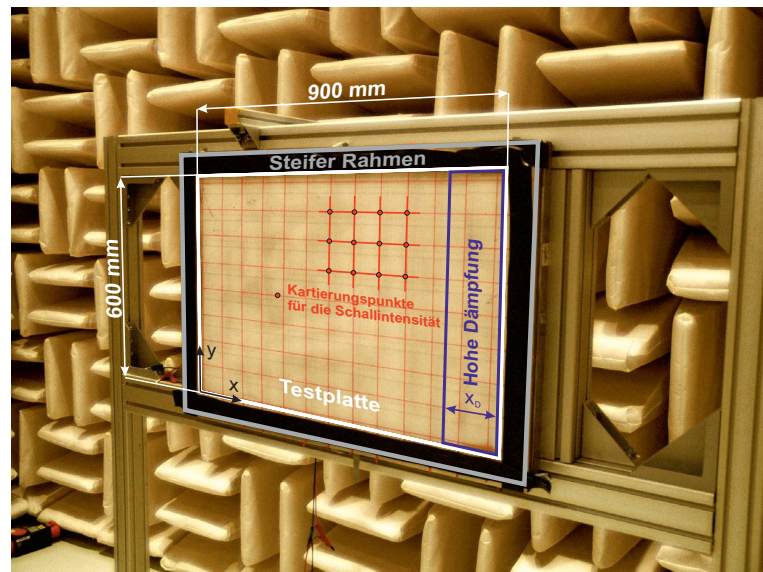
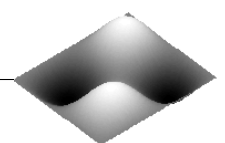


Abbildung 7.1.: Plattenprüfstand mit der Platte 1

Zur Charakterisierung der dynamischen Eigenschaften der Testplatten wird ein Laser-Scanning-Vibrometer verwendet, dessen Messprinzip auf dem Dopplereffekt basiert. Das von der Firma Polytec stammende Messsystem besteht aus dem PSV400-Scankopf und der OVP-5000 Kontrollereinheit, siehe Abbildung 7.2(a). Die zu Verfügung stehenden Ein- und Ausgänge des Systems erlauben Messungen mit bis zu drei simultan agierenden Krafteingängen. Dadurch lassen sich zusätzliche Spalten der FRF-Matrix messen, um die Identifikation modaler Parameter mit den Methoden der experimentellen Modalanalyse zu erleichtern.

Zur Anregung der Platten werden ein oder mehrere elektrodynamische Erreger (eng. Shaker) vom Typ LDS V201 verwendet. Die Erreger werden mit einem Leistungsverstärker vom Typ Brüel&Kjær 2706 angetrieben. Die durch Shaker in die Struktur eingeleiteten dynamischen Kräfte werden mit einer Kraftmessdose vom Typ PCB 208B01 erfasst. Die experimentelle Ermittlung der abgestrahlten Schalleistung erfolgt mit einer Schallintensitätsmesssonde vom Typ Brüel&Kjær 3595. Die Digitalisierung und Auswertung von Messdaten erfolgt mit einem LAN-XI Type 3050 und der PULSE-Software der Firma Brüel&Kjær. Abbildung 7.2(b) zeigt die Schallintensitätsmesssonde mit einer angeschlossenen Fernbedienung. Die Erfassung der Schalldruckdaten, welche zur Validierung der Elementarstrahlertheorie verwendet werden, erfolgt mit einem 32-kanaligen Messsystem von National Instruments vom Typ PXI-1042Q. Dieses besteht aus vier 8-kanaligen Messkarten vom Typ PXI-4472B. Zur Messung des Schalldrucks werden Freifeldmikrophone vom Typ PCB-T130D21 benutzt.



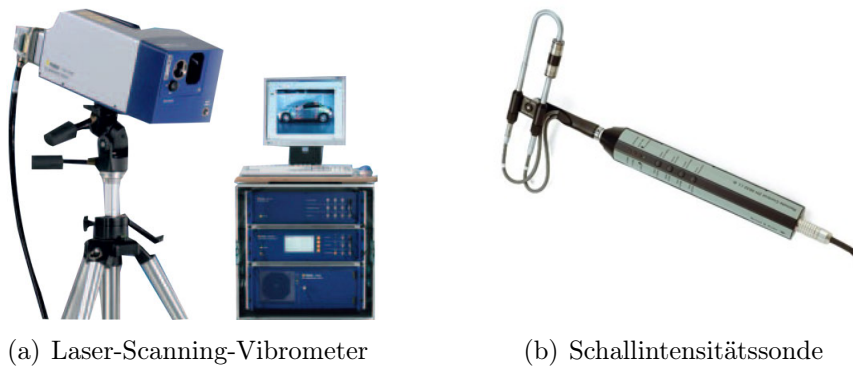


Abbildung 7.2.: Verwendete Messtechnik (Quellen: Polytec, Brüel&Kjær)

7.2.2. Untersuchte Dämpfungsmaßnahmen

Im Rahmen der Experimente wird eine Reihe von Dämpfungsmaßnahmen, welche sich für die Applikation auf flächige Plattenstrukturen eignen, untersucht. Neben zwei Dämpfungsarten, die nach dem CLD-Prinzip (siehe Abbildung 1.1(a)) nachträglich auf eine Plattenstruktur aufgetragen werden, wird auch ein in eine CFK-Struktur eingebettetes Elastomer untersucht.

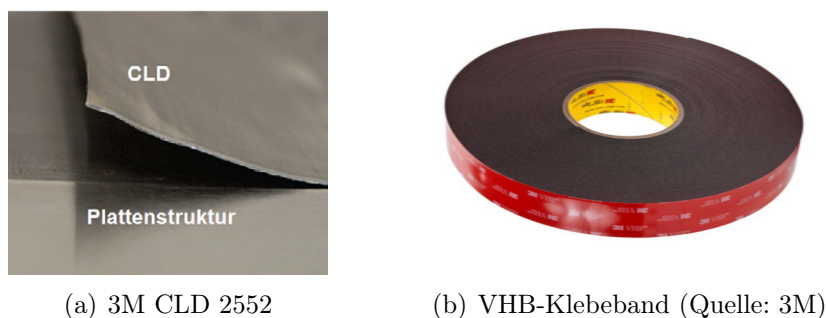


Abbildung 7.3.: Beispiele für verwendete Dämpfungsmaßnahmen

Folgende Übersicht gibt die wesentlichen Informationen über die verwendeten Dämpfungsmaßnahmen.

- **3M Dämpfungsfolie 2552:** Bei dieser Art von Dämpfung handelt es sich um eine im Handel verfügbare, selbstklebende Folie. Diese besteht aus einer 0.25 mm dicken Aluminiumschicht mit 0.13 mm Beschichtung aus einem Acrylpolymer (siehe Abbildung 7.3(a)). Diese robuste Lösung ist in einem großen Temperaturbereich von $-32\text{ }^{\circ}\text{C}$ bis $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ einsetzbar, wobei laut Herstellerangaben die maximale Dämpfung im Bereich um $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ zu erwarten ist. Abbildung 7.4 zeigt die in den Datenblättern angegebenen Verlustfaktoren. Die gezeigten frequenzabhängigen Verlustfaktoren η entsprechen dem doppelten Dämpfungsgrad ζ . Im gezeigten Fall wurde eine Lage CLD auf einem 18 mm dicken Stahlbalken vermessen. Der Verlauf zeigt hohe und relativ konstante Dämpfungsgrade von ca. 0.08 im Bereich zwischen 50 Hz und 4000 Hz .

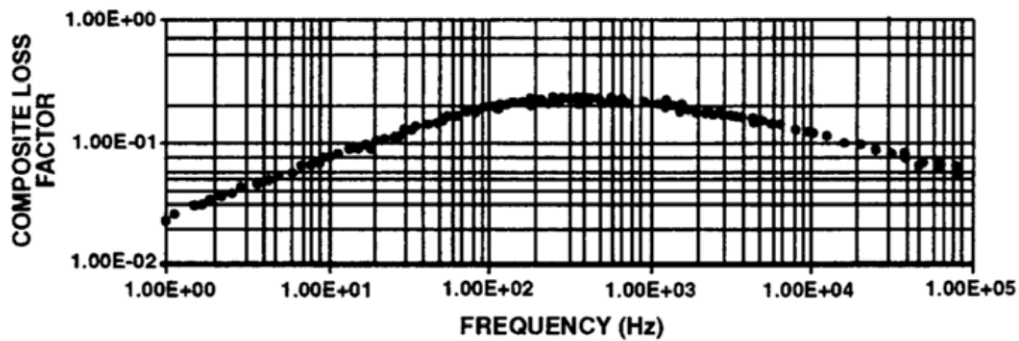
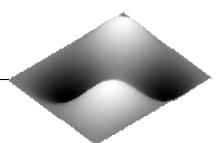


Abbildung 7.4.: Gemessene Verlustfaktoren $\eta = 2\zeta$ für eine Lage CLD auf 18 mm Stahl bei 22 °C (Quelle: Datenblatt 3M)

- **3M VHB-Klebeband Typ 4941F:** Dieses widerstandsfähige, doppelseitige Klebeband (siehe Abbildung 7.3(b)) hat sich bereits in vielen technischen Anwendungen bewährt. Es besteht aus einem 1.1 mm dicken Acrylschaum, der hochfeste Verbindungen zwischen Metallen, Glas und Kunststoffen herstellt. Dabei bleibt die klebende Schicht dauerhaft viskoelastisch. Diese Eigenschaft motiviert die Verwendung dieses Klebebandes als Zwischenschicht in Verbindung mit einer metallischen Deckschicht. Zu den Verlustfaktoren dieser Kombination gibt es in der Literatur leider keine Angaben.
- **Kraiburg HHU9578/22:** Im Gegensatz zu den beiden Dämpfungsarten davor ist diese Maßnahme keine typische CLD, welche nachträglich auf die Struktur appliziert wird. Hierbei handelt es sich um eine Elastormischung, die im Hinblick auf günstige Dämpfungseigenschaften entwickelt wurde. Die entsprechenden Halbzeuge werden in Form 0.5 mm dicken Elastomerlagen ausgeliefert. Diese Halbzeuge werden im Herstellungsprozess zusammen mit den Kohlenstoff- oder Glasfaserlagen zu einem Mehrschichtverbund zusammengesetzt und ausgehärtet. Für die vollständige Vulkanisation der Elastomerschichten wird eine Temperatur von 160 °C benötigt. Durch sehr unterschiedliche Eigenschaften der einzelnen Materialien im Gesamtverbund bilden sich viele Gleitebenen, woraus hohe Dissipationsraten der Schwingungsenergie resultieren.

Neben den genannten Möglichkeiten ist eine beliebige Anzahl weiterer Kombinationen möglich. Es können viele weitere unterschiedliche viskose Materialien, Elastormischungen oder Laminataufbauten zur Dämpfung von Strukturschwingungen verwendet werden. Am meisten werden sich diese durch erreichbare Verlustfaktoren sowie deren Abhängigkeit von der Frequenz und der Temperatur unterscheiden. Da die primäre Aufgabe der vorliegenden Arbeit die Erzeugung komplexer Schwingformen adressiert, spielt die genaue Art und Zusammensetzung der Dämpfungsmaßnahmen eine untergeordnete Rolle. Wichtig ist nur, dass die Dämpfungsgrade der verwendeten Materialien genügen, um Schwingformen mit ausreichender Komplexität zu erzeugen. Nichtsdestotrotz stehen die drei untersuchten Dämpfungsarten für eine Vielzahl praktischer Anwendungen. Besonders die 3M CLD-Folie vom Typ 2552 ist sehr weit verbreitet und hoch effektiv. Ein weiterer Vorteil dieser Dämpfungsmaßnahme liegt in der Handhabbarkeit für die Zwecke der Messkampagne. Im Vergleich zum VHB-Klebeband und dem eingebetteten Elastomer lässt sich die 3M CLD rückstandslos entfernen, was eine kostengünstige und schnelle Untersuchung unterschiedlicher Dämpfungsanordnungen ermöglicht.



7.2.3. Übersicht der relevanten Plattenkonfigurationen

Bei den vorhergehenden Untersuchungen wurde eine Vielzahl unterschiedlichster Dämpfungskonfigurationen untersucht. Es wurde die Breite der dämpfenden Bereiche sowie die Art der Dämpfungsmaßnahmen variiert. Jede Konfiguration wurde mit dem LSV vermessen und hinsichtlich des Auftretens komplexer Schwingformen bewertet. Ein weiteres wichtiges Kriterium ist die möglichst geringe Dämpfungskopplung zwischen den einzelnen Eigenformen der Platte. Dies soll die selektive Betrachtung interessanter Schwingformen bestimmter Ordnungen ermöglichen. Leider steht diese Anforderung im Widerspruch mit der Komplexität der entstehenden Eigenformen. Deshalb gilt es, einen Kompromiss zwischen einer großen Beeinflussung der Eigenformen hinsichtlich deren Komplexität und einer möglichst geringen Dämpfungskopplung zu finden. Da der zur Verfügung stehende Umfang der Ausarbeitung begrenzt ist, ist es weder möglich noch erforderlich, alle Konfigurationen ausführlich zu diskutieren. Die Erfahrungen aus den Vorversuchen haben gezeigt, dass eine hohe Komplexität der Eigenformen mit gleichzeitig geringer Dämpfungskopplung durch relativ schmale Dämpfungsbereiche von 90 mm Breite zu erreichen ist. Das ist wesentlich weniger als die 200 mm, die beispielsweise bei der Platte 1 im Rahmen der Simulation definiert wurden. Um dennoch mit so schmalen Bereichen genug Komplexität der Eigenformen zu erzeugen, werden zum Teil bis zu vier Schichten CLD auf beiden Seiten der Platte übereinander appliziert.

| | |
|--------------------|------------------------------------|
| Abmessungen | $0.9\text{ m} \times 0.6\text{ m}$ |
| Plattendicke | $h = 0.003\text{ m}$ |
| CFK-Gewebe | Torayca Style 887 (M40J) |
| Lagenaufbau | $0^\circ/90^\circ$ |
| Anzahl der Lagen | $12 \times 0.00025\text{ m}$ |
| Dichte | $\rho = 1480\text{ kg/m}^3$ |
| Koinzidenzfrequenz | $f_c \approx 3500\text{ Hz}$ |

Tabelle 7.1.: Eckdaten der experimentell untersuchten Referenzplatte

Neben einer Vielzahl an Dämpfungskonfigurationen standen auch unterschiedliche Referenzplatten ohne Zusatzdämpfung zur Verfügung. Es wurden vor allem einige Aluminiumplatten zunächst als Referenz vermessen und dann mit zusätzlichen Dämpfungsmaßnahmen ausgestattet. Dadurch, dass im Laufe der Voruntersuchungen die Wirkung einzelner Dämpfungstypen aus dem Abschnitt 7.2.2 zunächst untersucht und die daraus resultierende Komplexität der Schwingformen evaluiert wurde, mussten zahlreiche verschiedene Konfigurationen ausprobiert werden. Dies führte dazu, dass bei einigen Konfigurationen, wie z. B. im Fall des 3M VHB-Klebebandes, das irreversible Entfernen der Zusatzdämpfung nicht mehr möglich war. Deshalb entstanden zu den Platten aus Aluminium zum Teil unvollständige Datensätze, was dazu führt, dass deren Betrachtung vielleicht nur am Rande der Diskussion der Messergebnisse sinnvoll ist. Die vollständigsten und deshalb auch die relevantesten Datensätze entstanden auf Basis der CFK-Referenzplatte mit zusätzlicher Dämpfung aus vier CLD-Schichten. Diese Datensätze beinhalten für die Platten mit unterschiedlichen Symmetriebedingungen die messtechnische Analyse wichtiger akustischer Indikatoren, die zur Stützung der Simulationsergebnisse benötigt wird. Die Tabelle 7.1 zeigt die Eckdaten der CFK-Referenzplatte.

Im Kapitel zu den Simulationsarbeiten (Kapitel 6) stand die Aluminiumplatte mit einer Dicke von 5 mm im Mittelpunkt der Betrachtungen. Es stellt sich die Frage, ob mit Hilfe einer CFK-Platte die Validierung dieser Ergebnisse erfolgen kann. Die Verwendung einer anderen Referenzplatte aus einem anderen Werkstoff für die experimentellen Untersuchungen stellt diesbezüglich keinesfalls ein Problem dar. Der verwendete Werkstoff beeinflusst z. B. die Lage der Eigenfrequenzen, welche für die Validierung der Simulationsergebnisse keine Rolle spielen. Wichtig ist nur die experimentelle Erzeugung komplexer Schwingformen mit bestimmten Eigenschaften, welche mit Hilfe beider Werkstoffe möglich ist.

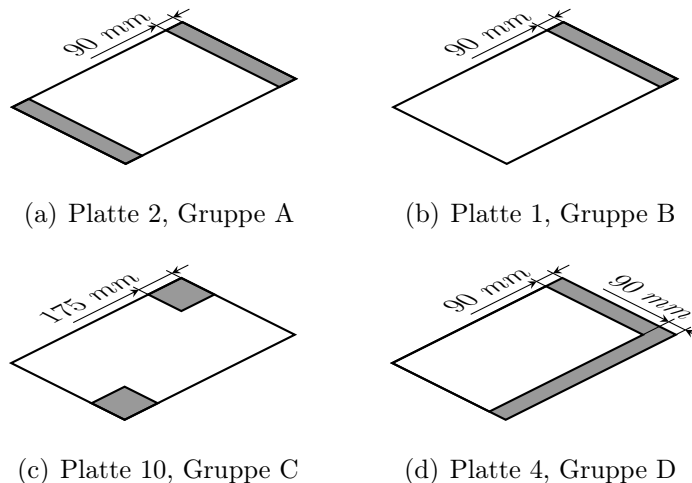
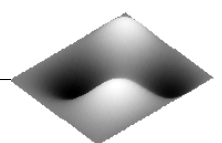


Abbildung 7.5.: Schematische Darstellung der experimentell untersuchten inhomogen bedämpften Platten

Zusätzlich vorteilhaft an der CFK-Platte ist die Tatsache, dass durch die reduzierte Plattendicke von 3 mm die Koinzidenzfrequenz von ca. 2200 Hz auf ca. 3500 Hz erhöht wurde. Dies ist insofern von Vorteil, als dass die komplexen Schwingformen niedriger Ordnungen einen größeren Abstand zur Koinzidenzfrequenz aufweisen und entsprechend den Schlussfolgerungen des letzten Kapitels in ihren akustischen Eigenschaften wesentlich mehr beeinflusst werden. Aus diesen Gründen basiert ein Großteil der kommenden experimentellen Betrachtungen auf dieser CFK-Referenzplatte, die mit zusätzlichen Dämpfungsmaßnahmen beeinflusst wird. Falls zusätzlich andere Plattenkonfigurationen für die Betrachtungen herangezogen werden, wird im Text explizit darauf hingewiesen.

Abbildung 7.5 zeigt eine Übersicht der untersuchten Plattenkonfigurationen, die stellvertretend für jeweils eine Gruppe definiert sind. Mit grauer Farbe sind die Bereiche mit erhöhter Strukturdämpfung markiert. Wie oben bereits erwähnt, wird vor allem die reversibel entfernbare 3M CLD Dämpfungsfolie zur Erzeugung komplexer Schwingformen verwendet.

Bei den ausführlichen Betrachtungen anhand der Simulation standen vor allem die Platten 1, 2, 7 und 10 im Mittelpunkt (siehe Abbildung 6.1). Aufgrund einer zu hohen Dämpfungskopplung der Platte 7 wurde die Platte 4 aus der gleichen Gruppe gewählt. Durch ihre schmalen, dämpfenden Ränder zeigt diese Konfiguration im Vergleich zur Platte 7 eine deutlich geringere Dämpfung und deshalb auch eine geringere Dämpfungskopplung bei ausreichend hoher Komplexität der resultierenden Schwingformen.



7.3. Validierung der Elementarstrahlertheorie

In diesem Abschnitt erfolgt die experimentelle Validierung der Berechnungsmethodik der Elementarstrahlertheorie. Dadurch, dass dieses Verfahren eine zentrale Rolle bei der Beantwortung der Fragen entlang der Forschungshypothesen spielt, ist die detaillierte Validierung aller relevanten Metriken erforderlich. Neben der Schallleistungsberechnung und der Verteilung der Fernfeldintensitäten müssen auch die Druckspektren des abgestrahlten Schallfeldes an verschiedenen Orten im reflexionsarmen Raum überprüft werden.

Dadurch, dass die Arbeiten zur Validierung der Elementarstrahlertheorie im Rahmen der Messkampagne zu unterschiedlichen Zeitpunkten stattgefunden haben, werden zur Erzeugung von Datensätzen unterschiedliche Platten verwendet. Diese Konstellation ist in keiner Weise problematisch, da dadurch Platten aus unterschiedlichen Materialien und mit verschiedenen Dämpfungskonfigurationen überprüft werden. In allen Fällen muss die Elementarstrahlertheorie ein ausreichend genaues Ergebnis liefern und ihre Allgemeingültigkeit unter Beweis stellen.

7.3.1. Verifikation der Schallleistungsberechnung

Im ersten Schritt wird die Berechnung der abgestrahlten Schallleistung validiert. Dafür wird eine 2 mm dicke Aluminiumplatte ohne zusätzliche Dämpfungsmaßnahmen im Plattenprüfstand installiert. Mit Hilfe des LSV wird unter Punktkraftanregung bei der Position $x = 0.16 \text{ m}$ und $y = 0.145 \text{ m}$ die dynamische Antwort auf einem Messgitter mit einem Punktabstand von ca. 2 cm vermessen. Als Anregungssignal wird ein Pseudo-Random-Rauschsignal verwendet. Das Ergebnis ist ein Datensatz mit den Strukturschnellen auf 1305 Messpunkten im Frequenzbereich von 5 Hz bis 1000 Hz mit einer Frequenzauflösung von 0.625 Hz. Parallel dazu wird im selben Frequenzbereich und mit der gleichen Frequenzauflösung die abgestrahlte Schallleistung mit der Schallintensitätsmesssonde gemessen.

Die gemessenen Strukturschnellen \mathbf{v}_n werden nach Gleichung 4.50 zusammen mit der entsprechenden Schallstrahlungsresistanzmatrix \mathbf{R} , welche für das Messgitter aus 1305 Punkten erzeugt wurde, für die Berechnung der Schallleistung nach der Elementarstrahlertheorie herangezogen. Die Verwendung gemessener anstatt z. B. mit der FEM simulierter Strukturschnellen erlaubt die ausschließliche Validierung des akustischen Übertragungspfades ohne die Unsicherheiten des Strukturmodells.

Abbildung 7.6 zeigt den Vergleich der auf diese Weise berechneten Schallleistung mit den Ergebnissen aus der Messung mit der Schallintensitätsmesssonde. Die Verläufe der Schallleistungspegel zeigen oberhalb einer Frequenz von 150 Hz eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung. Die Abweichungen liegen im Bereich von maximal $\pm 3 \text{ dB}$, was nur geringfügig die Wiederholgenauigkeit der Messkette übersteigt. Unterhalb einer Frequenz von 150 Hz werden die Abweichungen wie erwartet wesentlich größer, da dort langsam die Grenzfrequenz des reflexionsarmen Raums erreicht und später unterschritten wird. Weiterhin liegt im Experiment keine schallharte Umrandung der Platte vor, was wiederum zu Abweichungen besonders bei tiefen Frequenzen führen kann.

Zur experimentellen Verifikation der Schallleistungsberechnung für inhomogen bedämpfte Platten wird das Ergebnis einer 2 mm dicken Aluminiumplatte mit Zusatzdämpfung betrachtet. Bei der zusätzlichen Dämpfungsmaßnahme handelt es sich um einen 135 mm

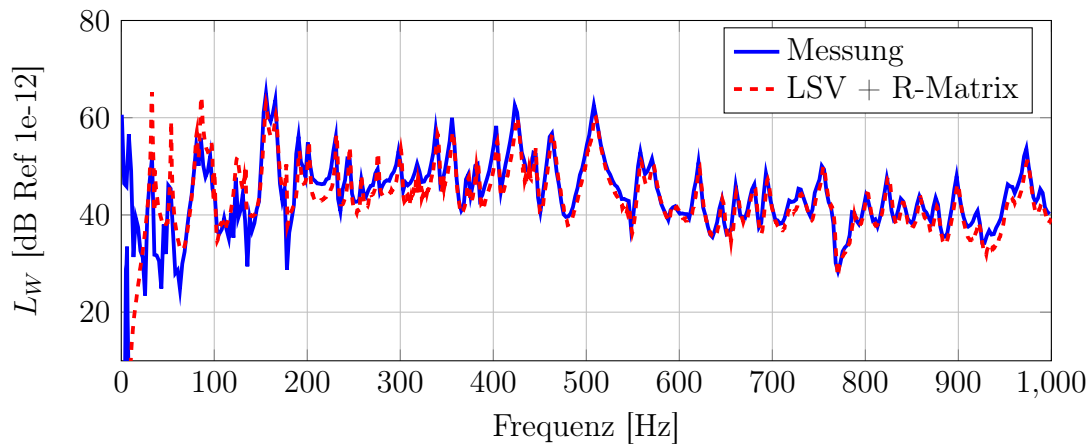


Abbildung 7.6.: Experimentelle Validierung der Elementarstrahlertheorie anhand gemessener Schnellen einer homogen bedämpften Platte

breiten, 2 mm dicken Aluminiumstreifen, welcher mit einer Lage VHB-Klebeband befestigt wurde. Die Konfiguration entspricht der Symmetriebedingung der Platte 1 (siehe Abbildung 7.1). Auch in diesem Fall werden zur Schalleistungsberechnung Strukturschnellen aus der LSV-Messung verwendet. Abbildung 7.7 zeigt den Vergleich der Schalleistungen aus der Messung und der Berechnung mittels Schallstrahlungsmatrix.

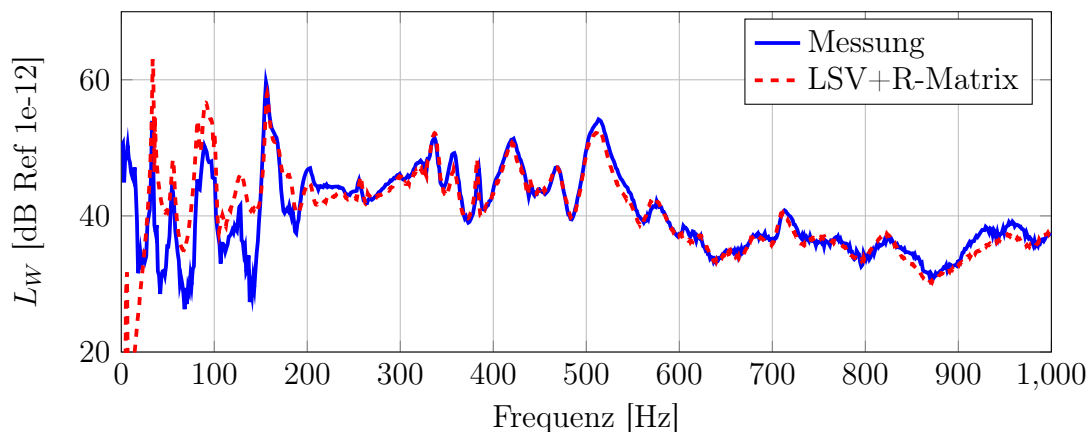
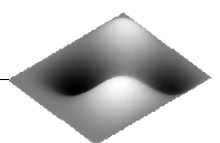


Abbildung 7.7.: Experimentelle Validierung der Elementarstrahlertheorie anhand gemessener Schnellen einer inhomogen bedämpften Platte

Der Vergleich der Schalleistungsspektren in Abbildung 7.6 und 7.7 zeigt zunächst, dass die Zusatzdämpfung ab der Frequenz von ca. 150 Hz aufwärts eine deutliche dissipative Wirkung zeigt. Die Übereinstimmung der Simulation und Messung ist auch im Fall der inhomogen bedämpften Platte sehr hoch. Deshalb gilt das Verfahren der Elementarstrahlertheorie für Platten mit geringem aber auch mit hohem Dämpfungsgrad als validiert.

Abschließend soll noch die Güte der gesamten Simulationskette inklusive der Struktur und der Schalleistungsberechnung verifiziert werden. Dafür wird die 2 mm dicke Aluminiumplatte mit homogener Dämpfung in ANSYS modelliert. Es wird eine empirisch gewählte Rayleigh-Dämpfung mit einem Referenzdämpfungsgrad von $\zeta = 0.01$ definiert. Die in der FE-Software erzeugten Schnellespektren werden für die Schalleistungsberechnung verwendet. Das Ergebnis ist in Abbildung 7.8 gezeigt.



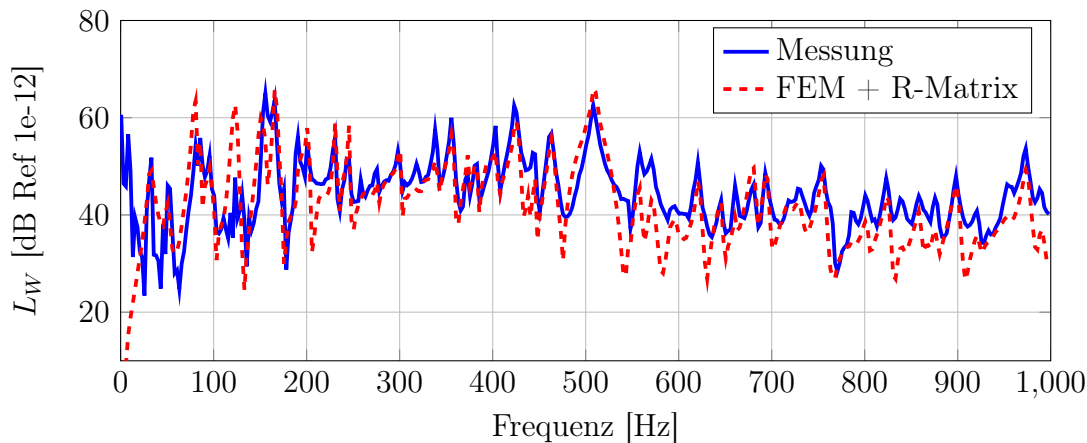


Abbildung 7.8.: Experimentelle Validierung der Schalleistungsberechnung mit der Elementarstrahlertheorie anhand simulierter Schnellen

Wie zu erwarten, zeigt der Vergleich zwischen Messung und reiner Simulation etwas größere Abweichungen, als im Fall der experimentell ermittelten Strukturschnellen. Die Genauigkeit der Simulationskette kann dennoch als akzeptabel angesehen werden, da der grundsätzliche Verlauf sowie die Lage der Eigenfrequenzen und Höhe der Schalleistungspegel mit Abweichungen unterhalb von 10 dB abgebildet werden.

7.3.2. Verifikation der Schallintensitätsverteilung

Die im vergangenen Abschnitt durchgeführte Validierung der Schalleistungsberechnung ist mit einem relativ geringen messtechnischen Aufwand verbunden. Ganz anders ist es bei der Verifikation der Schallintensitätsverteilung. Um die Verteilung akustischer Quellen und Senken in Form der Schallintensitätsverteilung zu bestimmen, muss eine aufwändige Kartierung mit der Schallintensitätssonde durchgeführt werden. Jeder Messpunkt in dieser Kartierung entspricht dabei einer einzelnen Schallintensitätsmessung.

Die Herausforderung bei dieser Art von Validierungsmessung besteht neben dem hohen messtechnischen Aufwand auch in der Tatsache, dass die erzeugten Messergebnisse nur in einem relativ schmalen Frequenzbereich brauchbar sind. Nach unten hin ist die Frequenz durch die Grenzfrequenz des reflexionsarmen Raumes begrenzt. Im Fall der vorhandenen Messumgebung liegen erst ab 100 Hz die für die Messung notwendigen Freifeldbedingungen vor. Die obere Grenzfrequenz ist durch die räumliche Auflösung der Kartierung vorgegeben. Durch steigende Frequenz werden die BiegeWellen und damit auch die örtlich verteilten Intensitätsquellen und -senken kleiner und lassen sich mit dem vorgegebenen Messgitter nicht mehr auflösen. Dazu kommt noch, dass die Feinheit des Messgitters nicht beliebig erhöht werden kann, da die Schallintensitätssonde durch 50 mm Mikrofonabstand, der für die niedrigen Frequenzen vorgeschrieben ist, selbst eine sehr begrenzte Auflösung besitzt.

Aus den genannten Überlegungen wird ein 13×9 -Messgitter mit insgesamt 117 Punkten verwendet. Dieses stellt einen Kompromiss zwischen akzeptablem Messaufwand und der ausreichend hohen räumlichen Auflösung dar. Die obere Grenzfrequenz liegt bei der Anforderung von mindesten 6 Messpunkten pro BiegeWellenlänge bei ca. 250 Hz.

Um die akustischen Eigenschaften der Platte durch den Messvorgang möglichst wenig zu beeinflussen und trotzdem eine ausreichend genaue Orientierung am Messgitter zu gewährleisten, wurde ein Netz aus feinen Wollfäden installiert (siehe das rote Gitter in Abbildung 7.1). Die Anregung der Platte erfolgt, wie im letzten Abschnitt, bei der Position $x = 0.16 \text{ m}$ und $y = 0.145 \text{ m}$ mit einem Pseudo-Random-Rauschsignal.

Dadurch, dass vor allem die inhomogen bedämpften Platten im Fokus der Untersuchungen stehen, wird auf die separate Vermessung einer homogen bedämpften Platte verzichtet. Die Validierung erfolgt anhand der Platte mit einfach symmetrischer Dämpfungskonfiguration aus VHB-Klebeband und einer 2 mm dicken Deckschicht aus Aluminium.

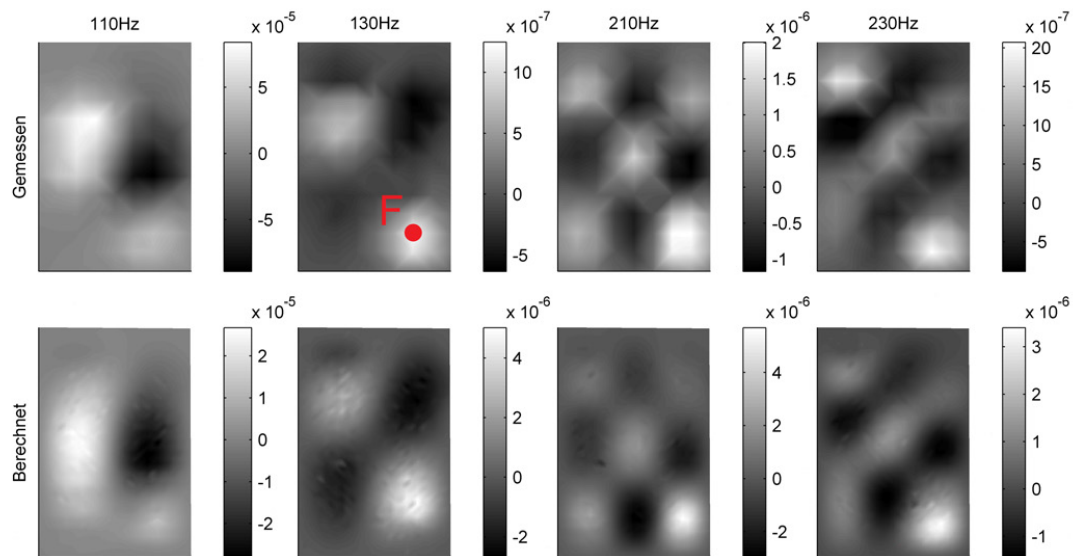
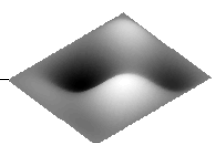


Abbildung 7.9.: Validierung der Schallintensitätsverteilung

Genau wie im Fall der Validierung der Schalleistungsberechnung wird zunächst mit dem LSV ein Datensatz der Strukturschnellen ermittelt. Anschließend wird mit Hilfe der Gleichungen 4.44 und 4.46 die Schallintensitätsverteilung berechnet. Abbildung 7.9 zeigt den Vergleich dieser simulierten Verteilung mit dem Ergebnis der Intensitätskartierung. Es werden einige Resonanzen im adressierten Frequenzbereich dargestellt. Die Darstellung der Ergebnisse zwischen den Resonanzen ist wenig aussagekräftig, da dort die Schallintensitätspegel viel zu gering und deshalb sehr verrauscht sind. Zur besseren Interpretation der Verläufe ist in einer der Verteilungen der Anregungspunkt mit roter Farbe gekennzeichnet.

Die Verläufe der Schallintensitätsverteilungen zeigen bei allen betrachteten Frequenzen eine deutliche Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation. Es gibt lediglich einige Abweichungen in den Absolutwerten der Schallintensität. Diese sind einerseits auf die Einflüsse aus der Messumgebung und andererseits auf die Ungenauigkeit aus der Kartierung zurückzuführen. Dadurch, dass zur Beantwortung der Fragestellungen der Teilhypothese 2 vor allem der grundsätzliche Verlauf der Schallintensität und nicht die genauen absoluten Werte von Bedeutung sind, kann das Verfahren der Elementarstrahlentheorie als ausreichend valide angesehen werden. Ein weiterer Punkt ist die Tatsache, dass im Bereich der Punktanregung bei den meisten Frequenzen ein dominanter Bereich mit erhöhter positiver Schallintensität zu beobachten ist. Dieser Effekt verstärkt sich mit zunehmender Strukturdämpfung und wurde im Abschnitt 4.4.10 bereits diskutiert.



7.3.3. Verifikation der Schalldruckberechnung

Die letzte wichtige Größe, die im Rahmen der Validierung überprüft werden soll, ist der Schalldruck. Die Validierung dieser Größe ist erforderlich, um im Rahmen der Teilhypothese 2 eine Aussage über das abgestrahlte Schallfeld treffen zu können. Generell ist die Messung der akustischen Feldgrößen mit größeren Unsicherheiten verbunden als beispielsweise die Schalleistungsmessung. Dies liegt an der Tatsache, dass der Schalldruck im Vergleich zur Schalleistung nicht die Ursache, sondern die Wirkung darstellt. Die Wirkung einer Schallquelle ist stark von der Position und den Umgebungsbedingungen, wie der Beschaffenheit des Raumes, der Absorptionscharakteristik reflektierender Flächen usw. abhängig. Weiterhin ist die direkte Messung der Richtcharakteristik des Schalldruckfeldes mit einem hohen messtechnischen Aufwand verbunden. Einerseits muss eine aufwändige Platzierung der Mikrophone auf einer möglichst idealen Halbkugel erfolgen. Andererseits muss die Anzahl der Messkanäle sehr hoch sein, um die räumliche Beschaffenheit des Schallfeldes mit ausreichender Auflösung erfassen zu können. Dadurch, dass der Aufbau eines großen, halbkugelförmigen Mikrophonarrays bei dem vorhandenen vertikalen Aufbau der Platte (siehe Abbildung 7.1) besonders schwierig und die zur Verfügung stehende Anzahl der Messkanäle auf 32 begrenzt ist, erfolgt die Charakterisierung der Richtcharakteristik der gemessenen komplexen Schwingformen anhand der Elementarstrahlertheorie.

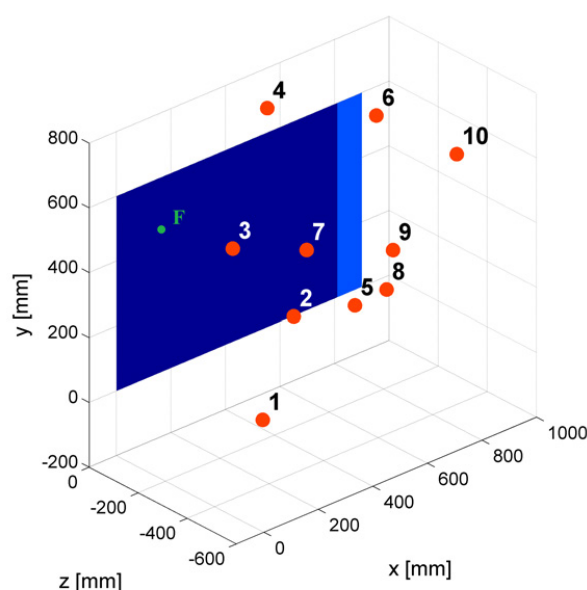


Abbildung 7.10.: Schematische Darstellung der Schalldruckvalidierungsmessung

Zur Validierung der Schalldruckberechnung wird die Platte 1 aus der Gruppe B (siehe Abbildung 7.5) verwendet. Im Bereich erhöhter Dämpfung ist diese beidseitig mit vier Schichten CLD beklebt. Die Vermessung des Schalldruckfeldes erfolgt mit Hilfe eines NI Datenerfassungssystems und den 10 Freifeldmikrophonen unter Punktkraftanregung. Die Mikrophone werden an unterschiedlichen Positionen oberhalb der Platte zufällig platziert. Unterschiedliche Positionen und Abstände der Mikrophone zur Platte sollen die Charakteristik des abgestrahlten Schalldruckfeldes im Nah- und Fernfeld erfassen. Die Mikrophone werden dabei auf einer Fachwerkkonstruktion abgehängt. Abbildung 7.10 zeigt die Position der Messpunkte und der Punktkraft F . Die genauen Positionen der Mikrophone bezüglich des in Abbildung 7.10 gezeigten Koordinatensystems sind im Anhang in der Tabelle A.1 zu finden. Wird bei-

spielsweise das Mikrophon 1 betrachtet, welches sich bei $x = 34 \text{ mm}$, $y = 120 \text{ mm}$ und $z = -560 \text{ mm}$ befindet, so kann unter der Annahme, dass im Abstand einer akustischen Wellenlänge Freifeldbedingungen herrschen, unterhalb von 610 Hz der Nahfeldschalldruck und oberhalb der Fernfeldschalldruck gemessen werden.

Wie im Fall der Validierung der Schallleistung und der Schallintensitätsverteilung wird auch beim Schalldruck parallel eine LSV-Messung durchgeführt. Aus den gemessenen Schnellektren der Platte werden dann mit Hilfe der Elementarstrahlertheorie nach Gleichung 4.46 die Schalldrücke auf den gleichen Positionen 1 bis 10 im Raum berechnet. Abbildung zeigt den Vergleich der gemessenen und berechneten Schalldrücke über einem Frequenzbereich von 10 Hz bis 6500 Hz am Beispiel des Messpunktes 1. Der Vergleich der restlichen Messpositionen ist im Anhang in Abbildungen A.13 bis A.16 gegeben.

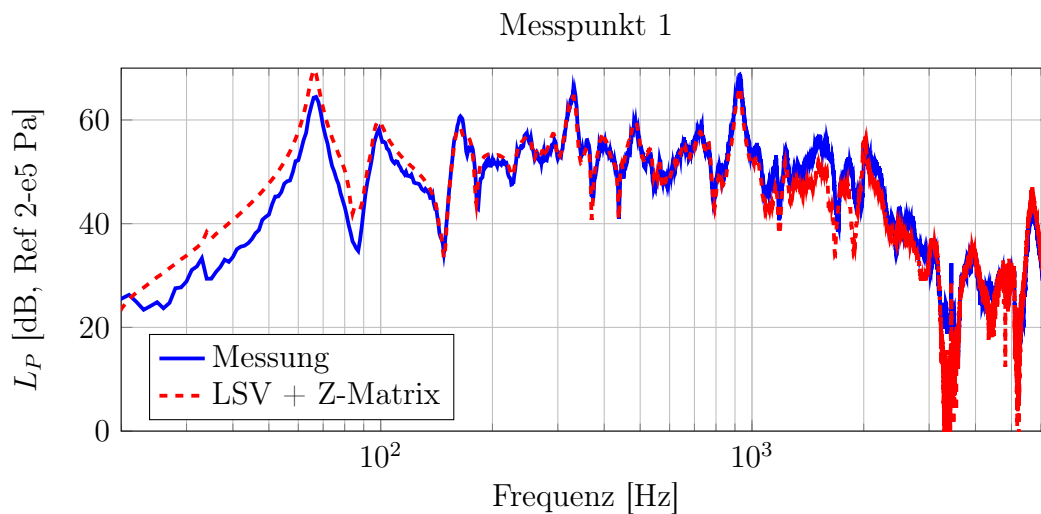
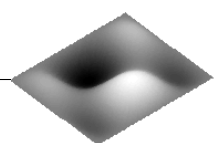


Abbildung 7.11.: Validierung des Schalldrucks, Messpunkt 1

Es zeigt sich, dass die Schalldruckberechnung nach der Elementarstrahlertheorie im Frequenzbereich zwischen 150 Hz bis 2000 Hz ein ausreichend genaues Ergebnis liefert. Die Abweichungen der Schalldruckspektren liegen unterhalb von 3 dB . Unterhalb von 150 Hz werden die Abweichungen zwischen Experiment und Simulation auf Grund der abnehmenden Genauigkeit des Freifeldcharakters des Messraumes größer. Bei Frequenzen oberhalb von 2000 Hz sind auf Grund des abnehmenden Signalrauschabstandes ebenfalls größere Abweichungen zu erkennen. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Elementarstrahlertheorie auch den Schalldruck im relevanten Frequenzbereich der zu untersuchenden Plattenresonanzen ausreichend genau abbildet.

7.4. Strukturdynamische Charakterisierung der Platten

Die in Abschnitt 7.2.3 vorgestellten Plattenkonfigurationen sollen nun hinsichtlich des Auftretens komplexer Betriebsschwingformen messtechnisch untersucht werden. Die Vermessung der Platten erfolgt mit dem LSV unter Punktkraftanregung. Diese liegt, wie im Fall der Validierung der Schalldruckpegel im vorherigen Abschnitt, bei $x = 0.16 \text{ m}$ und $y = 0.145 \text{ m}$. Nur bei der zweifach symmetrischen Platte 2 wurde eine Anregung bei $x = 0.41 \text{ m}$ und



$y = 0.145 \text{ m}$, die etwas mehr in Richtung der Plattenmitte verschoben ist, gewählt. Damit liegt der Anregungspunkt weiter weg von den Bereichen mit erhöhter Dämpfung und ermöglicht eine bessere und homogenere Anregung aller beteiligten Schwingformen. In der x-Koordinate liegt dieser Punkt allerdings nicht ganz in der Plattenmitte, um die Einwirkung auf die Schwingformen mit einer mittig gelegenen Knotenlinie zu verbessern.

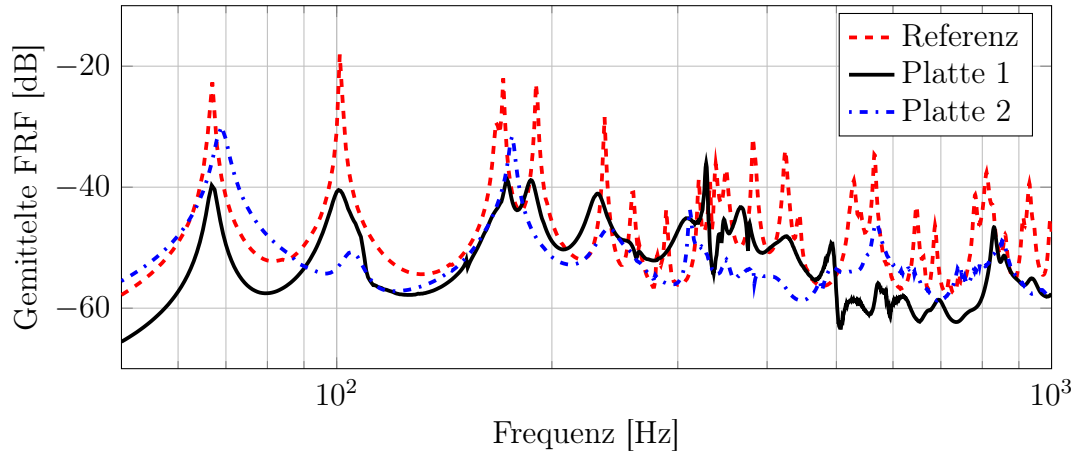


Abbildung 7.12.: FRFs der Referenzplatte und den Platten 1 und 2

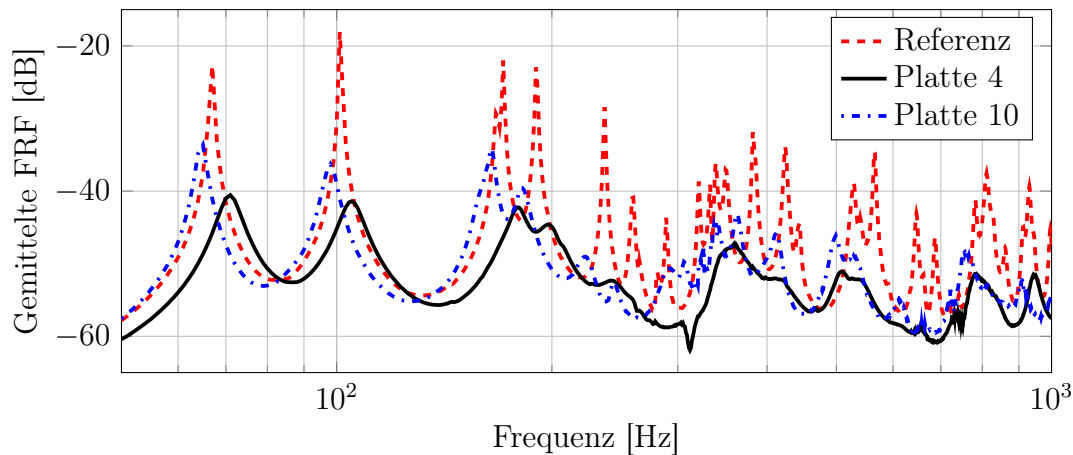


Abbildung 7.13.: FRFs der Referenzplatte und den Platten 4 und 10

Abbildungen 7.12 und 7.13 zeigen die gemessenen FRFs der untersuchten Platten. Diese FRFs resultieren aus den Beträgen des Quotienten der über alle LSV-Messpunkte räumlich gemittelten Strukturschnelle zur gemessenen Kraft. Die Verläufe zeigen, dass die Platten mit verschiedenen Dämpfungskonfigurationen deutliche Unterschiede in der dynamischen Antwort besitzen. Beispielsweise variiert die Lage der Strukturresonanzen der inhomogen bedämpften Platten im Vergleich zu der Referenzplatte. So liegt z.B. die Abweichung zwischen der ersten Resonanzfrequenz von 67 Hz der Referenzplatte und der Resonanz der Platte 4 bei 71 Hz bei etwa 6% . Der Grund für diese Variation ist die veränderte modale Dämpfung der Eigenformen und die unterschiedliche Masse- und Steifigkeitsbelegung der Platten. Wesentlich wichtiger als die Variation der Resonanzfrequenzen sind die deutlichen Unterschiede in den modalen Dämpfungsgraden, die an der Höhe und Breite der Amplitudenüberhöhungen im Bereich der Strukturresonanzen zu erkennen sind. Wie zu erwarten ist,

zeigt die Referenzplatte ohne Zusatzdämpfung bis zu der betrachteten Frequenzobergrenze von 1000 Hz schwach gedämpfte und klar voneinander getrennte Resonanzen mit einem geringen Maß an Dämpfungskopplung. Dagegen zeigen alle Platten mit Zusatzdämpfung wesentlich höhere modale Dämpfungsgrade und damit auch eine erhöhte Dämpfungskopplung. Die Wirksamkeit der CLD-Folien steigt mit der Frequenz, was an zunehmend flachen Spektren der Platten zu höheren Frequenzen hin zu sehen ist. Zum Beispiel lassen sich im Fall der Platte 1 in Abbildung 7.12 nur bis ca. 250 Hz einzelne Resonanzspitzen erkennen. Bei der Platte 4 aus der Gruppe D ist die Dämpfungskopplung noch höher, da zwei Ränder in x- und y-Richtung zusätzlich bedämpft sind. Wie bereits diskutiert wurde, ist zu erwarten, dass dies die Identifikation modaler Parameter und die unabhängige akustische Charakterisierung einzelner Schwingformen erschwert.

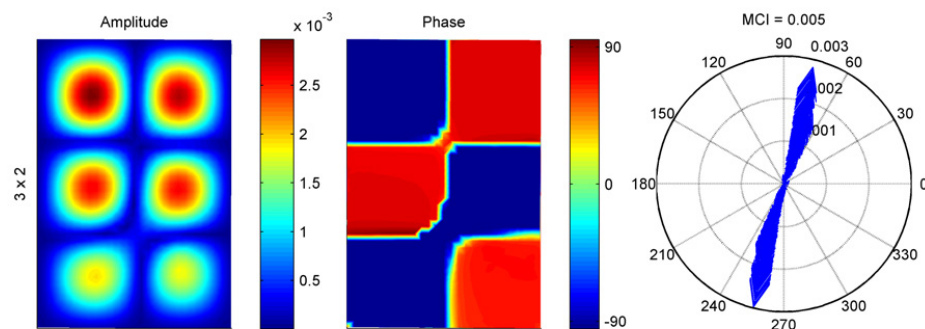


Abbildung 7.14.: 3×2 -Betriebsschwingform der Referenzplatte bei 235 Hz

An dieser Stelle werden einige Beispiele der gemessenen Betriebsschwingformen im Detail betrachtet. Abbildung 7.14 zeigt zunächst die Amplituden- und Phasenverteilung der 3×2 -Schwingform der Referenzplatte, sowie deren Darstellung im Polardiagramm. Die Phasenwinkel von $\pm 90^\circ$ sowie die gerade Anordnung des Schnellevektors im Polardiagramm zeigen, dass es sich dabei um eine annähernd reelle Schwingform mit einem dominanten Anteil stehender Wellen handelt. Dies wird auch bei der Auswertung des MCI deutlich, der im betrachteten Fall bei sehr geringen $MCI = 0.005$ liegt.

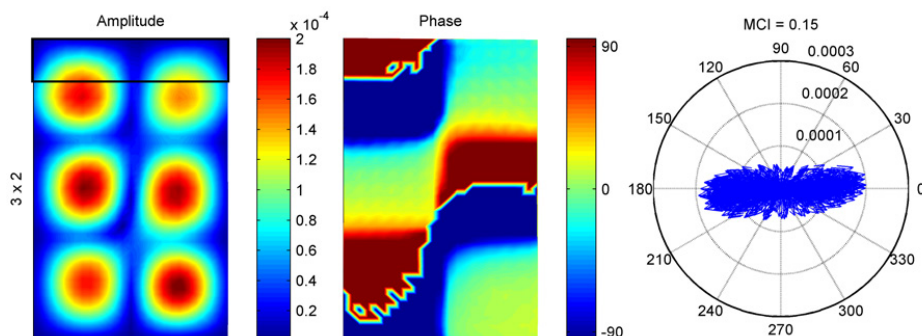
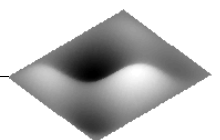


Abbildung 7.15.: 3×2 Betriebsschwingform der Platte 1 bei 231 Hz

Ein deutlich anderes Verhalten ist bei der 3×2 -Schwingform der Platte 1 aus Abbildung 7.15 zu beobachten. Der Bereich mit erhöhter Dämpfung ist im Amplitudendiagramm mit dem schwarzen Rahmen symbolisch angedeutet. In der Amplitudenverteilung ist zu sehen,



dass, wie bei den numerisch berechneten Schwingformen aus Abbildung 5.6, die Knotenlinien in Richtung des dämpfenden Randes laufen. Die Betrachtung der Phasenwinkel macht dies besonders deutlich. Die flach abfallenden Phasenwinkel zwischen $\pm 90^\circ$ signalisieren die Präsenz laufender Biegewellenanteile. Die erhöhte Komplexität dieser Schwingform ist zusätzlich anhand des gestreuten Schnellektors und des $MCI = 0.15$ im Polardiagramm zu erkennen.

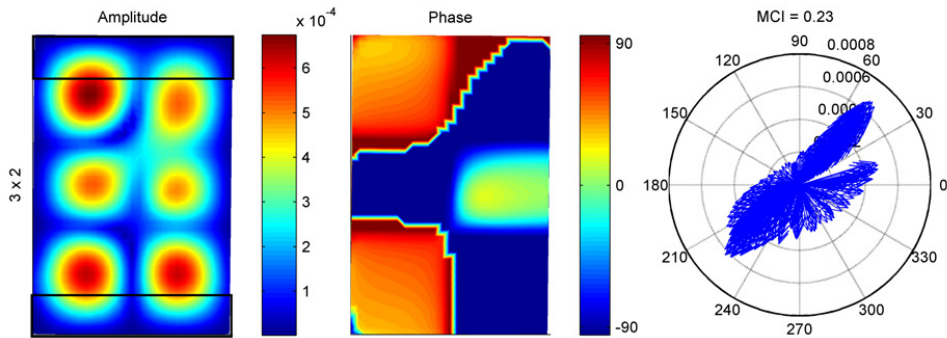


Abbildung 7.16.: 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 2 bei 236 Hz

Die 3×2 -Schwingform der Platte 2 mit zweifach symmetrischer Dämpfungsverteilung ist in Abbildung 7.16 dargestellt. Auch hier sind wandernde Knotenlinien und Phasenwinkel abseits von $\pm 90^\circ$ zu erkennen, wobei die Konfiguration der laufenden Wellen nicht mehr so eindeutig ist wie bei der Platte 1. Der zweite Rand mit erhöhter Dämpfung hat auch einen Einfluss auf die Komplexität der Schwingform, die mit einem $MCI = 0.23$ angegeben ist.

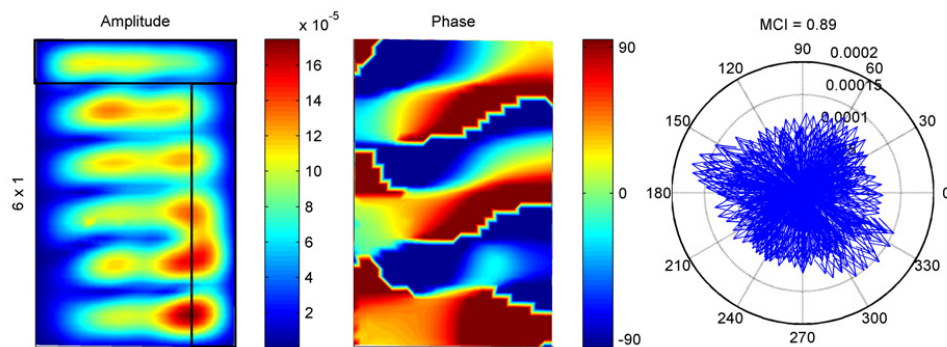


Abbildung 7.17.: 6×1 -Betriebsschwingform der Platte 4 bei 532 Hz

Für die unsymmetrisch bedämpfte Platte 4 ist in Abbildung 7.17 die 6×1 -Schwingform gezeigt, da aufgrund der zu hohen Dämpfungskopplung die bisher betrachtete 3×2 nicht zu erkennen ist. In der Amplitudenverteilung ist zu sehen, dass die Maxima der Schwingform etwas diagonal in Richtung der höheren Dämpfung ausgerichtet sind. Das Gleiche ist anhand der Phasenwinkelverteilung zu sehen, wo diagonal ausgerichtete Bereiche mit den Winkeln abseits von $\pm 90^\circ$ die laufenden Wellen in Richtung der höheren Dämpfung anzeigen. Die hohe Komplexität dieser Schwingform wird mit einem Komplexitätsgrad von $MCI = 0.89$ angegeben.

Die letzte zu betrachtende Schwingform in Abbildung 7.18 gehört zur punktsymmetrisch bedämpften Platte 10. Laut den Erkenntnissen aus der Simulation in Kapitel 6.3.3 sollte die gezeigte 2×2 -Betriebsschwingform den größten Einfluss auf die Abstrahleffizienz aufweisen. Auch in diesem Fall ist die Konfiguration der laufenden Wellen relativ komplex. Die hellblauen Knotenlinien in der Amplitudenverteilung deuten auf eine rotierende Bewegung der Schwingungsmaxima um den Mittelpunkt der Platte hin. Dieses Verhalten wurde bereits mit Hilfe der Simulationsergebnisse in 6.3.3 diskutiert.

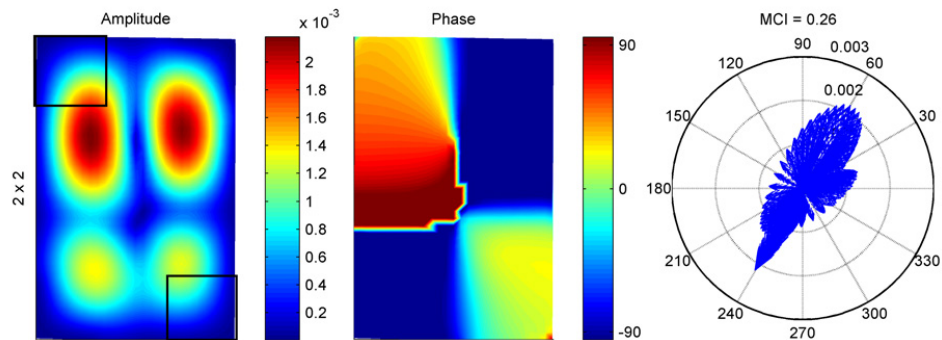


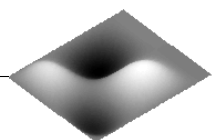
Abbildung 7.18.: 2×2 -Betriebsschwingform der Platte 10 bei 177 Hz

Nach der ersten Betrachtung der Messergebnisse der Testplatten kann zusammengefasst werden, dass die zusätzlichen Dämpfungsmaßnahmen die Dynamik der Platten entsprechend den Erwartungen aus der Simulation beeinflussen. Besonders bei der einfach symmetrischen Platte 1, die aufgrund ihrer eindeutigen Konfiguration der laufenden Wellen im Mittelpunkt aller Betrachtungen entlang der Forschungshypothesen steht, ist, wie erwartet, eine Wanderung der Biegewellen zum dämpfenden Rand zu beobachten. Weiterhin können durch CLD-Folien zum Teil erhebliche Komplexitätsgrade der Schwingformen erzeugt werden. Besonders die Platte 4 zeigt durch die unsymmetrische Verteilung und allgemein große Fläche der Dämpfungsmaßnahmen besonders hohe Komplexitätsgrade. Einerseits sind diese hohen Komplexitätsgrade zur Beantwortung der Teilhypothesen wünschenswert, andererseits sind sie mit hohen Dämpfungskopplung benachbarter Eigenformen und deutlichen Veränderungen in der Amplitudenverteilung verbunden. Dieser Zusammenhang stellt eine große Herausforderung bei einem Großteil der kommenden Betrachtungen dar.

7.5. Identifikation komplexer Eigenformen

7.5.1. Identifikation modaler Parameter

In Abschnitt 3.4 wurde eine Übersicht über die Methoden zur experimentellen Identifikation komplexer Eigenformen gegeben. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Identifikation modaler Parameter der Referenzplatte sowie der Platten 1, 2, 4 und 10 mit dem Softwarepaket XModal 3 [6] und drei unterschiedlichen Verfahren. Als Alternative zum bereits erwähnten modernen RFP-Z-Verfahren werden das klassische MDOF-Verfahren PFD sowie das SDOF-Verfahren Least-Squares Global (LS Global) angewendet. Letzteres ermittelt die modalen Parameter eines Einfreiheitsgradsystems aus den Informationen an der Spitze sowie



an den benachbarten Frequenzlinien der Strukturresonanz. Unter den drei Verfahren steht das RFP-Z-Verfahren im Mittelpunkt der Betrachtungen. Die anderen beiden Verfahren bieten lediglich die Möglichkeit zum Vergleich der Ergebnisse.

Da die Anregung der Struktur mit einem Shaker einfach zu realisieren ist und wenige Eingriffe erfordert, wird sie für die Erzeugung von FRF-Daten im Rahmen dieser Arbeit verwendet. Bei den meisten Messungen dieses Kapitels wird ein Pseudo-Random-Signal verwendet, welches wie weißes Rauschen alle Frequenzen enthält und dabei ein periodisches Verhalten aufweist. Die Voruntersuchungen haben gezeigt, dass im adressierten Frequenzbereich unterhalb von 500 Hz ein Krafteingang ausreicht, um die Steuerbarkeit aller Eigenformen zu gewährleisten. Es hat sich ebenfalls gezeigt, dass der zweite Krafteingang keine signifikante Verbesserung der Qualität der identifizierten modalen Parameter hervorruft, die eine bis zu sechsfache Erhöhung der Messzeiten legitimieren würde. Deshalb wird im Rahmen der hier gezeigten Modalanalyse auf zusätzliche Krafteingänge verzichtet.

Im ersten Schritt werden die modalen Parameter der Referenzplatte ohne Zusatzdämpfung identifiziert. Um die Herangehensweise der Parameteridentifikation zu verdeutlichen, zeigt Abbildung 7.19 das Konsistenzdiagramm und den Dichteplot, resultierend aus dem RFP-Z-Algorithmus. Im Konsistenzdiagramm sind die Ergebnisse der Optimierung für eine Gruppe von Strukturresonanzen in Abhängigkeit vom Iterationsschritt gezeigt. Die unterschiedlichen Symbole bedeuten die gefundenen Eigenfrequenzen, Pole und Eigenvektoren. Die beste Lösung bezüglich des Pols und des Eigenvektors wird mit einem blauen Rhombus angezeigt. Wie im gezeigten Fall zu sehen ist, sind zuverlässige Ergebnisse der Parameteridentifikation vor allem an dem stabilen Verlauf der ermittelten Eigenfrequenzen über viele Iterationen hinweg zu erkennen.

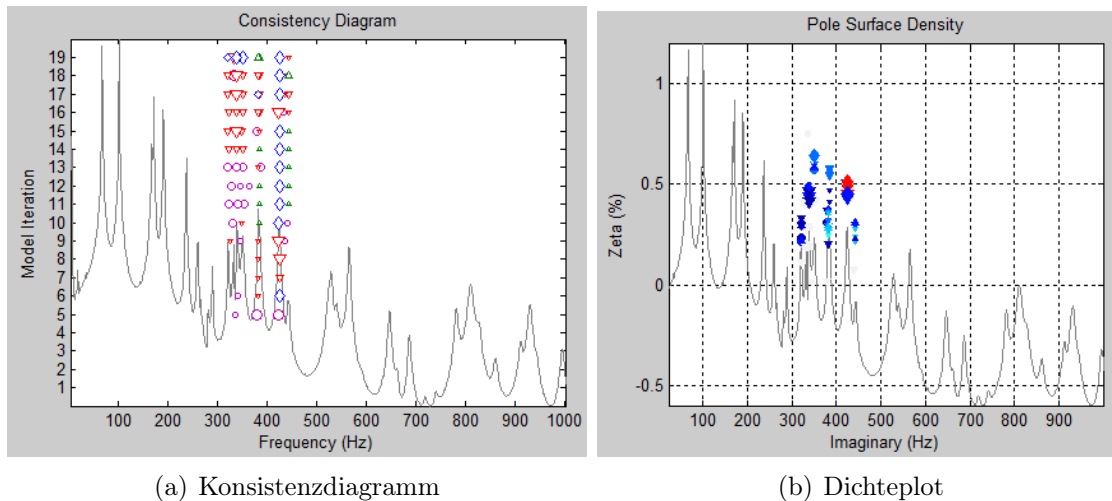


Abbildung 7.19.: RFP-Z-Konsistenzdiagramm und Dichteplot der Referenzplatte

Nach der iterativen Prozedur der Parameteranpassung muss der Nutzer für jede Resonanz aus einer bestimmten Iteration eine Lösung auswählen. Dieser manuelle Eingriff und die richtige Wahl der Lösung wird durch die Betrachtung des Dichteplots unterstützt (rechter Teil der Abbildung 7.19). Dort werden die Lösungen für jede betrachtete Resonanz in Abhängigkeit der modalen Dämpfung angezeigt. Bei guter Konvergenz der Parameteranpassung liegen die modalen Dämpfungen aller Iterationsschritte im selben Wertebereich und bilden Gruppen an Lösungen, welche die Wahl des besten Parametersatzes erleichtern.

Die beschriebene Identifikation der modalen Parameter muss sequenziell für alle Gruppen an Strukturresonanzen im relevanten Frequenzbereich erfolgen. Nach der Identifikation der Eigenfrequenzen, Eigenformen und modalen Dämpfungen erfolgt abschließend die Berechnung der Residuen. Die genaue mathematische Beschreibung entsprechender Zusammenhänge ist in [6] gegeben.

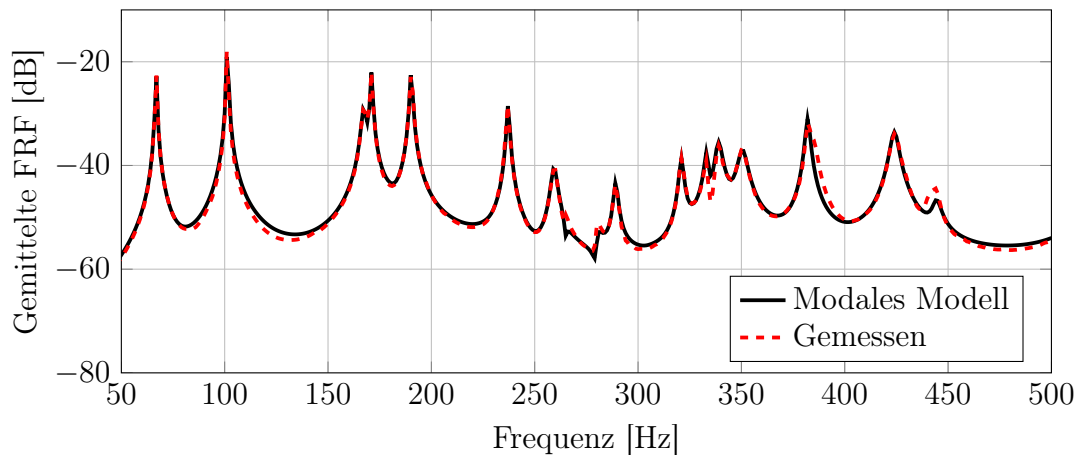


Abbildung 7.20.: Vergleich der gemittelten FRFs der Referenzplatte

Für die Referenzplatte ohne Zusatzdämpfung ergibt die experimentelle Modalanalyse bis zu einer oberen Frequenz von 500 Hz insgesamt 20 Eigenwerte und Eigenvektoren. Um die Güte der identifizierten Modalparameter zu überprüfen, werden die Übertragungsfunktionen berechnet und mit den gemessenen Werten verglichen. Nachfolgende Abbildung 7.20 zeigt diesen Vergleich. Es ist zu sehen, dass der RFP-Z-Algorithmus in der Lage ist, ein modales Modell der Referenzplatte zu identifizieren, welches mit ausreichender Genauigkeit die räumlich gemittelte Strukturantwort abbildet.

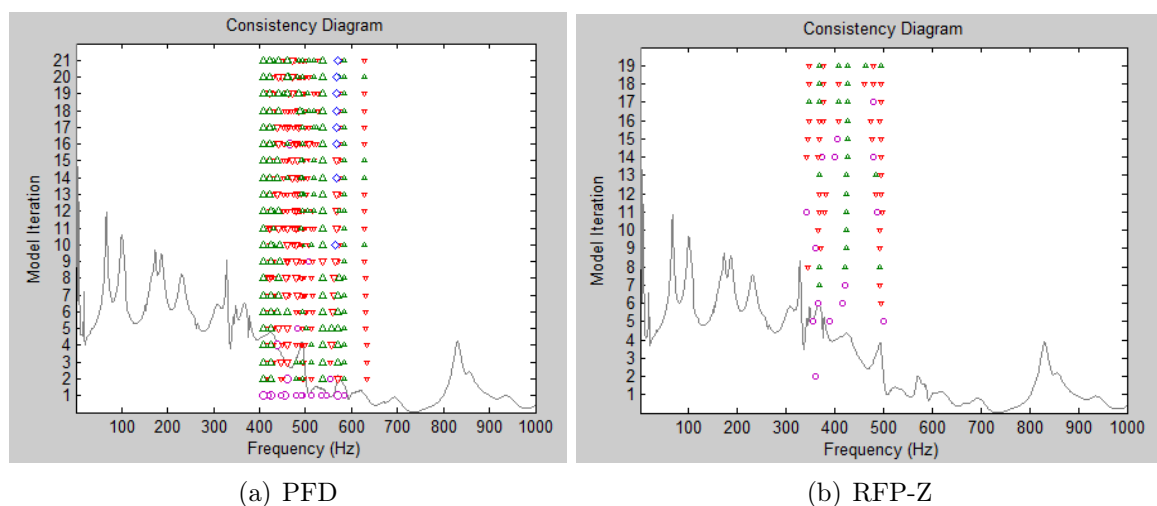
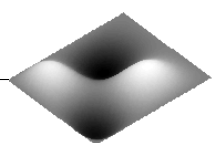


Abbildung 7.21.: Konsistenzdiagramme aus den PFD- und RFP-Z-Verfahren

Nach der Betrachtung der Referenzplatte wird nun die inhomogen bedämpfte Platte 1 der experimentellen Identifikation der modalen Parameter unterzogen. Ähnlich wie im Fall der Referenzplatte wird die Platte 1 mit einem Shaker mit Pseudo-Random-Signal angeregt.



Die gemessenen Übertragungsfunktionen werden mit den Mehrfreiheitsgradverfahren PFD, RFP-Z sowie dem Einfreiheitsgradverfahren LS Global analysiert. Abbildung 7.21 zeigt die Konsistenzdiagramme resultierend aus den beiden MDOF-Verfahren. Aus der gezeigten Verteilung der Lösungen lässt sich ein wichtiger Vorteil des moderneren RFP-Z-Verfahrens gegenüber dem klassischen PFD-Verfahrens erkennen. Beim PFD-Verfahren gibt es eine Vielzahl an Lösungen, die keine tatsächlichen Pole des Systems sind, sondern entstehen aus der Fehlinterpretation der verrauschten Messdaten. Im Gegenteil dazu liefert das RFP-Z-Verfahren bessere Resultate, auch wenn die Stabilität der Ergebnisse durch die Iterationsschritte hinweg wesentlich geringer ist als im Fall der Referenzplatte in Abbildung 7.19. Dies ist vor allem an wandernden Eigenfrequenzen und kleineren Symbolen zu erkennen ist.

Eine der Herausforderungen bei der experimentellen Modalanalyse der Platten mit Zusatzdämpfung und erhöhter Eigenvektorkomplexität besteht in der richtigen Wahl der Lösungen im Konsistenzdiagramm. Im Vergleich zur Referenzplatte sind die Ergebnisse nicht mehr so eindeutig und, was noch viel wichtiger ist, die Beschaffenheit komplexer Eigenvektoren ist zum Teil abhängig von der Wahl der Lösung einzelner Iterationsschritte. Selbst die sorgfältige Betrachtung der Dichteplots führt nicht immer zur richtigen Wahl der Lösungen aufgrund höherer Streuungen der modalen Dämpfungsgrade. Nichtsdestotrotz lassen sich bis zu einer Frequenz von 500 Hz mit dem RFP-Z-Verfahren insgesamt 18 und mit dem LS-Global-Verfahren 15 Eigenwerte und Eigenvektoren identifizieren. Da die Dämpfungskopplung im Vergleich zur Referenzplatte vergrößert ist, wird auch die Trennung der Eigenformen aus den stark bedämpften Resonanzen schlechter, woraus insgesamt weniger Eigenformen resultieren. Dadurch, dass im LS-Global-Verfahren keine Trennung benachbarter Eigenformen stattfindet und lediglich die Betriebsschwingformen bei den einzelnen Resonanzen identifiziert werden, gibt es in diesem Fall die geringste Anzahl an Eigenfrequenzen.

Abbildung 7.22 zeigt den Vergleich der räumlich gemittelten FRFs aus der Messung und den beiden modalen Modellen. Es ist deutlich erkennbar, dass die Abweichungen zwischen der Messung und der modalen Rückrechnung hier größer sind als im Fall der Referenzplatte. Besonders bei der Frequenz von 350 Hz , wo sich eine Gruppe dicht benachbarter Eigenformen befindet, liefern beide Verfahren keine genaue Lösung. Generell lässt sich trotzdem feststellen, dass sich auch im Fall der inhomogen bedämpften Platte ein modales Modell mit brauchbarer Genauigkeit identifizieren lässt.

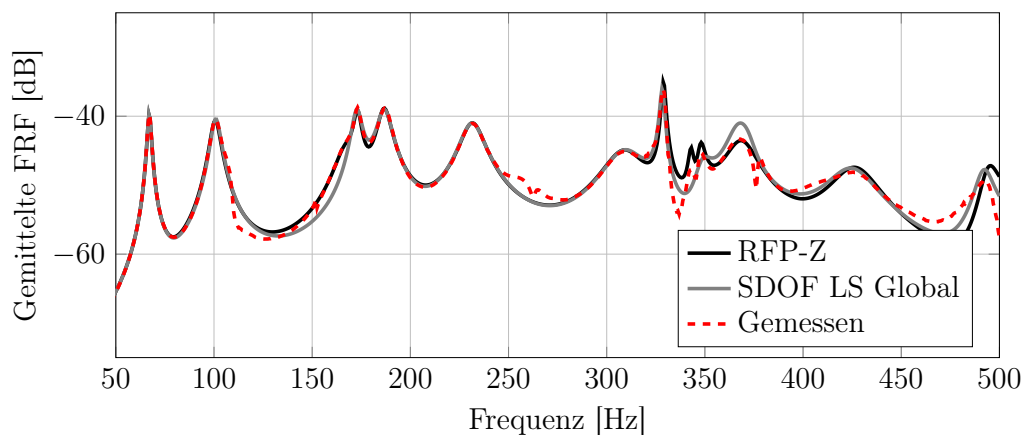


Abbildung 7.22.: Vergleich gemittelter FRFs der Platte 1

Im rechten Teil der Abbildung 7.23 sind die MAC-Werte der identifizierten Eigenformen aus dem RFP-Z-Verfahren gezeigt. Abgesehen von der elften und zwölften Eigenform, die Ähnlichkeiten zueinander aufweisen, sind die identifizierten Eigenformen stark unabhängig. Dies ist am dominierenden Diagonalcharakter der MAC-Matrix zu sehen. Die Tatsache, dass beim LS-Global-Verfahren keine Trennung benachbarter Eigenformen stattfindet, lässt vermuten, dass die Komplexitätsgrade der identifizierten Eigenformen höher sind als beim RFP-Z-Verfahren. Diese Vermutung lässt sich anhand der MCI-Werte im linken Teil der Abbildung 7.23 bestätigen. Die MCIs der Eigenformen aus dem LS-Global-Verfahren sind meistens signifikant größer, als die aus dem RFP-Z-Verfahren. Diese Betrachtungsweise soll noch einmal verdeutlichen, dass die resultierenden komplexen Eigenformen stark davon abhängig sind, welches Verfahren und explizit welche Lösungen der einzelnen Iterationen ausgewählt werden.

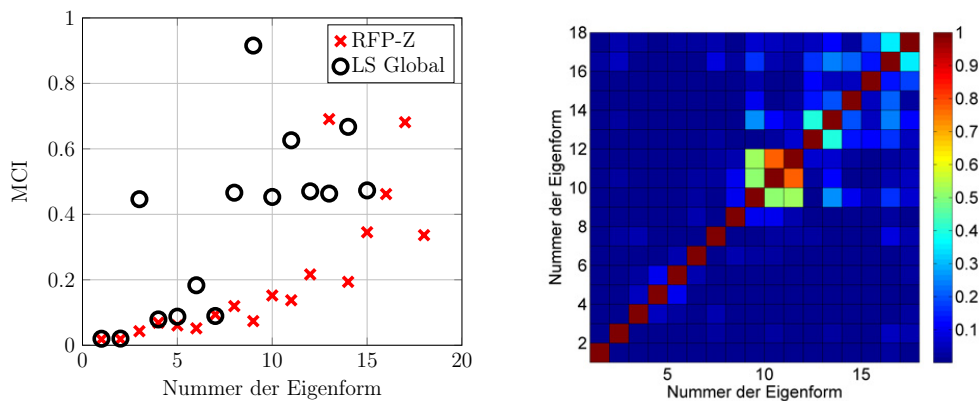
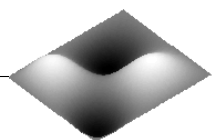


Abbildung 7.23.: MCI- und MAC-Werte der Platte 1

Abbildung 7.24 zeigt die unterschiedlichen Ergebnisse der beiden betrachteten Verfahren am Beispiel der 3×2 -Eigenform. Dadurch, dass es sich um Eigenformen aus der Übertragungsfunktion zwischen Kraft und Schnelle handelt, sind die Imaginär- und Realteile im Vergleich zu den Betrachtungen auf Basis der Simulation vertauscht. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass die RFP-Z-Eigenform mit einem $MCI = 0.07$ vom prinzipiellen Verlauf der Real- und Imaginärteile ziemlich genau dem Simulationsergebnis im linken Teil der Abbildung 5.14 aus dem Abschnitt 5.5.3 entspricht. Die Eigenform aus dem LS-Global-Verfahren mit einem $MCI = 0.10$ zeigt dagegen besonders im Realteil (komplexer Anteil der Schwingform) ein signifikant anderes Verhalten, welches nicht mit dem Simulationsergebnis korreliert.

Bei der Beschreibung des Vorgehens der Identifikation modaler Parameter wurde erwähnt, dass die komplexen Eigenformen zum Teil stark von der Wahl der Lösung abhängig sind, die vom Nutzer gewählt wird. Dies wird am Beispiel der hier gezeigten 3×2 -Eigenform durch drei unterschiedliche Verteilungen des komplexen Anteils in Abbildung 7.25 gezeigt. Zu sehen ist, dass je nach Wahl der Lösung sich die komplexen Anteile der Eigenform deutlich unterscheiden können.

Eine weitere wichtige Beobachtung ergibt sich aus der vergleichenden Betrachtung der Phasenverteilungen der identifizierten 3×2 -Eigenform in Abbildung 7.24 und der Betriebsschwingform in Abbildung 7.15. Es ist zu sehen, dass die Betriebsschwingform einen rampenartigen Verlauf der Phasen besitzt, was auf eine deutliche Präsenz laufender Wellen in x-Richtung hindeutet. Der Komplexitätsgrad von $MCI = 0.15$ zeigt ebenfalls eine höhe-



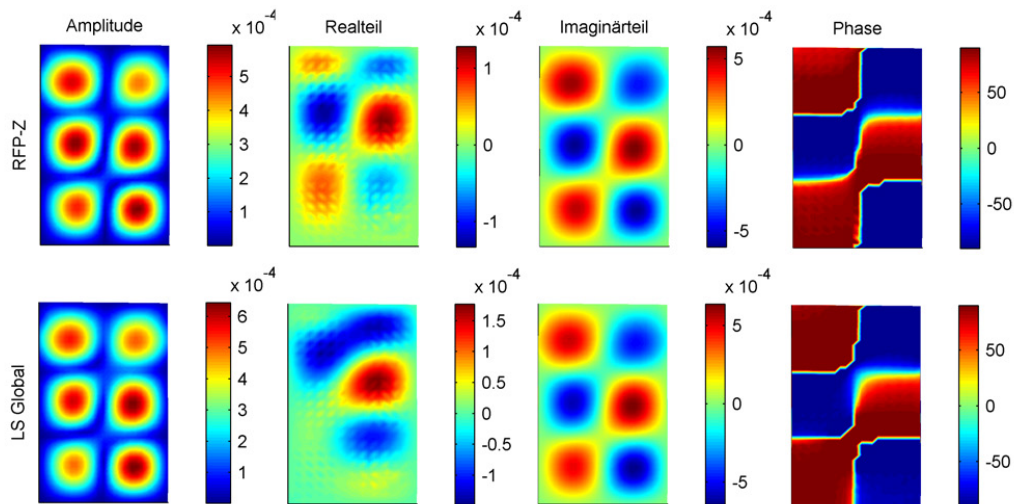


Abbildung 7.24.: 3×2 -Eigenform aus dem RFP-Z- und LS Global-Verfahren

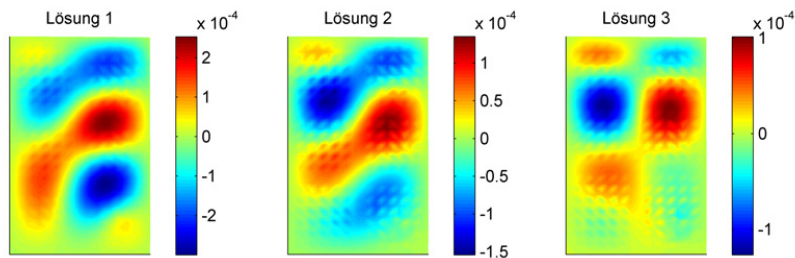


Abbildung 7.25.: Komplexe Anteile der 3×2 -Eigenform ermittelt mit dem RFP-Z

re Komplexität der Betriebsschwingform im Vergleich zu der identifizierten Eigenform mit $MCI = 0.07$. Die Ergebnisse der Modalanalyse zeigen zwar auch einen gewissen Anteil laufender Wellen in der Phasenverteilung, besitzen allerdings bei weitem nicht das komplexe Verhalten der Betriebsschwingform.

Im Anhang ist in Abbildung A.17 zusätzlich ein Vergleich der identifizierten 4×3 -Eigenformen gezeigt. Auch dort ist zu sehen, dass RFP-Z- und LS-Global-Verfahren unterschiedliche Ergebnisse im Hinblick auf die komplexen Anteile liefern, wobei die Verteilungen aus dem RFP-Z-Verfahren besser mit den Simulationsergebnissen korrelieren.

Ergänzend zu der Betrachtung von MCI-Werten in Abbildung 7.23 werden die reziproken SWRs am Beispiel einiger identifizierter Eigenformen der Platte 1 betrachtet. Die Berechnung erfolgt nach der in Abschnitt 5.4 diskutierten Methodik. Abbildung 7.26 zeigt das Ergebnis in Form einer räumlichen Verteilung der reziproken SWRs in x-Richtung. Im Hinblick auf die SWR-Verteilungen in Abbildung 5.11, welche anhand numerisch ermittelter Eigenformen berechnet wurden, lässt sich eine gewisse Ähnlichkeit zu den experimentellen Ergebnissen feststellen. Da die Einspannung in der Realität eine Mischung aus gelenkiger Lagerung und fester Einspannung darstellt, sind laut Abbildung 5.11 keine ideal konstanten Verteilungen der e_x -Werte zu erwarten. Trotz einiger Ausreißer, besonders im Bereich der Knotenlinien, zeigen die experimentell identifizierten Eigenformen ein zu erwartendes Verhalten hinsichtlich der räumlichen SWR-Verteilung.

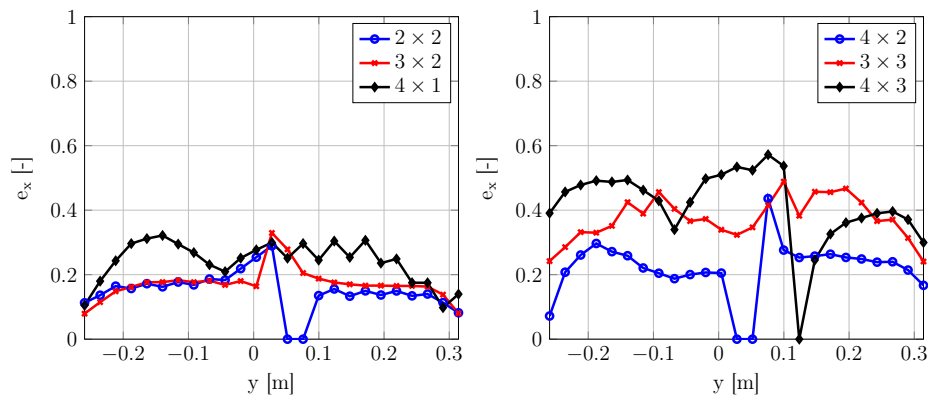


Abbildung 7.26.: Reziproke SWR experimenteller Eigenformen der Platte 1

7.5.2. Identifizierte Eigenformen der Testplatten

Im vorherigen Abschnitt stand vor allem die Platte 1 im Mittelpunkt der Betrachtungen. Nun werden auch die restlichen Plattenkonfigurationen mit variierender Symmetriebedingung in der Dämpfungsverteilung untersucht. In Analogie zu den Analysen im vorherigen Abschnitt werden die Platten hauptsächlich mit dem RFP-Z-Verfahren identifiziert. Durch sehr hohe Dämpfungskopplung (siehe die FRFs in Abbildung 7.12) wurden bei der Platte 2 nur 14 Eigenwerte und Eigenvektoren identifiziert. Bei den Platten 4 und 10 wurden mit 17 und 19 Eigenformen entsprechend mehr Lösungen gefunden.

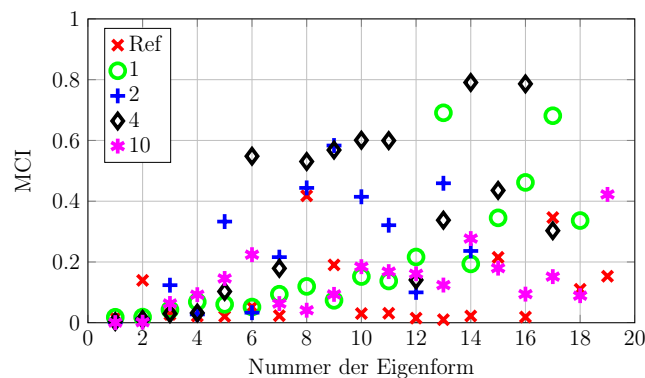
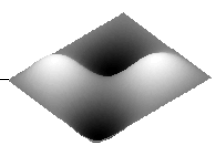


Abbildung 7.27.: MCI-Werte der untersuchten Platten

Abbildung 7.27 zeigt die MCI-Werte der untersuchten Plattenkonfigurationen. Erwartungsgemäß zeigt die Referenzplatte die geringsten Komplexitätsgrade, auch wenn einige Eigenformen MCI-Werte von $MCI \leq 0.41$ besitzen. Die höchsten Komplexitäten sind bei den Platten 2 und 4 zu beobachten. Der Vergleich zwischen den gemessenen und den auf Basis des modalen Modells berechneten FRFs der Platten 2, 4 und 10 ergibt eine ähnliche Genauigkeit, wie im Fall der Platte 1 in Abbildung 7.23, weshalb an dieser Stelle auf die detaillierte Betrachtung der Ergebnisse verzichtet wird.

Abbildung 7.28 zeigt den Vergleich der 2×2 -Eigenform von allen Testplatten. Auch bei diesem Vergleich zeigt die Referenzplatte die geringste Komplexität mit den Realteilen, die um Faktor 10 kleiner sind als die Imaginärteile. Bei der Platte 1 sind die komplexen Anteile größer und deren Verteilung ähnelt den Ergebnissen aus der Simulation. Auch bei der Platte 4 zeigt die Realteilverteilung ähnlich zu den numerischen Ergebnissen eine diagonale



Bewegung der laufenden Wellen in Richtung der hoch bedämpften Ränder. Bei den Platten 2 und 10 lässt sich für den gezeigten Fall der 2×2 -Eigenform keine klare Konfiguration laufender Wellen ableiten. Als Ergänzung zu der hier gezeigten 2×2 -Eigenform ist im Anhang in Abbildung A.18 zusätzlich noch die 3×2 -Eigenform aller Plattenkonfigurationen gezeigt. Auch diese identifizierte Eigenform weist im Vergleich mit den Betriebsschwingformen aus dem Abschnitt 7.4 wesentlich geringere Anteile der laufenden Wellen auf.

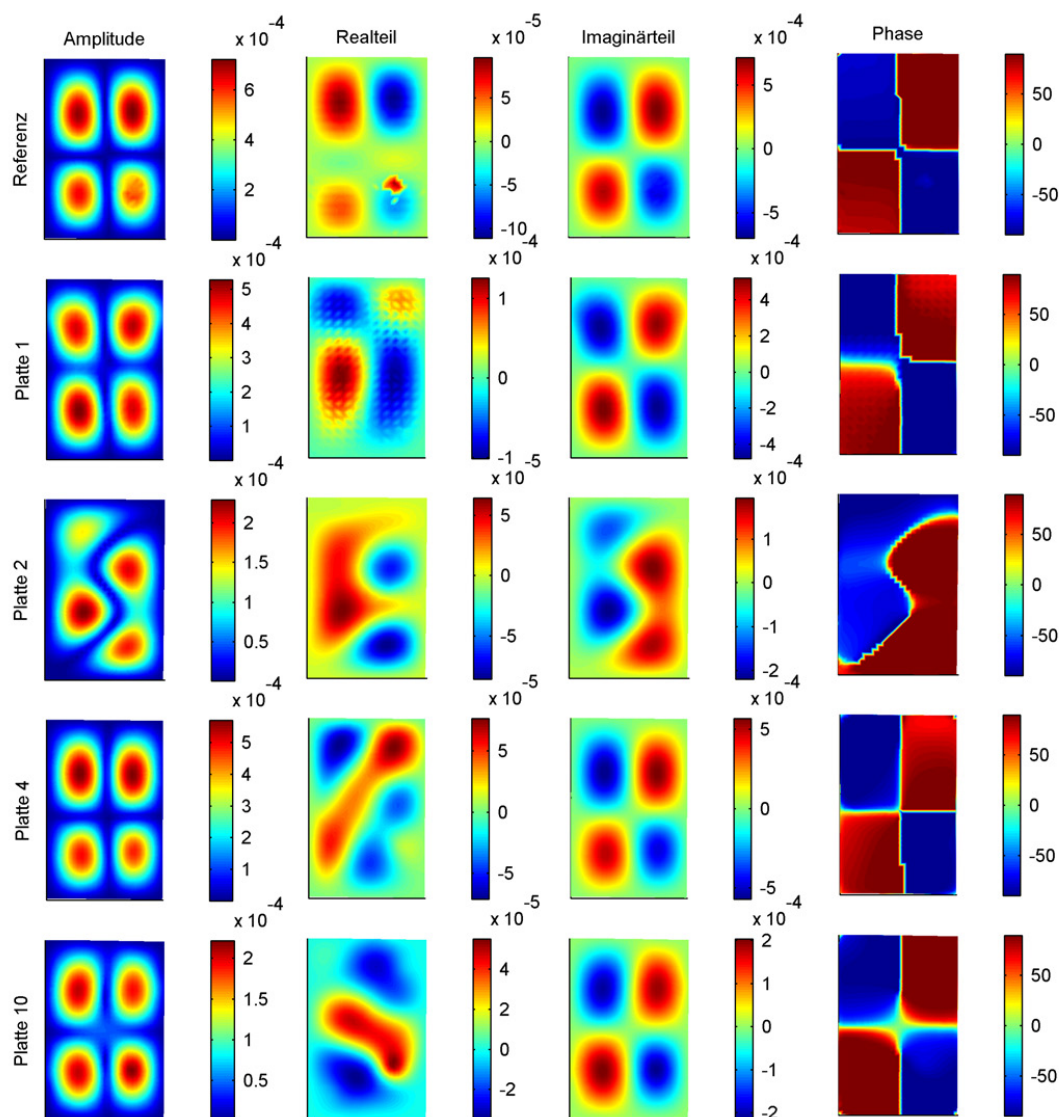


Abbildung 7.28.: Identifizierte 2×2 -Eigenform der untersuchten Platten

7.5.3. Vergleich der Betriebsschwingformen

Anhand der gemittelten FRFs wurde in Abbildungen 7.20 und 7.22 die Güte der Modelle auf Basis der experimentell ermittelten Modalparameter der Platte 1 betrachtet. Diese Abbildungen zeigen, dass das modale Modell die spektrale Verteilung der Schwingungsamplituden relativ genau abbildet. Die gemittelten FRFs sagen jedoch wenig über die Ähnlichkeit der Betriebsschwingformen aus dem Modell und der LSV-Messung aus. Um diesen Aspekt

zu adressieren, wird zunächst anhand der identifizierten Modalparameter die dynamische Antwort für die gleiche Punktkraftanregung wie im Experiment für alle Plattenkonfigurationen berechnet. Die Betriebsschwingformen aus dieser Antwort werden dann mit Hilfe des MAC-Kriteriums mit den gemessenen Schwingformen verglichen. Da es sich bei diesem Vergleich nicht um Eigenformen, sondern Betriebsschwingformen handelt, ist die Bezeichnung FRAC (Frequency Response Assurance Criterium) zutreffender [7]. Abbildung 7.29 zeigt die FRAC-Werte für die Referenzplatte und die vier inhomogen bedämpften Platten.

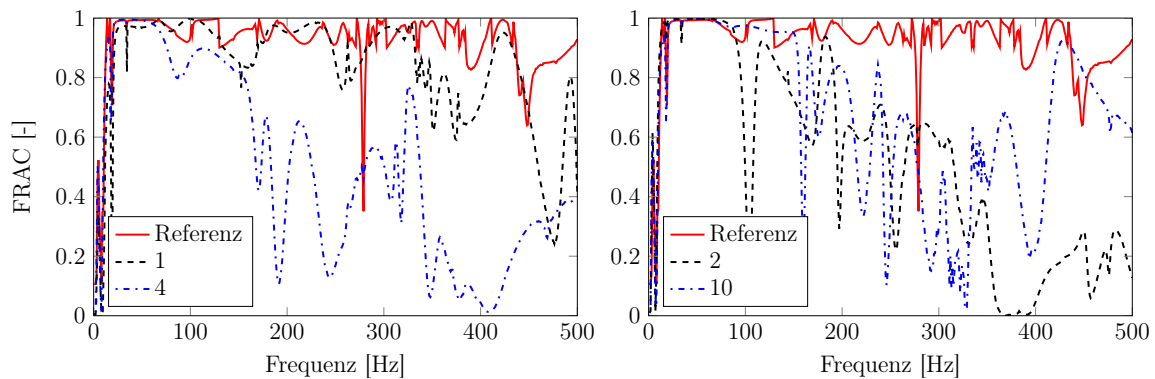


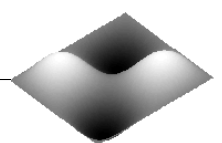
Abbildung 7.29.: FRAC-Werte der untersuchten Platten

Die Referenzplatte zeigt mit den FRAC-Werten zwischen 0.8 und 1 eine relativ hohe Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Schwingformen. Die FRAC-Werte der inhomogen bedämpften Platten sind dagegen kleiner, was auf die deutlich geringere Genauigkeit des modalen Modells hindeutet. Die Abweichungen der Betriebsschwingformen sind vor allem auf ungenau ermittelte Phasenwinkel der komplexen Eigenformen zurückzuführen.

7.5.4. Schlussfolgerungen aus der experimentellen Modalanalyse

Bezüglich der experimentellen Modalanalyse inhomogen bedämpfter Platten kann Folgendes zusammengefasst werden: Das verwendete Werkzeug XModal 3 eignet sich grundsätzlich zur Identifikation modaler Parameter einschließlich komplexer Eigenformen. Besonders mit Hilfe des RFP-Z-MDOF-Verfahrens lassen sich Resultate erzielen, die eine ausreichend genaue Übereinstimmung der gemessenen und auf Basis der modalen Parameter berechneten, räumlich gemittelten FRFs realisieren. Weniger robust ist die Identifikation komplexer Eigenformen. Keines der zur Verfügung stehenden Verfahren führte zu einer wirklich eindeutigen Lösung, welche sich zum direkten Vergleich mit den numerischen Eigenformen eignen würde. Vor allem die Verteilung komplexer Anteile einer Schwingungseigenform ist zum Teil stark abhängig von der Wahl des Verfahrens und der Lösung innerhalb der einzelnen Iterationsschritte. Dies wird bei der Betrachtung der FRAC-Werte deutlich, welche die Ähnlichkeit der Betriebsschwingformen aus dem modalen Modell und der Messung anzeigen. Die inhomogen bedämpften Platten zeigen bei dieser Betrachtung aufgrund der Abweichungen der komplexen Anteile der Eigenformen ein deutlich schlechteres Ergebnis als die Referenzplatte.

Die ermittelten komplexen Eigenformen entsprechen im grundsätzlichen Verlauf der Real- und Imaginärteile zumindest für die Platte 1 und zum Teil auch für andere Plattenkonfigurationen den Ergebnissen aus der Simulation. Die vergleichende Betrachtung der identifizierten Eigenformen und gemessenen Betriebsschwingformen zeigt allerdings, dass die Letzteren eine



deutlich höhere Präsenz laufender Wellen aufzeigen. Werden die identifizierten Eigenformen und die gemessenen Betriebsschwingformen mit Hilfe der MAC-Werte mit den Eigenformen aus der Simulation verglichen, so ergibt sich für die Platte 1 folgendes Ergebnis:

| | Eigenform | Betriebsschwingform |
|--------------|-----------|---------------------|
| 1×1 | 0.95 | 0.91 |
| 2×1 | 0.92 | 0.90 |
| 2×2 | 0.75 | 0.86 |
| 3×2 | 0.76 | 0.89 |
| 4×4 | 0.66 | 0.75 |

Tabelle 7.2.: MAC-Werte der Eigenformen und der Betriebsschwingformen

Die MAC-Werte zeigen, dass bei den unteren Resonanzen, welche aufgrund geringer Dämpfungskopplung im unteren Frequenzbereich bei den kommenden Betrachtungen primär adressiert werden, die Betriebsschwingformen eine bessere Übereinstimmung mit den berechneten Eigenformen aus der FE-Simulation zeigen. Besonders mit steigender Ordnung, mit der auch die Komplexität der Eigenformen zunimmt, zeigt das Ergebnis aus XModal immer geringere Übereinstimmung mit der Simulation. Dieses Ergebnis lässt sich für die anderen Platten 2, 4 und 10 ebenfalls bestätigen, wobei dort aufgrund der noch komplizierteren Dämpfungskonfiguration die MAC-Werte generell geringer sind. Deshalb ist es bei der Beantwortung der Fragen entlang der Forschungshypothesen wichtig, die Betriebsschwingformen der Platten mit bestimmten Eigenschaften genau zu betrachten. Diese sind zwar per Definition keine orthogonalen Eigenformen, haben aber insofern Relevanz als dass sie tatsächlich in der dynamischen Antwort der inhomogen bedämpften Platten auftreten. Vorteilhaft ist ebenfalls die Tatsache, dass diese sich im Labor anregen und akustisch vermessen lassen, zudem entspringen sie keinem Modalanalyseverfahren, welches sensitiv auf die Wahl der Parameter reagiert. Abgesehen davon ist es für die Validierung der Ergebnisse aus der Simulation nicht wichtig, ob es sich tatsächlich um eine Eigenform oder lediglich um eine Betriebsschwingform mit bestimmten Eigenschaften handelt. Die Erkenntnisse über den Einfluss laufender Wellen auf die akustischen Metriken, wie den Abstrahlgrad und die Verteilung der Schallintensität, sind grundlegender Natur und damit unabhängig von der Tatsache, ob eine Eigenform oder Betriebsschwingform vorliegt.

7.6. Validierung der Simulationsergebnisse

7.6.1. Anregung relevanter Betriebsschwingformen

In diesem Teil der Laborverifikation werden einige Schwingformen der untersuchten Plattenkonfigurationen gezielt angeregt und hinsichtlich der akustischen Indikatoren analysiert. Die Anregung der Schwingformen erfolgt monofrequent mit einem oder zwei Punktkrafterregern. Diese werden abhängig von der Ordnung der anzuregenden Schwingform möglichst im Maximum der Auslenkungen platziert. Ein weiteres Kriterium ist ein möglichst großer Abstand der Anregungspositionen vom dämpfenden Rand. Die Erfahrungen haben gezeigt, dass die Anregung der Schwingform in der Nähe des dämpfenden Randes nicht zur gewünschten

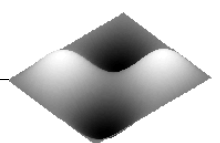
Konfiguration laufender Wellen führt, die aus der FE-Modalanalyse zu erwarten wäre. Das heißt, dass sich z. B. bei der Platte 1 keine annähernd konstante Verteilung der laufenden Wellen in Richtung des bedämpften Randes einstellt.

Die Konfigurationen mit zwei Erregern haben generell einen Vorteil gegenüber der Anregung mit nur einer Punktkraft, da die Schwingungsenergie räumlich besser verteilt wird und die entstehenden Schwingformen weniger von einem Kraftangriffspunkt dominiert werden. Dabei ist es essentiell, den Phasenwinkel zwischen den beiden Punktkräften richtig einzustellen. Bei reellen Schwingformen ist diese Aufgabe denkbar einfach, da dieser Phasenwinkel entweder 0° oder 180° beträgt. Bei komplexen Schwingformen ist es dagegen schwierig, ohne die exakte Kenntnis der Eigenformen diesen Winkel zu bestimmen. Aufgrund der Tatsache, dass die im Abschnitt 7.5 diskutierte experimentelle Modalanalyse keine verlässliche Information bezüglich der Phasenwinkel der Eigenformen liefert, ist die phasenreine Anregung komplexer Schwingformen mit mehreren Erregern nicht möglich. Es gibt zwar die Möglichkeit, über das bereits diskutierte Phasenresonanzkriterium [17] auch die komplexen Eigenformen gezielt anzuregen, aber auch hier wird die Kenntnis der modalen Parameter vorausgesetzt. Um die Anregung der Betriebsschwingformen mit zwei Erregerkräften dennoch zu ermöglichen, wird bei einigen Plattenkonfigurationen eine bestimmte Positionierung von Shakern mit einem Phasenwinkel von 0° oder 180° gewählt, die auf der folgenden Überlegung basiert.

Aus den Betrachtungen mittels FE-Simulation ist bekannt, dass beispielsweise bei einfach symmetrischen Konfigurationen, wie der Platte 1, die Wellen in Richtung des dämpfenden Randes laufen, quer dazu jedoch nicht. Das heißt, dass quer zur Richtung der laufenden Wellen die Phasenwinkel der Schwingform immer noch den Winkeln stehender Wellen von 0° oder 180° entsprechen. Ähnlich zu der einfach symmetrischen Platte 1 zeigt die zweifach symmetrische Platte 2, und zum Teil auch die punktsymmetrische Platte 10, das gleiche Verhalten. Nur im Fall der unsymmetrischen Platte 4 lassen sich aufgrund sowohl in x- und als auch in y-Richtung laufender Wellen keine eindeutigen Erregerpositionen identifizieren, die eine 0° - und 180° - Phasenbeziehung aufweisen. Deshalb werden nur bei der Platte 1, Platte 2 und zum Teil bei der Platte 10 die Anregungen mit zwei Erregern implementiert.

Zur gezielten Anregung werden drei Schwingformen nach folgenden Kriterien ausgewählt: Es werden vor allem die Resonanzen im unteren Frequenzbereich betrachtet, da dort die Dämpfungskopplung gering ist und die gezielte Anregung der adressierten Betriebsschwingformen noch möglich erscheint. Weiterhin motiviert der unterschiedliche Einfluss der Komplexität auf Schwingformen verschiedener Ordnung die Auswahl der geraden und ungeraden Betriebsschwingform. Dadurch, dass nur einige Schwingformen bei unterschiedlichen Dämpfungskonfigurationen gleichermaßen deutlich ausgeprägt sind, werden die geraden-geraden 2×2 - und 4×4 -Schwingformen, sowie eine ungerade-gerade 3×2 -Schwingform ausgewählt. Die Konfiguration laufender Wellen entspricht bei diesen Schwingformen weitestgehend den Ergebnissen der FE-Modalanalyse, weshalb die zur Verifikation der Simulationsergebnisse geeignet sind.

Abbildungen 7.30 bis 7.33 zeigen das Ergebnis der gezielten, monofrequenten Anregung der 3×2 -Schwingform für die vier betrachteten Platten. Die Position der Erregerkräfte ist im Verlauf der Realteile mit weißen Kreuzmarkierungen gekennzeichnet. Die entsprechende Verteilung der inhomogenen Dämpfung ist ebenfalls im Realteilverlauf abgebildet. Für die Platte 1 ist in Abbildungen 7.30 ein rampenartiger Phasenwinkelverlauf zu erkennen, der auf einen signifikanten Anteil $e_x = 0.53$ laufender Wellen in Richtung der dämpfenden Schicht hindeutet. Bei der symmetrischen Platte 2 ist die Phasenverteilung entsprechend anders



beschaffen und zeigt Wellen, die von der Plattenmitte zu den beiden Rändern hin laufen. Auch bei der Platte 4 ist zu sehen, dass die Wellen in diagonalen Richtung laufen, was mit den Beobachtungen aus der Simulation korreliert. Die rotationsartige Bewegung der Biegeformen der Platte 10 ähnelt ebenfalls den Ergebnissen aus der FE-Modalanalyse.

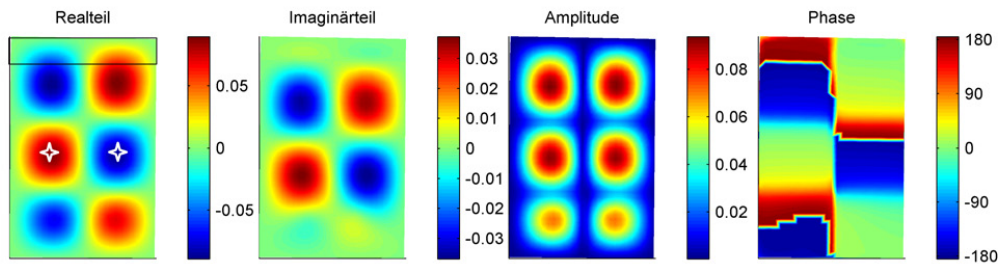


Abbildung 7.30.: Komplexe 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 1 bei 232 Hz

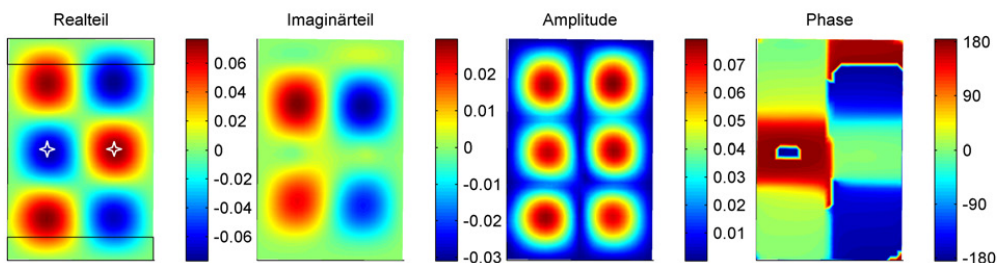


Abbildung 7.31.: Komplexe 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 2 bei 240 Hz

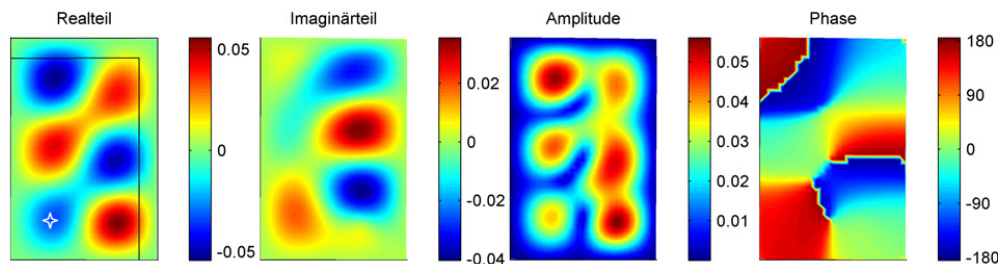
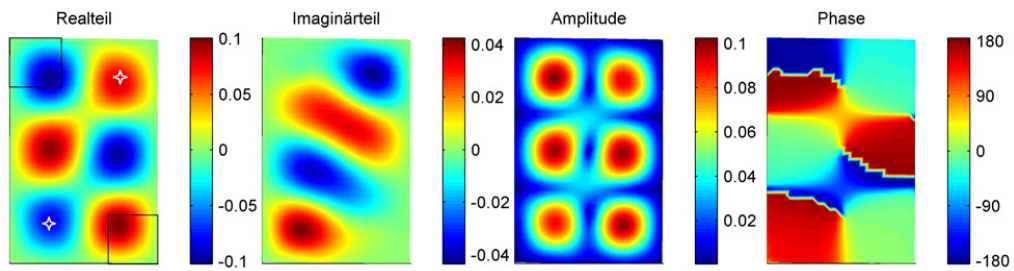
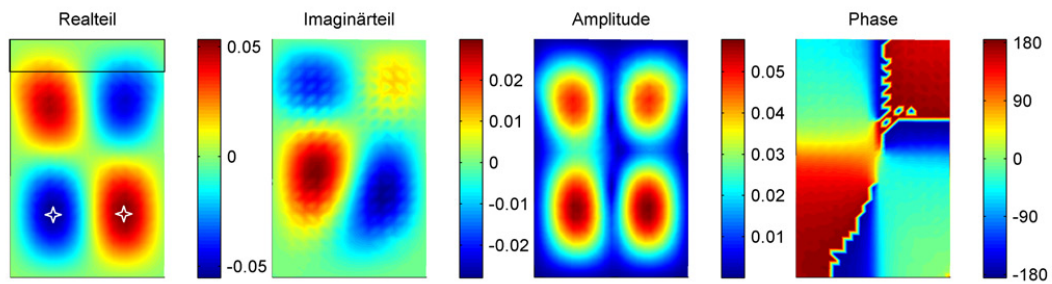
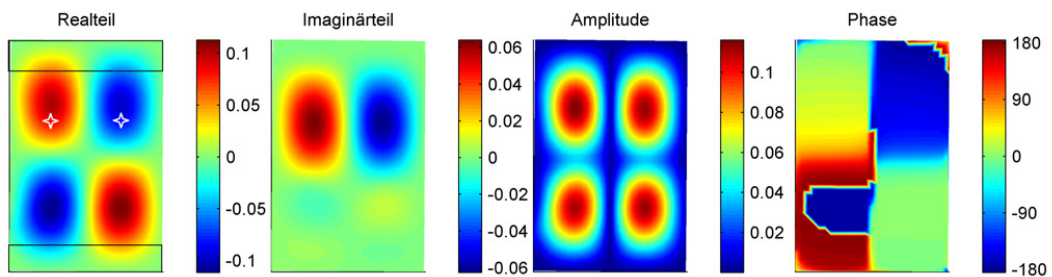
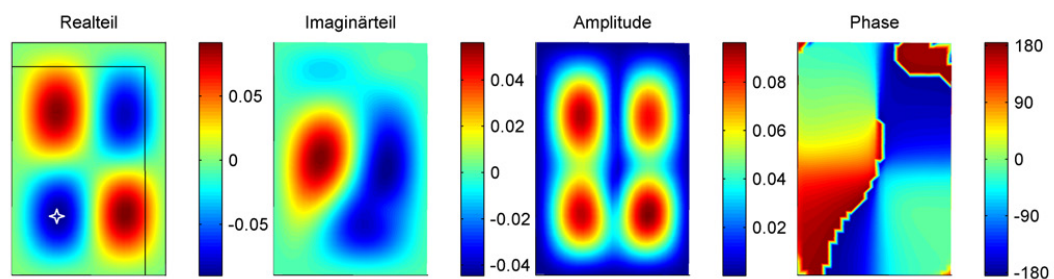
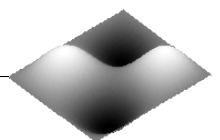
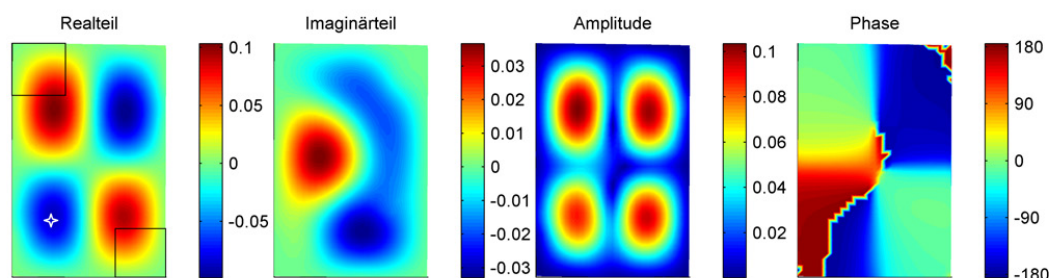
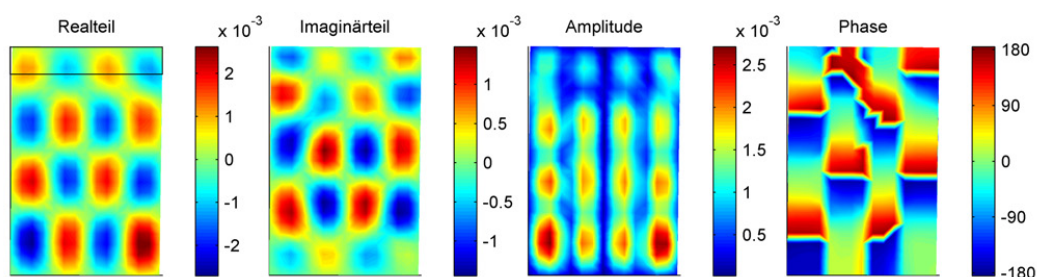
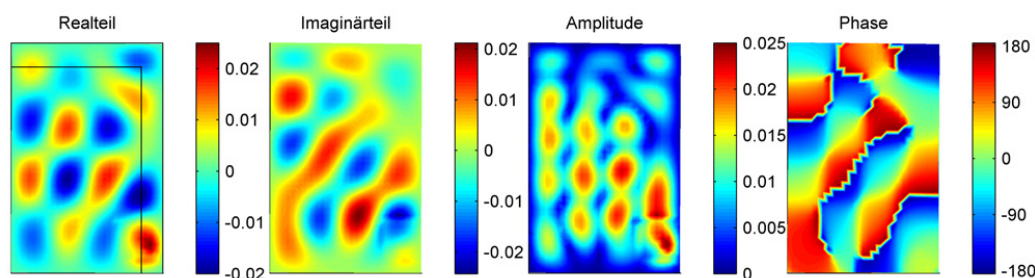


Abbildung 7.32.: Komplexe 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 4 bei 244 Hz

Abbildungen 7.34 bis 7.37 zeigen die gemessenen 2×2 -Betriebsschwingformen der vier Plattenkonfigurationen mit inhomogener Dämpfungsverteilung. Auch hier sind die entsprechenden Anregungspositionen mit Markierungen im Realteilverlauf gezeigt. Die Betriebsschwingformen der Platte 1 und 2 sind ähnlich zu den Ergebnissen aus der FE-Simulation. Bei den Platte 4 und 10 weicht die Beschaffenheit der Betriebsschwingform von der Simulation aufgrund der komplizierteren Dämpfungsconfiguration deutlicher ab. Dabei ähnelt die Schwingform der Platte 4 der Schwingform der Platte 10. Um das Verhalten der Platte 4 anhand einer anderen Schwingform zusätzlich zu prüfen, zeigen Abbildungen 7.38 und 7.39 die monofrequent angeregten 4×4 -Schwingformen. In diesem Fall entsprechen die Verläufe weitestgehend den Ergebnissen aus der Simulation (siehe Anhang A.21, A.22).

Abbildung 7.33.: Komplexe 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 10 bei 225 Hz Abbildung 7.34.: Komplexe 2×2 -Betriebsschwingform der Platte 1 bei 186 Hz Abbildung 7.35.: Komplexe 2×2 -Betriebsschwingform der Platte 2 bei 195 Hz Abbildung 7.36.: Komplexe 2×2 -Betriebsschwingform der Platte 4 bei 196 Hz 

Abbildung 7.37.: Komplexe 2×2 -Betriebsschwingform der Platte 10 bei 187 Hz Abbildung 7.38.: Komplexe 4×4 -Betriebsschwingform der Platte 1 bei 630 Hz Abbildung 7.39.: Komplexe 4×4 -Betriebsschwingform der Platte 4 bei 615 Hz

7.6.2. Verifikation des Abstrahlgrades komplexer Schwingformen

Die im letzten Abschnitt angeregten Betriebsschwingformen werden hier hinsichtlich ihres Abstrahlgrades analysiert. Diese Untersuchung dient als Teil der Teilhypothese 1 der experimentellen Verifikation der Simulationsergebnisse aus dem Abschnitt 6.3. Die Berechnung des Abstrahlgrades der Betriebsschwingformen über dem gesamten Frequenzbereich von 1 Hz bis 2000 Hz erfolgt mit Hilfe der gemessenen Schwingformen aus Abbildungen 7.30 bis 7.39 und der in Abschnitt 7.3 validierten Elementarstrahlertheorie. Zur Verifikation der Resultate werden Messungen mit der Schallintensitätsmesssonde bei den entsprechenden Anregungsfrequenzen der Betriebsschwingformen durchgeführt. Die so gemessene abgestrahlte Schalleistung der Betriebsschwingformen bildet zusammen mit den gemessenen Schnelleverteilungen den Abstrahlgrad nach Gleichung 4.52. Dieser Abstrahlgrad bietet eine zusätzliche Validierungsmöglichkeit der Ergebnisse aus der Elementarstrahlertheorie mit der Beschränkung auf eine Anregungsfrequenz der entsprechenden Betriebsschwingform.

Abbildung 7.40 zeigt die Abstrahlgrade der gemessenen 2×2 -Schwingformen der Referenzplatte und der vier Platten mit unterschiedlichen Dämpfungskonfigurationen. Im linken Teil

der Abbildung sind die berechneten Abstrahlgrade über dem gesamten Frequenzbereich aufgetragen. Im rechten Teil ist die vergrößerte Darstellung der gleichen Abstrahlgrade zusammen mit den tatsächlich gemessenen Werten zu sehen. Entsprechend den Erkenntnissen aus der Simulation in Kapitel 6.3 sollten die Abstrahlgrade der Platten aus der Gruppe A mit zweifacher Dämpfungssymmetrie annähernd unverändert bleiben. Die vergleichende Betrachtung der Abstrahlgrade der Platte 2 und der Referenzplatte bestätigt diese Aussage. Weiterhin sollte sich der Abstrahlgrad der geraden-geraden 2×2 -Schwingform bei den einfach-, punkt- und unsymmetrischen Platten im Vergleich zur Referenzplatte bei tiefen Frequenzen deutlich erhöhen. Dieser Trend lässt sich ebenfalls anhand der gemessenen Schwingformen beobachten. Bemerkenswert ist allerdings die Tatsache, dass Platte 1, 4 und 10 in etwa die gleichen Verläufe des Abstrahlgrades aufzeigen. Nach den Erkenntnissen aus der Simulation sollten die Platten 4 und 10 dagegen einen deutlich höheren Anstieg der Abstrahleffizienz besitzen als die Platte 1. Diese Beobachtung ist marginal in den gezeigten Ergebnissen zu erkennen. Dies ist vor allem dadurch begründet, dass die Schwingformen dieser Platten nicht exakt die gleiche Konfiguration laufender Wellen aufzeigen wie die komplexen Eigenschwingungsformen aus der Simulation. Abschließend ist festzustellen, dass der Vergleich der berechneten Abstrahlgradkurven und der monofrequent gemessenen Abstrahlgrade im rechten Teil der Abbildung 7.40 eine ausreichend genaue Übereinstimmung zeigt.

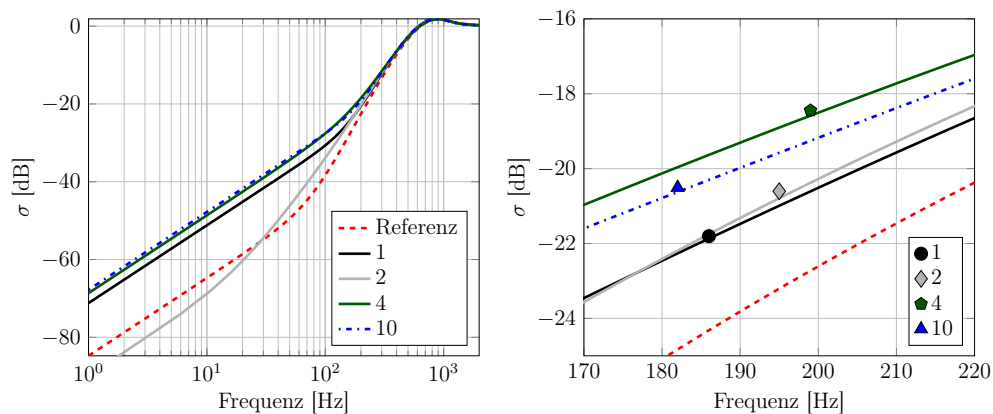


Abbildung 7.40.: Abstrahlgrade der gemessenen 2×2 -Betriebsschwingformen

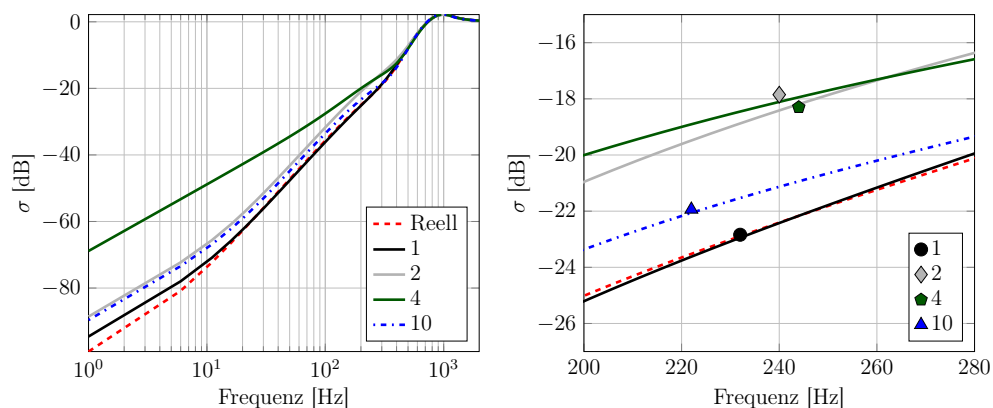
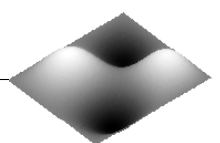


Abbildung 7.41.: Abstrahlgrade der gemessenen 3×2 -Betriebsschwingformen



Für die ungerade-gerade 3×2 -Schwingform sind in gleicher Form die Ergebnisse für die Abstrahlgrade in Abbildung 7.41 gezeigt. Aus den Simulationsergebnissen geht hervor, dass lediglich die Platte 4 aus der Gruppe D mit unsymmetrischer Dämpfungsverteilung eine signifikante Erhöhung der Abstrahleffizienz dieser Schwingform aufweisen soll. Diese Aussage lässt sich anhand der gezeigten Verläufe exakt bestätigen. Während alle anderen Platten nur geringe Änderungen im Abstrahlgrad aufweisen, zeigt die Platte 4 eine deutliche Steigerung des Abstrahlvermögens bei tiefen Frequenzen. Auch im Fall der 3×2 -Schwingform zeigt der Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Abstrahlgraden im rechten Teil der Abbildung eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse.

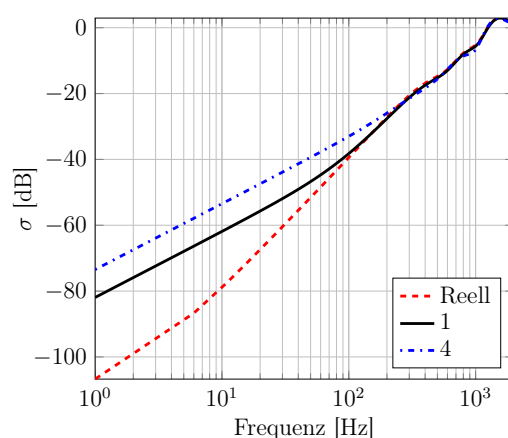


Abbildung 7.42.: Abstrahlgrade der gemessenen 4×4 -Betriebsschwingformen

Abbildung 7.42 zeigt zum Abschluss der Betrachtungen der experimentell ermittelten Abstrahlgrade die Ergebnisse der 4×4 -Schwingform für die Platten 1 und 4 und für die Referenzplatte. Nach den Schlussfolgerungen aus dem Simulationskapitel verursacht die inhomogen verteilte Dämpfung bei den gerade-geraden Eigenformen der Platte 4 höhere Anstiege im Abstrahlgrad als bei der Platte 1. Diese Beobachtung kann anhand der in Abbildung 7.42 gezeigten Resultate bestätigt werden. Die Platte 4 zeigt bei tiefen Frequenzen eine um etwa 10 dB höhere Abstrahleffizienz als die Platte 1. Zwar wäre nach den Simulationsergebnissen eine noch höhere Differenz zu erwarten, aber angesichts der Abweichungen der gemessenen Schwingformen von den Eigenformen aus der FE-Modalanalyse sind quantitative Unterschiede im Abstrahlgrad zu erwarten.

Es kann zusammengefasst werden, dass der experimentelle Abgleich der Abstrahlgrade komplexer Schwingformen mit den Resultaten aus der Simulation die zu erwartenden Tendenzen bestätigt. Wie im untersuchten Fall ist es bei Strukturen mit hoher Dämpfung generell schwierig, die Schwingformen oder gar Eigenformen zu erzeugen, die ein hohes Maß an Übereinstimmung mit der numerischen Simulation aufweisen. Nichtsdestotrotz zeigen die in diesem Abschnitt verwendeten gemessenen Betriebsschwingformen zum Teil eine gute Übereinstimmung in den Konfigurationen der laufenden Wellen mit der Simulation. Dies gilt besonders für die Platte 1 mit einfacher Dämpfungssymmetrie. Die experimentellen Ergebnisse dieser Konfiguration liegen hinsichtlich des Abstrahlgrades der entstehenden Schwingformen stets in tendenzieller Übereinstimmung mit den numerischen Resultaten. Dadurch, dass diese einfachere Konfiguration den größten Beitrag zum Verständnis der akustischen Phänomene in Kapitel 6 geleistet hat, lässt sich anhand deren Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen die Validität der postulierten Schlussfolgerungen nachweisen.

7.6.3. Verifikation der Schallintensitätsverteilung

In Abschnitt 6.4 wurde gezeigt, dass die Präsenz laufender Wellen in Schwingungseigenformen einer Platte zu einer Umverteilung der akustischen Quellen und Senken führt. Dabei wurde beobachtet, dass die Bereiche mit erhöhter Dämpfung als akustische Senken agieren. Weiterhin wurde festgestellt, dass die laufenden Wellen den akustischen Kurzschluss im Nahfeld stören und zu einer erhöhten Wirkintensität führen. Diese Effekte sollen nun mit Hilfe der gemessenen Schwingformen an einigen Beispielen verifiziert werden. Zur Verifikation der genannten Effekte werden die Schwingformen der Platte 1 ausgewählt, welche die maximal erreichten Komplexitäten bei gleichzeitig relativ konstanter Verteilung der laufenden Wellen in Richtung des dämpfenden Randes aufweisen. Eine dieser Schwingformen ist die 3×4 -Schwingform, die im Anhang in Abbildung A.23 gezeigt ist. Diese Schwingform genügt den genannten Kriterien mit einer hohen Komplexität von $MCI = 0.81$ und der einfachen Konfiguration laufender Wellen, die aus den theoretischen Betrachtungen der Platte 1 bekannt ist.

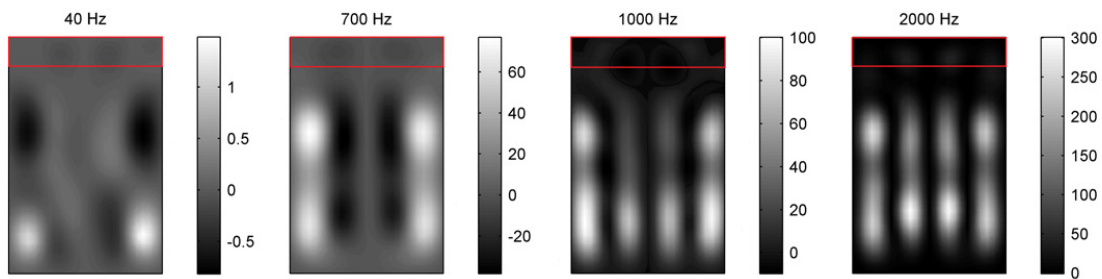


Abbildung 7.43.: Wirkintensität der gemessenen 3×4 -Schwingform der Platte 1

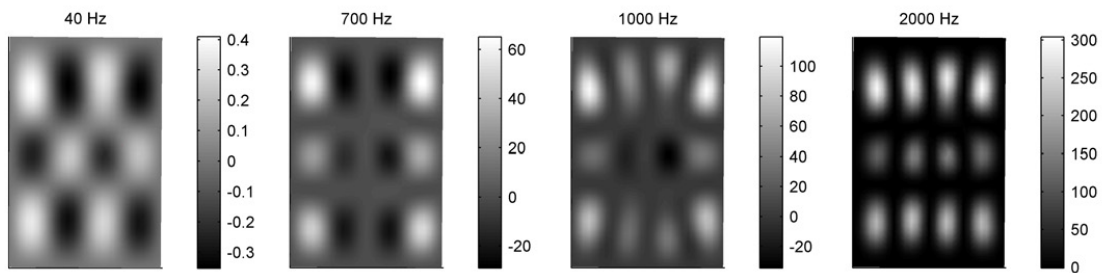
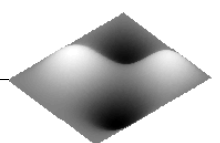


Abbildung 7.44.: Wirkintensität der gemessenen 3×4 -Betriebsschwingform der Referenzplatte

Genau wie die Abstrahlgrade lassen sich auch die Schallintensitätsverteilungen nur bei der Anregungsfrequenz der entsprechenden Schwingform messen. Um diese Betrachtung anhand der gemessenen Schwingformen im gesamten Frequenzbereich zu ermöglichen, muss auf die Elementarstrahlertheorie zurückgegriffen werden. Abbildung 7.43 zeigt die nach den Gleichungen 4.44 und 4.46 berechnete Schallintensitätsverteilung der 3×4 -Schwingform der Platte 1. Als Vergleich dazu zeigt Abbildung 7.44 die gleiche Schwingform der Referenzplatte ohne Zusatzdämpfung. Zur besseren Vergleichbarkeit wurden die beiden Schwingformen auf die jeweiligen Maximalwerte normiert.



Die tieffrequenten Verteilungen bei 40 Hz zeigen, dass im Fall der Platte 1 die laufenden Biegewellen den akustischen Kurzschluss signifikant stören. Dies ist vor allem daran zu erkennen, dass die typische 3×4 -Verteilung der Quellen und Senken mit gleicher Stärke wie im Fall der Referenzplatte verschwindet. Weiterhin führt der gestörte Kurzschluss der Platte 1 zu einer Erhöhung der positiven Schallintensitätswerte.

Eine weitere Beobachtung, welche die Erkenntnisse aus dem Simulationskapitel 6.4 bestätigt, ist die veränderte Konfiguration der Quellen und Senken bei allen Frequenzen unterhalb der Koinzidenz. Dort, wo die laufenden Biegewellen auf der Platte erscheinen (unterer Bereich der Abbildung 7.43 bei 40 Hz), bilden sich die Intensitätsquellen. Im oberen Bereich mit höherer Dämpfung, wo die laufenden Wellen dissipiert werden, konzentrieren sich dagegen die Intensitätssenken. Im Fall der gemessenen Schwingform sind die dunklen Intensitätssenken etwas weiter nach unten verschoben, da direkt im hochbedämpften Bereich kaum noch Schwingungsamplituden vorhanden sind.

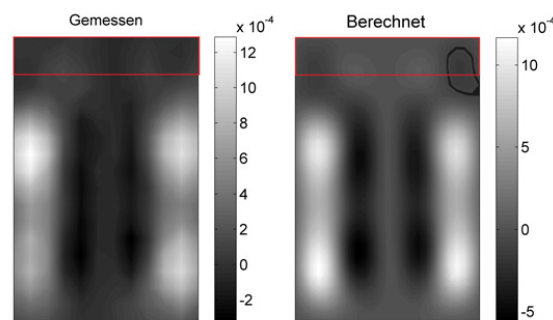


Abbildung 7.45.: Vergleich der gemessenen und der berechneten Schallintensität der Betriebsschwingform der Platte 1 bei 592 Hz

Zur Verifikation der in Abbildung 7.43 betrachteten Intensitätsverteilungen wird auf dem in Abbildung 7.1 gezeigten Messgitter zusätzlich eine Intensitätskartierung der komplexen 3×4 -Schwingform durchgeführt. Abbildung 7.45 zeigt das Ergebnis dieser Kartierung zusammen mit der dazugehörigen, auf Basis der gemessenen Schwingform berechneten Schallintensitätsverteilung. Diesmal dienen nicht die normierten, sondern die tatsächlich gemessenen Werte der Strukturschnelle für die Berechnung der Intensität. Die Gegenüberstellung der berechneten Intensitäten mit dem Ergebnis der Kartierung zeigt eine hohe Übereinstimmung der räumlichen Verteilung und der Absolutwerte der Schallintensität.

Abbildung 7.46 zeigt einen Vergleich der Schallintensität zwischen der gemessenen und in der FEM simulierten 3×2 -Schwingformen. Die Beschaffenheit dieser, mit einem $MCI = 0.63$ stark komplexen Schwingform, wurde in Abbildung 7.30 betrachtet. Hier lässt sich eine große Ähnlichkeit der Intensitätsverteilungen aus dem Experiment und der Simulation beobachten. Die wesentlichen Effekte wie die Störung des akustischen Kurzschlusses sowie die Umverteilung der Quellen und Senken lassen sich auch an diesem Beispiel beobachten.

In Abbildung 7.47 ist ein letzter Vergleich der Schallintensitäten der gemessenen 1×1 -Schwingformen der Referenzplatte und der Platte 1 gegeben. Dadurch, dass bei dieser fundamentalen Schwingform kein akustischer Kurzschluss zwischen den einzelnen Bereichen der Platte vorhanden ist, wird dieser auch nicht durch die Präsenz laufender Wellen gestört. Zu sehen ist dabei keine Erhöhung der Intensitäten, wie sie im Fall der komplexen 3×4 -Schwingform in Abbildung 7.43 beobachtet wird. Der Grund dafür ist die Tatsache, dass

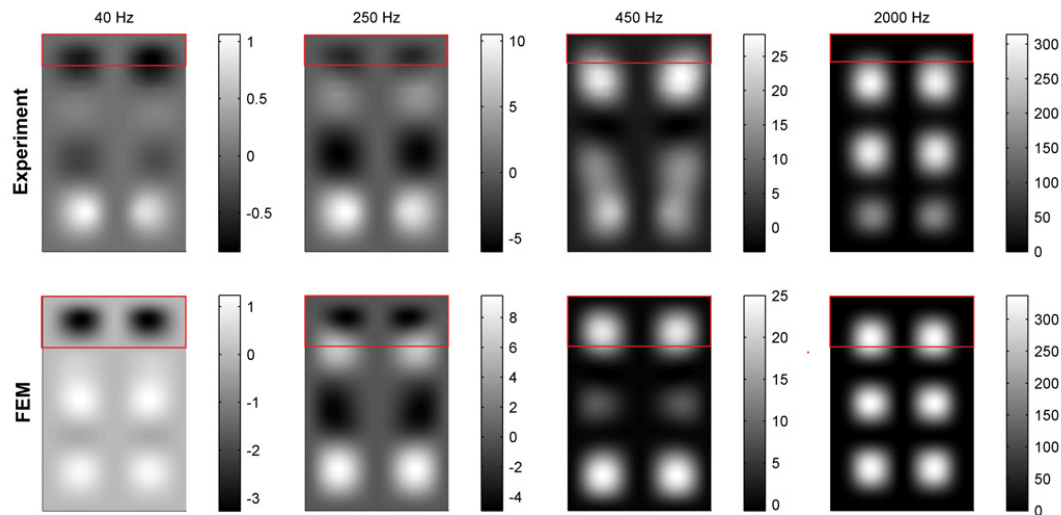


Abbildung 7.46.: Schallintensitätsverteilungen der gemessenen und simulierten 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 1

im Bereich mit der zusätzlichen Dämpfung die Intensitätssenken stark ausprägt sind. Dadurch reduziert sich die schallabstrahlende Fläche mit positiven Intensitätsquellen, weshalb sich auch die Maximalwerte der Intensität verringern. Dies führt dazu, dass in Korrelation mit den Ergebnissen der Parameterstudie in Abbildung 6.20 der Abstrahlgrad der 1×1 -Schwingform reduziert wird.

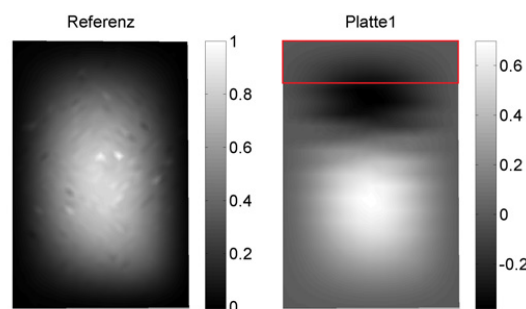
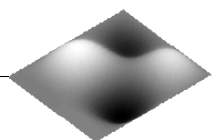


Abbildung 7.47.: Berechnete Schallintensitäten der gemessenen 1×1 -Schwingform der Referenzplatte und der Platte 1 bei 68 Hz

7.6.4. Richtcharakteristik der gemessenen Schwingformen

Die Beschaffenheit des Schalldruckfeldes, welches von den Schwingformen der Platte abgestrahlt wird, ist direkt von der räumlichen Verteilung der Intensitätsquellen und -senken abhängig. In Abschnitt 6.5 wurden mit Hilfe der Simulationsmodelle die wesentlichen Auswirkungen der Eigenvektorkomplexität auf die Richtcharakteristik des Schallfeldes beschrieben. Auf Basis der in den Abschnitten 7.6.1 bis 7.6.3 bereits betrachteten gemessenen Betriebsschwingformen werden diese Kernaussagen nun verifiziert. Dadurch, dass die direkte Messung des dreidimensionalen Schalldruckfeldes mit einer ausreichenden räumlichen Auflösung, z. B. auf einer Halbkugel, mit einem nicht zu bewältigenden Aufwand verbunden ist, muss der akustische Pfad durch die Elementarstrahlertheorie abgebildet werden.



Die erste Schlussfolgerung aus dem Simulationskapitel besagt, dass komplexe Schwingformen, die als Monopolstrahler agieren und mit $m = 1$ ein einziges Amplitudenmaximum in die Hauptrichtung der laufenden Wellen aufweisen, den Monopolcharakter beibehalten. Dabei neigen sich die Haupt- und Nebenkeulen des Schallfeldes in die Richtung der laufenden Biegewellen. Diese Aussagen lassen sich anhand der gemessenen 1×1 -Schwingform der Platte 1, die bereits in Abbildung 7.47 betrachtet wurde, bestätigen. Abbildung 7.48 zeigt die Schalldruckverteilung dieser Schwingform für drei unterschiedliche Frequenzen auf einer Halbkugel mit 3 m Radius. Bei allen gezeigten Frequenzen ist zu sehen, dass die Hauptkeule des Schalldruckfeldes in die Richtung der laufenden Wellen gekippt und das Monopolstrahlerverhalten beibehalten wird. Dieses Ergebnis bestätigt die Aussage aus der Simulation in Abbildung 6.38.

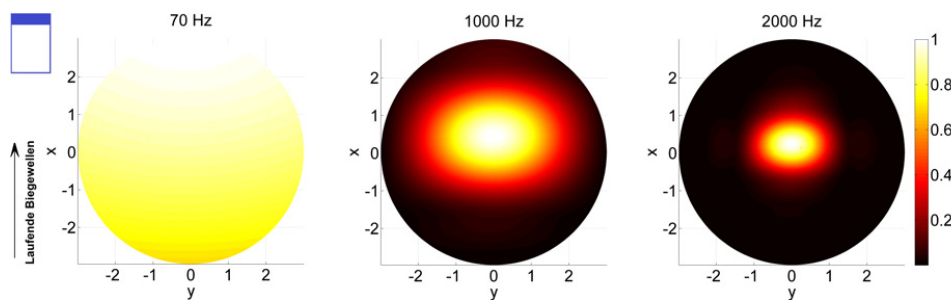


Abbildung 7.48.: Richtcharakteristik der gemessenen 1×1 -Schwingform, Platte 1

Bei ungeraden Schwingformen mit einer Ordnungszahl von $m > 1$ sollte, laut der Aussage aus der Simulation, das Schalldruckfeld bei tiefen Frequenzen in die entgegengesetzte Richtung zu den laufenden Biegewellen geneigt sein. Bei höheren Frequenzen kehrt sich das Verhalten um und die Haupt- und Nebenkeulen verschieben sich in Richtung der laufenden Wellen. Dies lässt sich auch anhand der Schalldruckverteilungen der gemessenen komplexen 3×2 -Schwingform der Platte 1 in Abbildung 7.49 beobachten. Während bei 70 Hz das Schallfeld des Dipols entgegengesetzt zur Richtung der laufenden Wellen geneigt ist, verschieben sich die Schalldruckmaxima bei höheren Frequenzen wieder in die Richtung der laufenden Wellen. Genau dieses Verhalten wurde auf Basis der ähnlichen simulierten komplexen Schwingform in Abbildung 6.40 identifiziert.

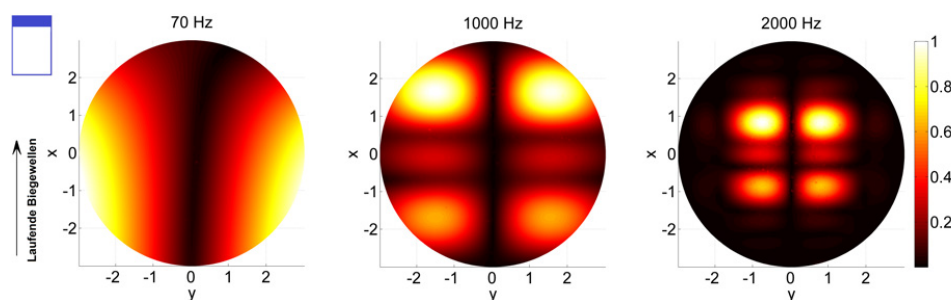


Abbildung 7.49.: Richtcharakteristik der gemessenen 3×2 -Schwingform, Platte 1

Eine weitere Schlussfolgerung aus dem Kapitel 6.5 und Abbildung 6.36 besagt, dass die geraden Schwingformen mit einem Quadrupolverhalten, wie die 2×2 und 4×4 , bei Anwesenheit laufender Wellenanteile in eine der beiden Plattendimensionen ihren Richtcharakter zu einem Dipol ändern. Die Verifikation dieser Beobachtung anhand der gemessenen 2×2 -

Schwingform ist in Abbildung 7.50 dargestellt. Zu sehen ist, dass sich der typische Quadrupolcharakter der gezeigten Schwingform bei tiefen Frequenzen zum Dipol umwandelt. Die Verschiebung der Schalldruckmaxima in die Richtung der laufenden Wellen ist ebenfalls zu beobachten.

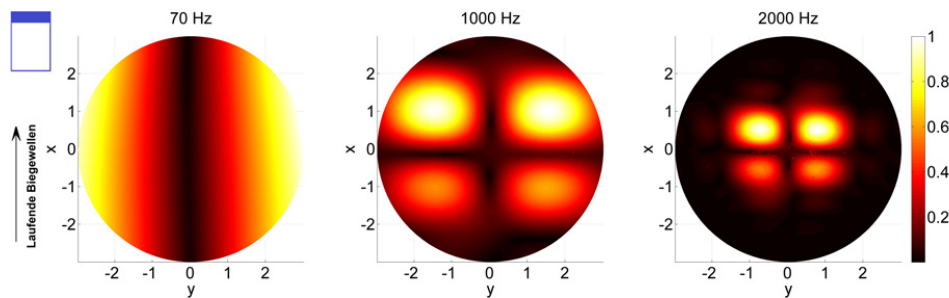


Abbildung 7.50.: Richtcharakteristik der gemessenen 2×2 -Schwingform, Platte 1

Anhand der Abbildung 6.43 in Abschnitt 6.5.2 wurde gezeigt, dass die Platten mit unsymmetrischer Dämpfungsverteilung, wie die experimentell untersuchte Platte 4, bei tiefen Frequenzen ihr Verhalten stets zu einem Monopolstrahler ändern. Damit werden durch die Präsenz diagonal laufender Wellen ineffiziente Dipol- und Quadrupolstrahler zu effizienten Monopolstrahlern verändert. Abbildung 7.51 zeigt diesen Zusammenhang exemplarisch anhand der gemessenen Schwingform 4×4 der unsymmetrisch bedämpften Platte 4. Bei einer Frequenz von 70 Hz ist zu sehen, dass der ursprüngliche Quadrupolstrahler zu einem Monopolstrahler umgewandelt wird. Weiterhin lässt sich feststellen, dass bei hohen Frequenzen das Schalldruckmaximum diagonal in Richtung des dämpfenden Randes verschoben wird.

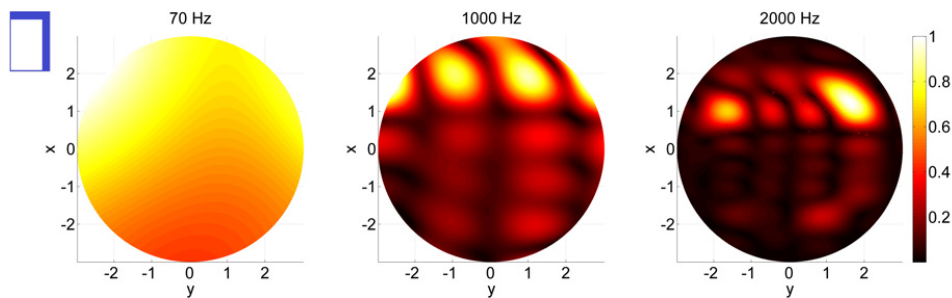
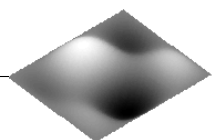


Abbildung 7.51.: Richtcharakteristik der gemessenen 4×4 -Schwingform, Platte 4

Die hier gezeigte Analyse des abgestrahlten Schallfeldes der gemessenen Betriebsschwingformen adressiert die in Abschnitt 6.5.3 getroffenen Aussagen. Es wurde zwar keine detaillierte Schalldruckmessung für die einzelnen komplexen Schwingformen unternommen, dennoch erlaubt die validierte Elementarstrahlertheorie belastbare Aussagen. Mit Hilfe einiger ausgesuchter Schwingformen, welche einerseits ein hohes Maß an Komplexität und andererseits Real- und Imaginärwertverteilungen ähnlich zu den Simulationsergebnissen besitzen, lassen sich die Kernaussagen der Teilhypothese 2 verifizieren. Dazu gehört beispielsweise die Änderung des grundlegenden Charakters des Schallfeldes bei tiefen Frequenzen sowie die Neigung der Haupt- und Nebenkeulen in die Richtung der laufenden Wellen.



7.6.5. Kreuzkopplungseffizienzen der experimentellen Eigenformen

Nach der Verifikation der akustischen Metriken der einzelnen Schwingformen im Rahmen der Teilhypothesen 1 und 2 beschäftigt sich dieser Abschnitt mit den Einflüssen inhomogener Dämpfung auf die Kreuzkopplungseffizienzen. Generell beschreibt diese Größe eine konstruktive oder destruktive Beeinflussung des Abstrahlgrades einzelner Eigenformen untereinander bei einer multimodalen Schwingungsantwort der Platte und spielt besonders im Frequenzbereich zwischen den Resonanzen eine große Rolle. In Kapitel 6.6 wurden die Kreuzkopplungseffizienzen komplexer Eigenformen mit Hilfe der Simulation untersucht. Dabei stellte sich heraus, dass die Kreuzkopplungen komplexer Eigenformen ebenfalls komplex sind, weshalb der konstruktive oder destruktive Charakter der gegenseitigen Beeinflussung von den Phasenwinkeln der einzelnen modalen Koordinaten abhängig ist. Das wichtigste Ergebnis aus der Simulation war jedoch die Tatsache, dass die Änderung der Kreuzkopplungseffizienzen infolge der Eigenvektorkomplexität maßgeblich von den Symmetrieeigenschaften der Dämpfung abhängig ist. Es zeigte sich, dass besonders die unsymmetrische Dämpfungsverteilung (Platten der Gruppe D) zu einer signifikanten Erhöhung der Kreuzkopplung zwischen den meisten Eigenformen führt. Die experimentelle Verifikation dieser Aussagen ist das Ziel dieses Abschnittes. In den Schlussfolgerungen aus dem Simulationskapitel in 7.1 wurde bereits diskutiert, dass kein Verfahren existiert, das die direkte Messung der Kreuzkopplungseffizienzen ermöglicht. Deshalb muss auch hier auf die Elementarstrahlertheorie zurückgegriffen werden.

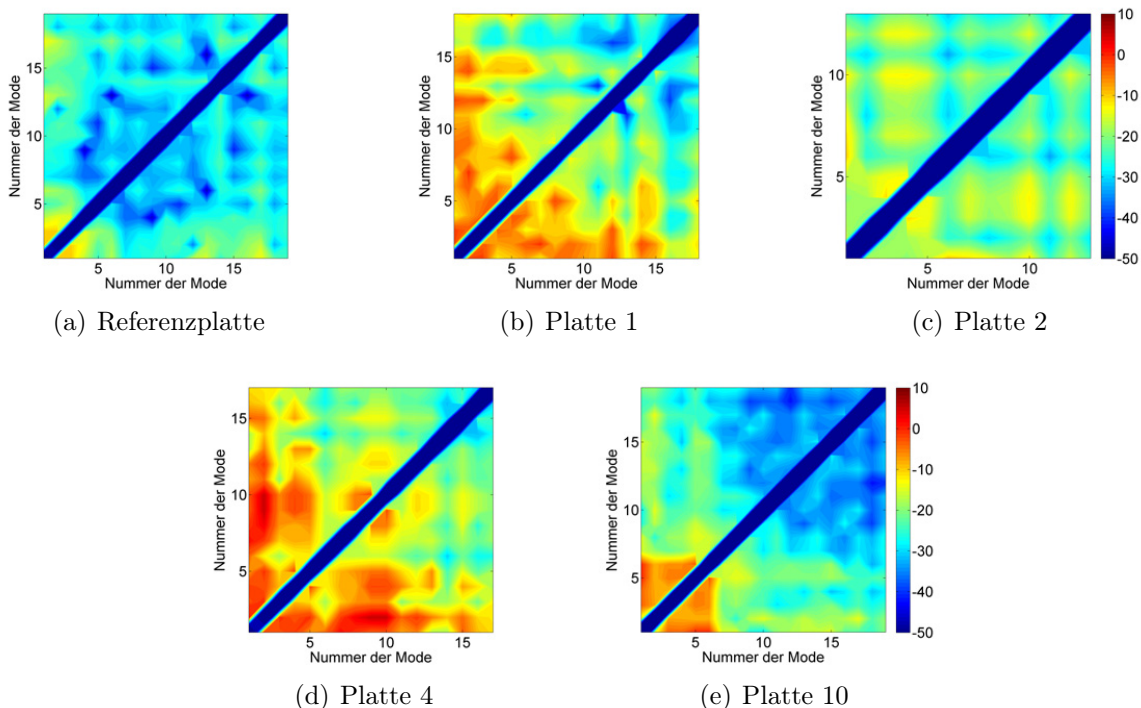


Abbildung 7.52.: Darstellung der Beträge der Kreuzkopplungseffizienzmatrizen experimentell ermittelter Eigenformen bei 400 Hz

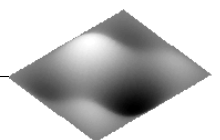
Um die Kreuzkopplungseffizienzen nach Gleichung 4.58 zu berechnen, wird ein Satz an Eigenformen benötigt. Dafür wurden bei den bisherigen Betrachtungen die Eigenformen aus der FEM-Modalanalyse verwendet. Nun sollen für die Verifikation der Simulationsergebnisse

die experimentell ermittelten Eigenformen betrachtet werden. Die einzige Möglichkeit, die sich im Rahmen dieser Arbeit bietet, ist die Verwendung der experimentell identifizierten Eigenformen aus dem Kapitel 7.5. Die dort erhaltenen Datensätze der unterschiedlichen Plattenkonfigurationen beinhalten bis zu 20 Eigenwert- und Eigenvektorraare. Problematisch dabei ist allerdings die Tatsache, dass deren Identifikation mit einigen Herausforderungen verbunden war, weshalb deren Validität nicht eindeutig ist. Dennoch wird anhand dieser Datensätze versucht, die wichtigsten Aussagen bezüglich der Kreuzkopplungseffizienzen komplexer Schwingformen zu prüfen.

Entsprechend der Darstellung im Diagramm 6.48 zeigt Abbildung 7.52 die Beträge der Kreuzkopplungsmatrizen der unterschiedlichen Platten, berechnet aus den experimentell identifizierten Eigenformen, wobei auch hier die Frequenz von 400 Hz betrachtet wird. Die dominierenden diagonalen Elemente der Eigeneffizienzen werden ebenfalls aus der Darstellung ausgeblendet. Im Vergleich zu den Ergebnissen auf Basis der FEM-Eigenformen in 6.48 lässt sich zunächst anhand der hellen Farbe die wesentlich höhere Kreuzkopplung der experimentell ermittelten Eigenformen feststellen. Selbst die Referenzplatte ohne Zusatzdämpfung zeigt hier kein so eindeutiges Bild wie das Ergebnis in Abbildung 6.48. Dort gibt es stark ausgeprägte „Kopplungsinseln“ zwischen den Eigenformen ähnlicher Ordnungszahlen (gerade oder ungerade Paare). Der Rest der Einträge der FEM-Kreuzkopplungsmatrix ist nahezu null. Der Grund für die Diskrepanz der Ergebnisse aus der FEM und Messung liegt vor allem darin, dass die experimentell identifizierten Eigenformen nicht perfekt symmetrisch sind. Weiterhin ist wichtig, dass sie zwar schwach, aber dennoch komplex sind. Dies führt dazu, dass die konträren Eigenschaften einzelner Eigenformen schwinden und die Kopplung zwischen ihnen allgemein zunimmt.

Die Betrachtung der Matrizen der inhomogen bedämpften Platten 1, 2, 4 und 10 zeigt im Vergleich zur Referenzplatte eine verstärkte Kreuzkopplung der komplexen Eigenformen. Diese Beobachtung entspricht der Erwartung aus der Simulation, nach der die laufenden BiegeWellen die konträren Eigenschaften der Eigenformen verschmieren und damit die Kreuzkopplungseffizienzen erhöhen. Die entscheidende Ähnlichkeit der hier gezeigten Ergebnisse zur Simulation besteht darin, dass die zweifach symmetrische Dämpfungsverteilung der Platte 2 die geringsten Kreuzkopplungen unter den inhomogen bedämpften Platten aufweist, gefolgt von den Platten 1 und 10 mit einfachsymmetrischer und punktsymmetrischer Dämpfungsconfiguration. Abschließend zeigt die Platte 4 mit der unsymmetrischen Verteilung der Zusatzdämpfung die größten Kreuzkopplungen zwischen den Eigenformen. Dieses Ergebnis korreliert mit der Kernaussage aus der Simulation und signalisiert deshalb die Richtigkeit der angestellten Schlussfolgerungen.

Eine weitere Beobachtung anhand der simulierten Eigenformen in Abschnitt 6.6 bezieht sich auf die Komplexwertigkeit der Kreuzkopplungseffizienzen inhomogen bedämpfter Platten. Auch die experimentellen Ergebnisse bestätigen dies, wie in Abbildung 7.53 zu sehen ist. In Anlehnung an Abbildung 6.47 illustriert der linke Teil des Diagramms die Ortskurven für die Paarung der 1×1 - und 3×1 -Eigenformen. Wie erwartet, zeigt die Referenzplatte im Experiment eine annähernd reelle Kreuzkopplungseffizienz zwischen diesen Eigenformen. Die Platten 1 und 4 zeigen dagegen einen komplexen Verlauf der Kreuzkopplungen, ähnlich zur Abbildung 6.47. Im rechten Teil der Abbildung 7.53 zeigt sich, dass die ursprünglich vernachlässigbare Kopplung zwischen den Eigenformen 1×1 und 2×2 der Referenzplatte bei Anwesenheit von Dämpfungsinhomogenitäten signifikant ansteigt. Dieses Ergebnis stützt die Aussagen aus der Simulation in Abbildung 6.49.



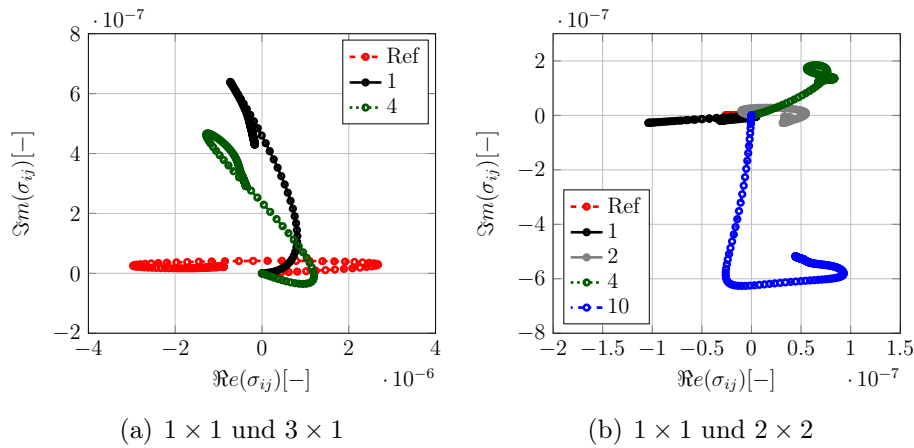


Abbildung 7.53.: Ortskurven der Kreuzkopplungseffizienzen der identifizierten Schwingungseigenformen der Platten

Demzufolge lässt sich selbst bei Verwendung nicht optimaler Ergebnisse aus der experimentellen Modalanalyse anhand der Kreuzkopplungseffizienzen eine Korrelation zu den Schlussfolgerungen aus den Simulationskapiteln ableiten. Von besonderem Interesse sind dabei die Aussagen über die Variationen zwischen den Plattenkonfigurationen mit unterschiedlicher Dämpfungssymmetrie, wonach die unsymmetrische Dämpfungsverteilung den größten Einfluss auf die Kreuzkopplungseffizienzen komplexer Eigenformen besitzt.

7.6.6. Abstrahlgrade und Schalleistungen der Platten

Im letzten Teil der experimentellen Verifikation der Simulationsergebnisse geht es um die Bestandteile der Teilhypothese 3, konkret um die abgestrahlte Schalleistung und den Gesamtabstrahlgrad der Platte. In Abschnitt 6.7 wurde der Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf die Schalleistung und den Gesamtabstrahlgrad mit Hilfe der Simulation untersucht. Dabei wurde festgestellt, dass zwei Größen bei der Analyse der Abstrahlcharakteristik inhomogen bedämpfter Platten von entscheidender Bedeutung sind. Zum einen ist es der Dämpfungsgrad, der die Höhe der Strukturresonanzen beeinflusst, und zum anderen ist es die Eigenvektorkomplexität. Es hat sich gezeigt, dass der Dämpfungsgrad den dominierenden Einfluss auf die globalen akustischen Metriken hat und somit die in dieser Arbeit zentral thematisierte Auswirkung der Eigenvektorkomplexität überdeckt. Mit Hilfe der Simulation war es möglich, eine rein theoretische Trennung dieser beiden Effekte vorzunehmen und den Einfluss der reinen Eigenvektorkomplexität zu betrachten. Demnach zeigen die untersuchten Platten eine Variabilität der Schalleistungen und der Abstrahlgrade infolge der reinen Komplexität im Bereich von lediglich wenigen Dezibel. Dieser Einfluss kann auch 5 dB bis 10 dB erreichen, wenn die Platten sehr klein und weich sind, wodurch die Eigenfrequenzen weit unterhalb der Koinzidenz liegen und dadurch ihren Abstrahlgrad stärker ändern.

Bei den Schlussfolgerungen aus der theoretischen Untersuchung wurde in Abschnitt 7.1 auf die Schwierigkeiten der experimentellen Betrachtung der Schalleistungen und der Gesamtabstrahlgrade hingewiesen. Die Wichtigste davon ist die Tatsache, dass im Labor die Trennung zwischen den primären Einflüssen der Dämpfung und sekundären Effekten der Eigenvektorkomplexität nicht möglich ist. Weiterhin ist es nicht möglich, mit einem vertretbaren Aufwand den Gesamtabstrahlgrad nach der Definition im Kapitels 4.4.10 zu messen.

Dafür müsste ein Mittelwert aus einer Vielzahl von Messungen mit unterschiedlichen Anregungspositionen gebildet werden. Das Endergebnis würde dabei dennoch die überlagerten Einflüsse der Dämpfungskopplung und der Eigenvektorkomplexität aufzeigen. Trotz der genannten Schwierigkeiten sollen die gemessenen Schallleistungen und die Abstrahlgrade bei einer einzelnen Punktkraftanregung betrachtet werden, um den Einfluss der inhomogenen Dämpfung zu visualisieren. Dafür zeigt Abbildung 7.54 die abgestrahlte Schallleistung der untersuchten Platten, gemessen mit der Schallintensitätsmesssonde unter Punktkraftanregung.

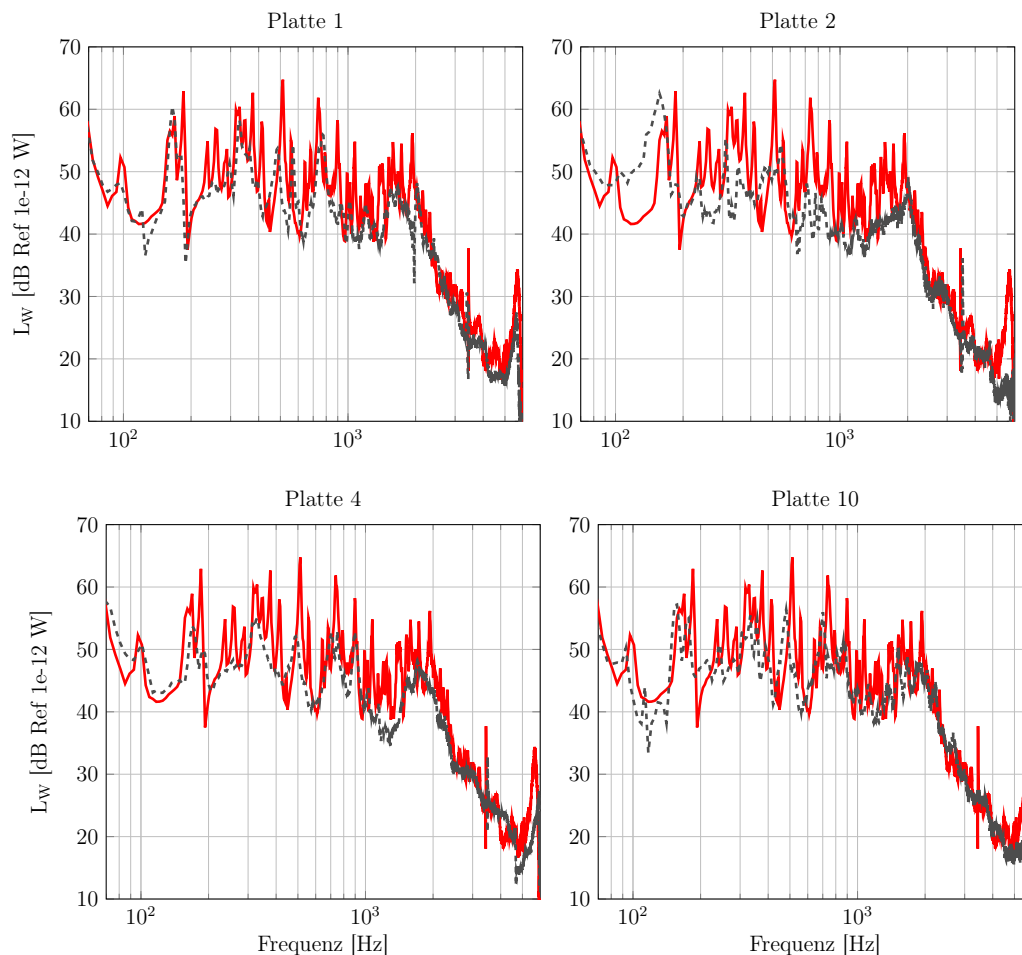
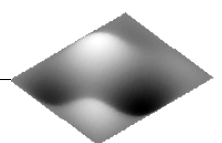


Abbildung 7.54.: Gemessene Schallleistungen der Referenzplatte (—) und der inhomogen bedämpften Platten (---)

Alle Platten mit applizierter Zusatzdämpfung zeigen, wie erwartet, deutlich geringere Schallleistungspegel als die Referenzplatte. Die Platten 1 und 10 mit etwas geringerer Fläche der Dämpfungsmaßnahmen als die Platten 2 und 4 haben dementsprechend höhere Schallleistungen im Bereich der Strukturresonanzen. Zusammenfassend ist festzustellen, dass sich aus den gezeigten Verläufen der Schallleistung keine zuverlässige Information über den Einfluss der entstehenden komplexen Betriebsschwingformen gewinnen lässt.

Abbildung 7.55 zeigt die experimentell ermittelten Abstrahlgrade der untersuchten Platten unter Punktkraftanregung. Die Abstrahlgrade werden nach Gleichung 4.52 aus der gemessenen Schallleistung W und den LSV-Schnellen v_n ermittelt.



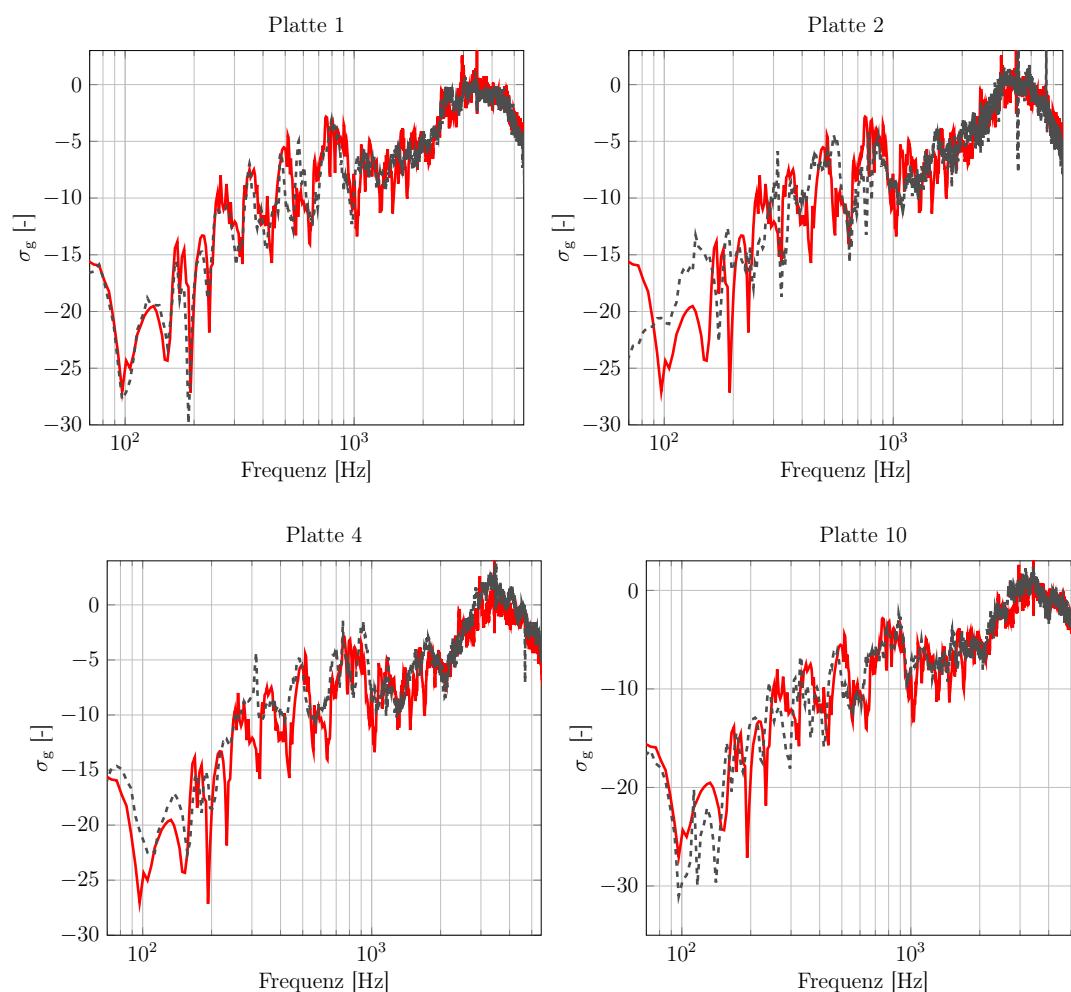


Abbildung 7.55.: Abstrahlgrade der Referenzplatte (—) und der inhomogen bedämpften Platten (---)

Alle Platten mit Zusatzdämpfung zeigen aufgrund der erhöhten Dämpfungskopplung und der damit verbundenen Entstehung abstrahleffizienter Betriebsschwingformen einen höheren Abstrahlgrad als die Referenzplatte. Dieser Effekt ist in Abschnitten 4.4.10 und 6.7.3 ausführlich diskutiert. Auch hier zeigen die Platten 2 und 4 mit größerer Dämpfungsfläche entsprechend höhere Abstrahlgrade. Ähnlich wie bei der Betrachtung der Schalleistungen lässt sich in diesen Verläufen nur der dominierende Einfluss der Strukturdämpfung beobachten.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die experimentelle Betrachtung der abgestrahlten Schalleistung und der Gesamtabstrahlgrade keine Schlussfolgerungen bezüglich der Thesen aus dem Kapitel 6.7 erlaubt. Der dominante Effekt der Strukturdämpfung verhindert Aussagen über den Einfluss der Komplexität der Schwingformen auf die Schalleistung und den Gesamtabstrahlgrad. Deshalb können die aufgestellten Thesen bezüglich des Einflusses komplexer Eigenformen auf die Schalleistung und den Gesamtabstrahlgrad lediglich durch theoretische Betrachtungen analysiert werden.

8. Zusammenfassung und Ausblick

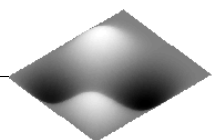
8.1. Zusammenfassung

Das Ziel der vorliegenden Dissertation ist die Aufklärung der Schallabstrahlcharakteristik komplexer Schwingungseigenformen, welche durch die Anwesenheit einer inhomogenen Dämpfungsverteilung auftreten können. Im Mittelpunkt der Arbeit steht die phänomenologische Betrachtung der Einflüsse der Eigenvektorkomplexität in Form von laufenden Biegewellenanteilen auf die akustischen Indikatoren. Dazu gehören vor allem der modale Abstrahlgrad, die Verteilung der Schallintensität, das abgestrahlte Schallfeld und die globalen Größen wie die Schalleistung und der Gesamtabstrahlgrad der Platte.

Die Arbeit unterteilt sich in zwei wesentliche Bestandteile. Zum einen ist es die ausführliche Behandlung der Themen mit Hilfe der Simulation und zum anderen ist es die Validierung einiger zentraler Aspekte im Experiment. Die Modellbildung beinhaltet hauptsächlich die numerische oder analytische Erzeugung komplexer Schwingformen sowie eine Vielzahl an akustischen Verfahren, welche Einblicke in die adressierten Metriken der Teilhypothesen erlauben. Zur Charakterisierung komplexer Schwingformen wurde eine neuartige Metrik in Form des reziproken Stehwellenverhältnisses (SWR) eingeführt, welches wichtige Informationen im Hinblick auf die Beeinflussung akustischer Größen liefert. Dazu gehört vor allem die Richtung der laufenden Biegewellen in komplexen Eigenformen.

Der experimentelle Teil der Arbeit gliedert sich in die vibroakustische Vermessung der Testplatten, die Anwendung der Methoden der modalen Parameteridentifikation sowie die gezielte Anregung und akustische Vermessung einzelner komplexer Schwingformen. Dadurch, dass ein Teil der zu verifizierenden Indikatoren entweder gar nicht oder mit einem nicht vertretbaren Aufwand messtechnisch erfassbar ist, muss bei der Verifikation der Forschungshypothesen auf die validierte Elementarstrahlertheorie zurückgegriffen werden. Diese erlaubt auf Basis der gemessenen komplexen Schwingformen die Betrachtung solcher Größen wie den Kreuzkopplungseffizienzen und der Richtcharakteristik des abgestrahlten Schallfeldes.

Bei der Analyse der Effekte laufender Wellen auf den modalen Abstrahlgrad im Rahmen der Teilhypothese 1 hat sich gezeigt, dass Eigenformen unterschiedlicher Ordnungszahlen auf unterschiedliche Weise durch die Präsenz der komplexen Anteile beeinflusst werden [119], [118]. Abhängig von der dominanten Richtung der laufenden Wellen, die z. B. durch die räumliche Verteilung der reziproken SWRs angezeigt wird, verringert oder erhöht sich der Abstrahlgrad unterhalb der Koinzidenzfrequenz. Laufen die Biegewellen in Richtung der ungeraden Ordnungszahl der Eigenform, so verringert sich der Abstrahlgrad in annähernd linearer Abhängigkeit von der reziproken SWR. Wenn bei geraden-ungeraden Eigenformen die Biegewellen in Richtung der geraden Ordnung laufen, erhöht sich der Abstrahlgrad deutlich hin zu tiefen Frequenzen, was durch die deutliche Erhöhung der Volumenverschiebung und damit auch der Kopplung in die erste Abstrahlmode begründet werden kann. Im Gegensatz dazu bleibt bei den geraden-geraden Eigenformen die Volumenverschiebung gleich



null. Dennoch erhöht sich auch bei dieser Gruppe der Eigenformen der Abstrahlgrad aufgrund einer verbesserten Kopplung in die zweite oder dritte Abstrahlmode. Die schwach abstrahlenden, geraden Eigenformen reagieren sensitiver auf die Präsenz laufender Wellen und erreichen bei der reziproken SWR von $e = 0.25$ bereits eine Steigerung des Abstrahlvermögens von 70 % des Endwertes bei $e = 1$. Die inhomogene Dämpfung verursacht meistens nicht nur laufende Wellen, sondern auch eine gewisse Verzerrung der symmetrischen Amplitudenverteilung der Eigenformen. Die Wirkung dieser beiden Effekte wurde mit Hilfe des neu eingeführten analytischen Modells getrennt und es hat sich gezeigt, dass im Vergleich zur Eigenvektorkomplexität der Einfluss der Amplitudenumverteilung eine untergeordnete Rolle spielt [115]. Zusammenfassend ist über die Änderung modaler Abstrahlgrade unterhalb der Koinzidenzfrequenz festzustellen, dass die laufenden Wellen meistens eine deutliche Erhöhung des Abstrahlvermögens akustisch ineffizienter, gerader Platteneigenformen von bis zu 40 dB verursachen. In seltenen Fällen ist bei sehr hohen Anteilen laufender Wellen von $e > 0.5$ für ungerade Eigenformen eine Abstrahlgradminderung von einigen Dezibel zu beobachten. Damit kann die Teilhypothese 1, nach der die Komplexität einen Einfluss auf den modalen Abstrahlgrad der Eigenformen hat, als erwiesen betrachtet werden.

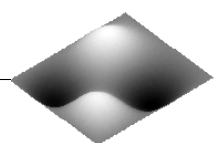
Die Untersuchungen der Schallintensitätsverteilung unterhalb der Koinzidenzfrequenz im Rahmen der Teilhypothese 2 haben gezeigt, dass die laufenden Wellen die destruktiven Kurzschlusseffekte im Nahfeld signifikant stören. Wird diese Störung mit einer gleichzeitigen Vergrößerung der Volumenverschiebung, wie im Fall gerader Moden, überlagert, so ergibt sich die bereits erwähnte hohe Sensitivität des Abstrahlgrades dieser Eigenformen gegenüber der Präsenz komplexer Anteile. Eine weitere wichtige Erkenntnis ist, dass es bei komplexen Schwingformen zu einer zum Teil signifikanten Umverteilung der Schallintensitätsquellen und -senken kommt. Dies führt dazu, dass das typische Ecken- und Randstrahlerverhalten der Platteneigenformen deutlich verändert wird. Dabei verlagern sich die Senken in die Bereiche mit erhöhter Dämpfung und die Quellen in den restlichen Teil der Platte, wo laufende Biegewellen das dynamische Verhalten dominieren. Aus dieser Umverteilung der Quellen und Senken resultiert auch die Änderung des abgestrahlten Schalldruckfeldes der komplexen Schwingformen. Insbesondere bei tiefen Frequenzen unterhalb von 5 % der Koinzidenzfrequenz kommt es zu einer Veränderung des typischen Monopol-, Dipol- und Quadrupolstrahlercharakters. Ob sich dabei z. B. ein Dipol zum Monopol oder ein Quadrupol zum Dipol ändert, ist wiederum abhängig von der Ordnung der Eigenform und der dominanten Laufrichtung von Biegewellen. Auch hier zeigt sich, dass gerade Eigenformen besonders sensitiv auf die Präsenz komplexer Anteile reagieren. Damit bestätigt sich die Behauptung der Teilhypothese 2, nach der die laufenden Wellen zu einer Umverteilung akustischer Quellen und Senken sowie des abgestrahlten Schallfeldes führen.

Dadurch, dass die Dynamik von Platten in der Realität selten von einzelnen, sondern von einer Vielzahl von Eigenformen dominiert wird, sind die Auswirkung der Eigenvektorkomplexität auf die abgestrahlte Schallleistung und den Gesamtabstrahlgrad der Platte von großer Bedeutung und werden in der Teilhypothese 3 adressiert. Der Einfluss inhomogener Dämpfung auf die Schallleistung setzt sich aus drei wesentlichen Komponenten zusammen. In der Nachbarschaft der Strukturresonanzen, wo die Platte annähernd in ihren Eigenformen schwingt, spiegelt sich der Effekt der Komplexität in den bereits diskutierten modalen Abstrahleffizienzen wider. Außerhalb der Resonanzen spielen die Kreuzkopplungseffizienzen zwischen den benachbarten Eigenformen eine wichtige Rolle. Es wurde gezeigt, dass die laufenden Wellen die konträren Eigenschaften reeller Moden verschmieren, sodass sich die Kreuzkopplungen zwischen den Eigenformen erhöhen. Der Einfluss auf die abgestrahlte

Schallleistung in Form der genannten modalen Abstrahlgrade und der Kreuzkopplungseffizienzen ist dennoch dem dominierenden Effekt der Strukturdämpfung untergeordnet. Die durch die reine Eigenvektorkomplexität bedingte Änderung der Schallleistung und des Gesamtabstrahlgrades der Platte beläuft sich für den untersuchten Fall auf weniger als 3 dB. Die Einflüsse aus der reinen Strukturdämpfung können dagegen zu einer Variation der genannten Größen von bis zu 10 dB führen. Der Grund dafür liegt einerseits darin, dass die signifikanten Abstrahlgradänderungen komplexer Eigenformen nur bei sehr tiefen Frequenzen unterhalb von 5 % der Koinzidenz zu erwarten sind, und andererseits sind von diesen Änderungen in erster Linie die schwach abstrahlenden geraden Moden betroffen, die sowieso weniger zur Gesamtschallleistung beitragen. Dieser geringe Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf die akustischen Leistungsgrößen der Platte kann höher ausfallen, wenn der Frequenzabstand zwischen den Eigenfrequenzen und der Koinzidenzfrequenz größer wird. Als Schlussfolgerung zur Teilhypothese 3 kann gesagt werden, dass besonders bei sehr weichen, dünnwandigen Platten (tiefe Eigenfrequenzen) mit kleinen Abmessungen (kleine Biegewellenlängen und damit großer Abstand zur Koinzidenzfrequenz) die Präsenz laufender Wellen eine größere Bedeutung für die abgestrahlte Schallleistung und den Gesamtabstrahlgrad hat.

Den Bezug zur Anwendung stellt die Teilhypothese 4 her, die den Zusammenhang zwischen den bisher genannten Einflüssen und einigen praxisrelevanten Dämpfungsverteilungen beschreibt. Es wurden insgesamt zwölf verschiedene Dämpfungskonfigurationen abgeleitet, welche den Großteil möglicher Anwendungsfälle abdecken sollen. Dabei wurde eine Unterscheidung nach der Form des dämpfenden Bereiches (z. B. Rand oder Fläche) und der Symmetriebedingung (einfach, zweifach, punktsymmetrisch oder unsymmetrisch) vorgenommen. Eines der wichtigsten Ergebnisse dieser Dissertation ist die Feststellung, dass der Einfluss der Eigenvektorkomplexität auf die Schallabstrahlcharakteristik der entstehenden Eigenformen hauptsächlich von der Art der Symmetrie der räumlichen Dämpfungsverteilung abhängig ist. Demnach zeigen Platten mit zweifach symmetrischer Dämpfungskonfiguration kaum Einflüsse auf alle Metriken der Teilthesen 1 bis 3. Im Fall einfacher und punktsymmetrischer Verteilung werden einige, hauptsächlich gerade Eigenformen in ihrem Verhalten signifikant beeinflusst. Die größte Beeinflussung des Abstrahlverhaltens komplexer Eigenformen ist bei unsymmetrischer Dämpfungsplatzierung zu erwarten. Deshalb bestätigt sich die Aussage der Teilhypothese 4, nach der die geometrische Verteilung der Dämpfung einen entschiedenen Einfluss auf das Abstrahlverhalten komplexer Eigenformen hat.

Die bisher genannten Resultate zu den einzelnen Teilthesen sind vor allem mit Hilfe theoretischer Analysen auf Basis der Simulationsmodelle entstanden. Diese Betrachtungen erlauben tiefe Einblicke in die Phänomene der Schallabstrahlung und stellen den Kern der Arbeit dar. Nur mit Hilfe der hier verwendeten Methoden war es möglich, beispielsweise die Effekte der Amplitudenumverteilung und der Komplexität zu trennen, die Grenzfälle der Schwingformen mit rein laufenden Wellen zu betrachten oder die Einflüsse der Dämpfungskonfigurationen auf die Kreuzkopplungseffizienzen zu verstehen. Weiterhin konnte bei der Betrachtung der Schallleistung und des Gesamtabstrahlgrades nur mit Hilfe der Simulation der dominierende Einfluss der Strukturdämpfung ausgeblendet werden, um die Effekte der reinen Eigenvektorkomplexität zu quantifizieren. Im experimentellen Teil der Arbeit sollten die Kernaussagen aus der Simulation möglichst vollständig verifiziert werden. Dabei galt es, einige Herausforderungen zu bewältigen, wie die gezielte Erzeugung komplexer Schwingformen mit bestimmten Eigenschaften und dabei geringer Dämpfungskopplung. Weiterhin erwies sich die Anwendung der Methoden experimenteller Modalanalyse auf Systeme mit hoher Strukturdämpfung und komplexen Eigenformen als wenig robust. Dennoch gelang es,



anhand von experimentell ermittelten Schwingformen sowie akustischen Messungen, komplettiert mit der Elementarstrahlertheorie, die wichtigsten Bestandteile der Teilhypothesen unter Beweis zu stellen. Im Ergebnis dieser Betrachtung konnten alle Kernaussagen der Forschungshypothesen verifiziert werden [117].

Im abschließenden Teil der Zusammenfassung wird der Bezug auf einige wichtige Fragestellungen aus dem Kapitel 2 zur Motivation der Arbeit genommen. Eine der Fragen war, ob es wichtig sei die komplexen Eigenformen im Berechnungsprozess zur Auslegung lärmarmen Strukturen zu berücksichtigen. Trotz der Tatsache, dass die meisten Effekte bei sehr tiefen Frequenzen deutlich unterhalb der Koinzidenzfrequenz zum Tragen kommen, ist die Berücksichtigung komplexer Schwingungseigenformen wichtig für akkurate Vorhersagen schallrelevanter Designparameter. Dazu gehören die Abstrahlgrade der Moden oder der Plattenstruktur, die Verteilungen der akustischen Lärmquellen und letztendlich die abgestrahlte Schallleistung. Dies gilt insbesondere für einfach symmetrische oder unsymmetrische Dämpfungsanordnungen, welche vielleicht durch bestimmte konstruktive Maßnahmen oder Randbedingungen entstehen können. Wichtig ist, sofern die Platzierung von Dämpfungsmaßnahmen nach konventionellen Methoden auf Basis der modalen Dehnungen erfolgt, resultieren meistens zweifach symmetrische Verteilungen, die nach Aussage der Teilhypothese 4 keine Auswirkung auf das Abstrahlvermögen komplexer Moden haben. In diesem Fall ist die Berücksichtigung komplexer Eigenformen im Auslegungsprozess nicht zwingend notwendig und kann auf reelle Moden beschränkt werden.

Eine weitere, noch viel wichtigere Frage ist, ob die Eigenschaften komplexer Schwingungseigenformen im Sinne der Lärmminimierung gezielt ausgenutzt werden können. Als Antwort darauf zeigt diese Dissertation, dass falls die Komplexität der Eigenformen einen Einfluss auf die akustischen Indikatoren hat, dann ist dieser eher von negativem Charakter. Das heißt, dass eine leichte Reduktion der Abstrahlgrade effizienter ungerader Moden um einige Dezibel durch einen signifikanten Anstieg des Abstrahlvermögens ineffizienter gerader Eigenformen erkauft wird. Diese Aussage relativiert sich, wenn in Betracht gezogen wird, dass die Verringerung der Abstrahlgrade ungerader Moden annähernd im gesamten Frequenzbereich wirkt, die Steigerung der Abstrahleffizienz gerader Eigenformen jedoch nur bei sehr tiefen Frequenzen unterhalb von 5 % der Koinzidenz erfolgt. Demzufolge ist bei steifen und leichten Faserverbundstrukturen mit geringer Koinzidenzfrequenz und hoch angesiedelten Eigenfrequenzen kaum damit zu rechnen, dass die Steigerung der Abstrahlgrade gerader Eigenformen einen relevanten Einfluss auf die abgestrahlte Schallleistung hat. Weiterhin ist zu bedenken, dass aufgrund des primären Einflusses der reinen Strukturdämpfung und der damit verbundenen Reduktion von Schwingungsamplituden die Berücksichtigung der Eigenvektorkomplexität untergeordnet zu sein scheint. Ob und inwiefern die Charakteristik komplexer Moden im Optimierungsprozess der Dämpfungsmaßnahmen ausgenutzt werden kann, hängt vom konkreten Anwendungsfall ab. Generell kann aber hinsichtlich der geringen Schallabstrahlung das Optimum nur erreicht werden, wenn zum einen die Schwingungsamplituden minimal sind und zum anderen die Abstrahlgrade der entstehenden komplexen Schwingformen entweder nicht signifikant ansteigen oder sogar verringert werden. Für die Platzierung von Dämpfungsmaßnahmen heißt das, dass zweifach symmetrische Konfigurationen entstehen, wenn die Zielfunktion eine optimale Reduktion von Schwingungsamplituden nach den bekannten Ansätzen der modalen Dehnung oder der Strukturintensität in den Vordergrund stellt. Bei diesen zweifach symmetrischen Konfigurationen wird der Abstrahlgrad komplexer Schwingformen unbedeutend beeinflusst. In anderen Worten wird bei dieser Optimierung nur der Einfluss der Dämpfung bei gleichbleibendem Abstrahlgrad ausgenutzt.

In einem Auslegungsprozess, der neben der Optimierung der Dämpfungswirkung auch die Minimierung der Abstrahlgrade anstrebt, muss die Charakteristik komplexer Eigenformen definitiv berücksichtigt werden.

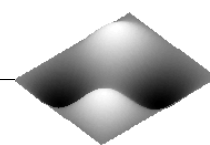
8.2. Ausblick

In der vorliegenden Dissertation wurde zum ersten Mal die Schallabstrahlung komplexer Eigenformen untersucht. Vor dem Hintergrund der dadurch gewonnenen Erkenntnisse lassen sich weiterführende wissenschaftliche Fragestellungen definieren. Neben einigen ungeklärten Details, die inhaltlich im Bereich der hier aufgestellten Teilhypothesen anzusiedeln sind, gibt es eine Reihe völlig neuer Fragen, die in Zukunft beantwortet werden sollten.

Einer der in den vorliegenden Untersuchungen offen gebliebenen Punkte ist die Auswirkung variabler räumlicher Verteilungen der reziproken SWR auf die Schallabstrahlung. Die wichtigste Herausforderung bei der Beantwortung dieser Frage liegt in der Definition sinnvoller SWR-Verteilungen, die aus komplizierteren Dämpfungsplatzierungen abgeleitet werden können. Im Rahmen dieser Dissertation wurden in den dämpfenden Bereichen konstante Dämpfungsgrade angenommen. Dies muss in der Realität nicht unbedingt der Fall sein, weil z. B. der Laminataufbau und damit die Dämpfung variieren können. Dies würde zu komplizierteren räumlichen Verteilungen laufender Wellen führen und hätte mutmaßlich weitere Auswirkungen auf die Schallabstrahlung. Ein weiterer offener Punkt bezieht sich auf die gezielte Anwendbarkeit komplexer Eigenformen bei der Optimierung von Dämpfungsplatzierungen. Von großem Interesse ist dabei der Vergleich einer Optimierung der Dämpferkonfigurationen nach konventionellen Verfahren und einer erweiterten Methodik mit Berücksichtigung komplexer Eigenformen und deren Abstrahlcharakteristika. Bei dieser Untersuchung könnten wertvolle Erkenntnisse bezüglich des Verbesserungspotentials von Dämpferplatzierungsalgorithmen mit akustischer Zielfunktion gewonnen werden.

Neben den oben genannten Fragen gibt es noch viele weitere Themen, die deutlich über den jetzigen Stand des Wissens hinausgehen. Eines ist die Betrachtung inhomogen bedämpfter Strukturen unter unterschiedlichen Anregungen. Dazu gehören beispielsweise diffuse Schallfelder, ebene akustische Wellen oder turbulente Grenzschichten (TBL). Die Analyse der Dynamik von Platten mit komplexen Schwingformen unter der Diffusfeldanregung würde Aufschluss über deren Schalldämmmaß geben, das eine hohe technische Relevanz besitzt. Die Präsenz laufender Anteile in den komplexen Eigenformen könnte einen signifikanten Einfluss auf die Einkopplung schräg einfallender Schallwellen in die Plattenstruktur haben. Das Gleiche gilt auch für die TBL, die durch ihren konvektiven Charakter eventuell eine bessere Einkopplung in inhomogen bedämpfte Platten mit komplexen Eigenformen aufweist.

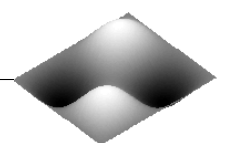
Weiterhin ist die Betrachtung komplexer Schwingungseigenformen in gekoppelten Fluid-Struktur-Systemen von Interesse. Dazu gehören z.B. akustische Kavitäten, umschlossen mit einer schwingenden Struktur. Diese Kopplung zwischen Strukturschwingungen und Innenakustik ist ein wichtiges Thema im Automobil- und Flugzeugbau. In diesem Zusammenhang werden oft Kopplungsfaktoren zwischen den Struktur- und den Fluideigenformen untersucht und im Sinne der geringeren, akustischen potentiellen Energie in der Kavität minimiert. Die komplexen Eigenformen der äußeren Struktur können möglicherweise durch das Vorhandensein laufender Wellenanteile schlechter in die stehenden Wellen des Fluids einkoppeln und so den Schalleintrag in den Innenraum reduzieren.



Literaturverzeichnis

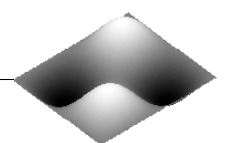
- [1] *ANSYS 14.0 Help, Mechanical APDL Theory Reference.* : *ANSYS 14.0 Help, Mechanical APDL Theory Reference*, 2011
- [2] ADHIKARI, S.: Optimal complex modes and an index of damping non-proportionality. In: *Mechanical systems and signal processing* 18 (2004), Nr. 1, S. 1–27
- [3] AHMADIAN, H. ; GLADWELL, GML ; ISMAIL, F.: Extracting real modes from complex measured modes. In: *Proceedings -SPIE The International society for optical engineering* SPIE INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICAL, 1995, S. 507–507
- [4] AHMIDA, K. M. ; ARRUDA, J. R. F.: On the relation between complex modes and wave propagation phenomena. In: *Journal of Sound and Vibration* 255 (2002), Nr. 4, S. 663 – 684. – ISSN 0022–460X
- [5] A.K. LALL, N.T. A. ; NAKRA, B.C.: Vibration and damping analysis of rectangular plate with partially covered constrained viscoelastic layer. In: *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design* 109 (1987)
- [6] ALLEMANG, Randall J.: *Vibrations: Experimental Modal Analysis*. University of Cincinnati, 1995
- [7] ALLEMANG, Randall J.: The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse. In: *Sound and vibration* 37 (2003), Nr. 8, S. 14–23
- [8] ALVELID, Magnus: Optimal position and shape of applied damping material. In: *Journal of Sound and Vibration* 310 (2008), Nr. 4, S. 947–965
- [9] ANUAR, Hazleen ; ZURAIDA, A: Improvement in mechanical properties of reinforced thermoplastic elastomer composite with kenaf bast fibre. In: *Composites Part B: Engineering* 42 (2011), Nr. 3, S. 462–465
- [10] ASSAF, S. ; GUERICH, M. ; CUVELIER, P.: Vibration and Damping Analysis of Plates with Partially Covered Damping Layers. In: *Acta Acustica united with Acustica* 97 (2011), Nr. 4, S. 553–568
- [11] BAUMANN, William T. ; SAUNDERS, William R. ; ROBERTSHAW, Harry H.: Active suppression of acoustic radiation from impulsively excited structures. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 90 (1991), Nr. 6, S. 3202–3208
- [12] BAZ, A ; RO, J: Vibration control of plates with active constrained layer damping. In: *Smart Materials and Structures* 5 (1996), Nr. 3, S. 272
- [13] BEARDS, C.F.: *Structural vibration: analysis and damping*. Butterworth-Heinemann, 1996
- [14] BERRY, A. ; GUYADER, J.L. ; NICOLAS, J.: A general formulation for the sound radiation from rectangular, baffled plates with arbitrary boundary conditions. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 88 (1990), S. 2792

- [15] BEVAN, J.S. ; UNIVERSITY, Old D. ; CENTER, Langley R.: *Piezoceramic actuator placement for acoustic control of panels*. National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center, 2001
- [16] BORGIOTTI, Giorgio V.: The power radiated by a vibrating body in an acoustic fluid and its determination from boundary measurements. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 88 (1990), Nr. 4, S. 1884–1893
- [17] BREITBACH, EJ ; CAMPANILE, LF: 91-075 Iterative Complex Phase Resonance Analysis. In: *DGLR BERICHT* (1991), S. 168–168
- [18] BUCHER, I.: Estimating the ratio between travelling and standing vibration waves under non-stationary conditions. In: *Journal of sound and vibration* 270 (2004), Nr. 1-2, S. 341–359
- [19] BUCHER, I. ; EWINS, DJ: Multidimensional decomposition of time-varying vibration response signals in rotating machinery. In: *Mechanical systems and signal processing* 11 (1997), Nr. 4, S. 577–601
- [20] CARCATERRA, Antonio ; D'AMBROGIO, Walter: An iterative rational fraction polynomial technique for modal identification. In: *Meccanica* 30 (1995), Nr. 1, S. 63–75
- [21] CAUGHEY, T.K. ; O'KELLY, M.E.J.: General theory of vibration of damped linear dynamic systems. (1963)
- [22] CAUGHEY, TK ; O'KELLY, MEJ: Classical normal modes in damped linear dynamic systems. In: *Journal of Applied Mechanics* 32 (1965), S. 583
- [23] CHANDRA, R ; SINGH, SP ; GUPTA, K1: Damping studies in fiber-reinforced composites—a review. In: *Composite structures* 46 (1999), Nr. 1, S. 41–51
- [24] CHANTALAKHANA, C ; STANWAY, R: Active constrained layer damping of plate vibrations: a numerical and experimental study of modal controllers. In: *Smart materials and structures* 9 (2000), Nr. 6, S. 940
- [25] CHEN, Yi-Cheng ; HUANG, Shyh-Chin: An optimal placement of CLD treatment for vibration suppression of plates. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 44 (2002), Nr. 8, S. 1801–1821
- [26] CREMER, L.: Theorie der Schalldämmung dünner Wände bei schrägem Schalleinfall. In: *Akustische Zeitschrift* Heft 3 (1942)
- [27] CREMER, L. ; HECKL, M. ; UNGAR, EE ; NORTHWOOD, T.D.: Structure-borne sound. In: *Physics Today* 28 (1975), S. 81
- [28] CUNEFARE, K.A. ; KOOPMANN, G.H.: Global optimum active noise control: Surface and far-field effects. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 90 (1991), S. 365
- [29] DE SILVA, Clarence W.: *Vibration damping, control, and design*. CRC Press, 2007
- [30] EBERSBACH, P ; IRRETIER, H: On the application of modal parameter estimation using frequency domain algorithms. In: *International Modal Analysis Conference, 6th, Kissimmee, FL*, 1988, S. 113–120
- [31] ELLIOTT, S.J. ; JOHNSON, ME: Radiation modes and the active control of sound power. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 94 (1993), S. 2194–2194



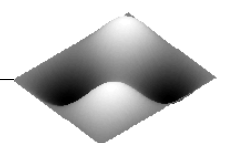
- [32] EWINS, David J.: *Modal testing: theory and practice*. Bd. 79. Research studies press Letchworth, 1984
- [33] FAHY, F. ; GARDONIO, P.: *Sound and structural vibration: radiation, transmission and response*. Academic Press, 2007
- [34] FEENY, BF: A complex orthogonal decomposition for wave motion analysis. In: *Journal of Sound and Vibration* 310 (2008), Nr. 1, S. 77–90
- [35] FENG, L. ; ORRENIUS, U. ; ALMGREN, M. ; JIANG, Y.: Influence of structural damping on radiation efficiency of a mechanically or acoustically excited panel. In: *ICSV13: the Thirteenth International Congress on Sound and Vibration*, 2006
- [36] FERNANDEZ-GRANDE, E. ; JACOBSEN, F.: Supersonic acoustic intensity with statistically optimized near-field acoustic holography.
- [37] FERNANDEZ-GRANDE, E. ; JACOBSEN, F. ; LECLERE, Q.: Direct formulation of the supersonic acoustic intensity in space domain. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 131 (2012), Nr. 1, S. 186–193
- [38] FUELLEKRUG, U.: Computation of real normal modes from complex eigenvectors. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 22 (2008), Nr. 1, S. 57–65
- [39] GABAI, R. ; BUCHER, I.: Spatial and Temporal Excitation to Generate Traveling Waves in Structures. In: *Journal of Applied Mechanics* 77 (2010), S. 021010
- [40] GARVEY, S. D. ; PENNY, J. E. T. ; FRISWELL, M. I.: The relationship between the real and imaginary parts of complex modes. In: *Journal of Sound and Vibration* 212 (1998), Nr. 1, S. 75 – 83. – ISSN 0022–460X
- [41] GOMPERTS, MC: Radiation from rigid baffled, rectangular plates with general boundary conditions. In: *Acustica* 30 (1974), S. 320–327
- [42] GOMPERTS, MC: Sound radiation from baffled, thin, rectangular plates. In: *Acustica* 37 (1977), Nr. 2, S. 93–102
- [43] HAASE, T ; ALGERMISSEN, S ; UNRUH, O ; MISOL, M: Experiments on Active Control of Counter-Rotating Open Rotor Interior Noise. In: *Acta Acustica united with Acustica* 100 (2014), Nr. 3, S. 448–457
- [44] HUANG, SC ; INMAN, DJ ; AUSTIN, EM: Some design considerations for active and passive constrained layer damping treatments. In: *Smart Materials and Structures* 5 (1996), Nr. 3, S. 301
- [45] HURTY, Walter C. ; RUBINSTEIN, Moshe F.: *Dynamics of structures*. Bd. 161. Prentice-Hall New Jersey, 1964
- [46] HUSZTY, D ; PENKOV, G ; WALTSCHIEW, I: Die nichtlineare Verzerrungsrichtcharakteristik des Lautsprechers. In: *Acta Acustica united with Acustica* 15 (1965), Nr. 3, S. 151–156
- [47] IBRAHIM, Samir R. ; PAPPA, Richard S.: Large modal survey testing using the Ibrahim time domain identification technique. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 19 (1982), Nr. 5, S. 459–465
- [48] IBRAHIM, Samir R.: A time domain vibration test technique. (1973)

- [49] IBRAHIM, SR ; SESTIERI, A.: Existence and normalization of complex modes in post experimental use in modal analysis. In: *International Modal Analysis Conference, 13th, Nashville, TN*, 1995, S. 483–489
- [50] IMREGUN, M. ; EWINS, DJ: Realisation of complex mode shapes. In: *Proceedings of the 11th Annual International Modal Analysis Conference*, 1993, S. 1303–1309
- [51] IMREGUN, M. ; EWINS, DJ: Complex modes-origins and limits. In: *Proceedings -SPIE The International society for optical engineering*, 1995, S. 496–496
- [52] JOHNSON, Conor D. ; KIENHOLZ, David A.: Finite element prediction of damping in structures with constrained viscoelastic layers. In: *AIAA Journal* 20 (1982), Nr. 9, S. 1284–1290
- [53] JOHNSON, ME ; ELLIOTT, SJ: Active control of sound radiation using volume velocity cancellation. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 98 (1995), S. 2174
- [54] JONES, David I.: *Handbook of viscoelastic vibration damping*. John Wiley & Sons, 2001
- [55] JONES, DIG: Temperature-frequency dependence of dynamic properties of damping materials. In: *Journal of Sound and Vibration* 33 (1974), Nr. 4, S. 451–470
- [56] JUANG, J-N ; PAPPAS, Richard S.: An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction. In: *Journal of guidance, control, and dynamics* 8 (1985), Nr. 5, S. 620–627
- [57] KANG, K.H. ; KIM, K.J.: Modal Properties of Beams and Plates on Resilient Supports with Rotational and Translational Complex Stiffness. In: *Journal of sound and vibration* 190 (1996), Nr. 2, S. 207–220
- [58] KERWIN JR, Edward M.: Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer. In: *The Journal of the Acoustical society of America* 31 (1959), S. 952
- [59] KISHI, Hajime ; KUWATA, Manabu ; MATSUDA, Satoshi ; ASAMI, Toshihiko ; MURAKAMI, Atsushi: Damping properties of thermoplastic-elastomer interleaved carbon fiber-reinforced epoxy composites. In: *Composites Science and Technology* 64 (2004), Nr. 16, S. 2517–2523
- [60] KORUK, Hasan ; SANLITURK, Kenan Y.: A novel definition for quantification of mode shape complexity. In: *Journal of Sound and Vibration* (2013)
- [61] KRUGER, Daniel H. ; MANN III, J A. ; WIEGANDT, Ted: Placing constrained layer damping patches using reactive shearing structural intensity measurements. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 101 (1997), S. 2075
- [62] KUMAR, Navin ; SINGH, SP: Experimental study on vibration and damping of curved panel treated with constrained viscoelastic layer. In: *Composite Structures* 92 (2010), Nr. 2, S. 233–243
- [63] KUNG, S.W. ; SINGH, R.: Complex eigensolutions of rectangular plates with damping patches. In: *Journal of sound and vibration* 216 (1998), Nr. 1, S. 1–28
- [64] LALL, AK ; ASNANI, NT ; NAKRA, BC: Damping analysis of partially covered sandwich beams. In: *Journal of Sound and Vibration* 123 (1988), Nr. 2, S. 247–259



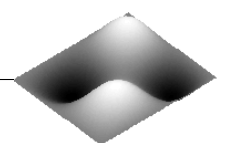
- [65] LANG, G.F.: Demystifying complex modes. In: *Sound and Vibration* 23 (1989), Nr. 1, S. 36–40
- [66] LAULAGNET, B.: Sound radiation by a simply supported unbaffled plate. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 103 (1998), S. 2451
- [67] LEE, D-H: Optimal placement of constrained-layer damping for reduction of interior noise. In: *AIAA journal* 46 (2008), Nr. 1, S. 75–83
- [68] LEPPINGTON, FG ; BROADBENT, EG ; HERON, KH: The acoustic radiation efficiency of rectangular panels. In: *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 382 (1982), Nr. 1783, S. 245–271
- [69] LEPPINGTON, FG ; BROADBENT, EG ; HERON, KH: Acoustic radiation from rectangular panels with constrained edges. In: *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 393 (1984), Nr. 1804, S. 67–84
- [70] LI, WL: An analytical solution for the self-and mutual radiation resistances of a rectangular plate. In: *Journal of sound and vibration* 245 (2001), Nr. 1, S. 1–16
- [71] LI, WL ; GIBELING, HJ: Determination of the mutual radiation resistances of a rectangular plate and their impact on the radiated sound power. In: *Journal of Sound and vibration* 229 (2000), Nr. 5, S. 1213–1233
- [72] LIANG, Z ; TONG, M ; LEE, GC: Complex modes in damped linear dynamic systems. In: *International J. of Analytical and Experimental Modal Analysis* 17 (1992), Nr. 1, S. 1–20
- [73] LING, Zheng ; RONGLU, Xie ; YI, Wang ; EL-SABBAGH, Adel: Topology optimization of constrained layer damping on plates using Method of Moving Asymptote (MMA) approach. In: *Shock and Vibration* 18 (2011), Nr. 1, S. 221–244
- [74] LINK, M.: *User's Manual for the Programme System ISSPA*. Universität Kassel, 1996
- [75] LINK, Michael ; WEILAND, Matthias ; BARRAGAN, Jorge M.: Direct physical matrix identification as compared to phase resonance testing- An assessment based on practical application. In: *International Modal Analysis Conference, 5 th, London, England, Proceedings*. Bd. 1, 1987, S. 804–811
- [76] LIU, K. ; KUJATH, M.R. ; ZHENG, W.: Quantification of non-proportionality of damping in discrete vibratory systems. In: *Computers & Structures* 77 (2000), Nr. 5, S. 557–570
- [77] MACBAIN, JC ; GENIN, J.: Energy dissipation of a vibrating Timoshenko beam considering support and material damping. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 17 (1975), Nr. 4, S. 255–265
- [78] MACE, BR: Sound radiation from fluid loaded orthogonally stiffened plates. In: *Journal of Sound and Vibration* 79 (1981), Nr. 3, S. 439–452
- [79] MAHNKE, Rene: *Automatisierte Aktuatorplatzierung zur Minimierung der Lärmabstrahlung schwingender Strukturen*, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Diplomarbeit, 2008
- [80] MAIA, Nuno Manuel M. ; SILVA, Júlio Martins M.: *Theoretical and experimental modal analysis*. Research Studies Press Taunton, 1997

- [81] MAIDANIK, G.: Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields. In: *the Journal of the Acoustical Society of America* 34 (1962), S. 809
- [82] MAIDANIK, G.: Radiation efficiency of panels. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 35 (1963), S. 115
- [83] MAIDANIK, G.: Vibrational and radiative classifications of modes of a baffled finite panel. In: *Journal of Sound and Vibration* 34 (1974), Nr. 4, S. 447–455
- [84] MARBURG, Steffen: Normal modes in external acoustics. Part I: Investigation of the one-dimensional duct problem. In: *Acta acustica united with acustica* 91 (2005), Nr. 6, S. 1063–1078
- [85] MARBURG, Steffen: Normal modes in external acoustics. Part III: Sound power evaluation based on superposition of frequency-independent modes. In: *Acta acustica united with acustica* 92 (2006), Nr. 2, S. 296–311
- [86] MARBURG, Steffen ; DIENEROWITZ, Frank ; HORST, Thomas ; SCHNEIDER, Stefan: Normal modes in external acoustics. Part II: Eigenvalues and eigenvectors in 2d. In: *Acta acustica united with acustica* 92 (2006), Nr. 1, S. 97–111
- [87] MEIROVITCH, Leonard: Analytical methods in vibration. In: *New York, NY.: The Mcmillan Company* (1967)
- [88] MITCHELL, LD: Complex modes: a review. In: *IMAC* Bd. 8, 1990, S. 891–899
- [89] MÖSER, M.: *Technische Akustik*. Bd. 8. Springer, 2005
- [90] NAGHSHINEH, Koorosh ; KOOPMANN, Gary H.: Active control of sound power using acoustic basis functions as surface velocity filters. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 93 (1993), Nr. 5, S. 2740–2752
- [91] NAKRA, BC: Vibration control in machines and structures using viscoelastic damping. In: *Journal of sound and vibration* 211 (1998), Nr. 3, S. 449–466
- [92] NIEDEBAL, N.: Analytical determination of real normal modes from measured complex responses. (1984)
- [93] NIJHUIS, Oude ; HERMANUS, Marco H.: *Analysis tools for the design of active structural acoustic control systems*. University of Twente, 2003
- [94] NOKES, David S. ; NELSON, Frederick C.: Constrained layer damping with partial coverage. In: *Shock and Vibration Bulletin* 38 (1968), S. 5–10
- [95] OLIVETO, G. ; SANTINI, A. ; TRIPODI, E.: Complex modal analysis of a flexural vibrating beam with viscous end conditions. In: *Journal of Sound and Vibration* 200 (1997), Nr. 3, S. 327 – 345. – ISSN 0022–460X
- [96] PAPPA, Richard S. ; IBRAHIM, Samir R.: A parametric study of the Ibrahim time domain modal identification algorithm. (1985)
- [97] PARK, J. ; MONGEAU, L. ; SIEGMUND, T.: Influence of support properties on the sound radiated from the vibrations of rectangular plates. In: *Journal of sound and vibration* 264 (2003), Nr. 4, S. 775–794
- [98] PEETERS, Bart ; AUWERAER, Herman Van d. ; GUILLAUME, Patrick ; LEURIDAN, Jan: The PolyMAX frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation? In: *Shock and Vibration* 11 (2004), Nr. 3-4, S. 395–409



- [99] PEETERS, Bart ; LOWET, Geert ; AUWERAER, Herman Van d. ; LEURIDAN, Jan: A new procedure for modal parameter estimation. In: *Sound and Vibration* 38 (2004), Nr. 1, S. 24–29
- [100] PLUNKETT, R ; LEE, CT: Length optimization for constrained viscoelastic layer damping / DTIC Document. 1969. – Forschungsbericht
- [101] PRATER, G. ; SINGH, R.: Quantification of the extent of non-proportional viscous damping in discrete vibratory systems. In: *Journal of sound and vibration* 104 (1986), Nr. 1, S. 109–125
- [102] PRATER, G. ; SINGH, R.: Eigenproblem formulation, solution and interpretation for non-proportionally damped continuous beams. In: *Journal of sound and vibration* 143 (1990), Nr. 1, S. 125–142
- [103] PUTRA, A. ; THOMPSON, DJ: Sound radiation from plates with mixed impedance boundary conditions. (2005)
- [104] RAHMAN, M.K. ; ERTAS, A.: Acoustic radiation efficiency of a rectangular plate with different boundary conditions. In: *Structural Engineering Review* 7 (1995), Nr. 1, S. 41–56
- [105] RICHARDSON, Mark H. ; FORMENTI, David L.: Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials. In: *Proceedings of the 1st international modal analysis conference* Bd. 1, 1982, S. 167–186
- [106] RO, J ; BAZ, A: Optimum placement and control of active constrained layer damping using modal strain energy approach. In: *Journal of vibration and control* 8 (2002), Nr. 6, S. 861–876
- [107] ROUSOUNELOS, A. ; WALSH, S.J. ; KRYLOV, V.V.: Radiation efficiency of natural modes of plates with beam stiffeners. (2008)
- [108] SENNHEISER, J.: Über den Einfluss endlicher Dimensionen auf die Schallabstrahlung dünner Platten unterhalb der Grenzfrequenz. (1974)
- [109] SNYDER, S.D. ; TANAKA, N.: Calculating total acoustic power output using modal radiation efficiencies. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 97 (1995), S. 1702
- [110] SPALDING, Amy B. ; MANN III, J A.: Placing small constrained layer damping patches on a plate to attain global or local velocity changes. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 97 (1995), S. 3617
- [111] STEPANISHEN, PR: The radiation impedance of a rectangular piston. In: *Journal of Sound and Vibration* 55 (1977), Nr. 2, S. 275–288
- [112] TAKAHAGI, T. ; NAKAI, M. ; TAMAI, Y.: Near field sound radiation from simply supported rectangular plates. In: *Journal of sound and vibration* 185 (1995), Nr. 3, S. 455–471
- [113] TORRES, JA ; RENDÓN, PL ; BOULLOSA, RR: Complex modes of vibration due to small-scale damping in a guitar topplate. In: *Journal of Applied Research and Technology* 8 (2010), Nr. 01
- [114] UNIVERSITY OF CINCINNATI (Hrsg.): *XMODAL 3 Information*. University of Cincinnati

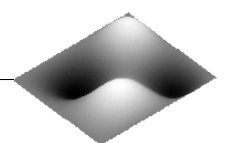
- [115] UNRUH, O: Parametric Study of Sound Radiation Properties of Complex Vibration Patterns in Rectangular Plates using an Analytical Model. In: *Acta Acustica united with Acustica* 101 (2015), Nr. (im Druck)
- [116] UNRUH, O ; BLECH, C ; MONNER, HP: Numerical and Experimental Study of Sound Power Reduction Performance of Acoustic Black Holes in Rectangular Plates (begutachteter Vollbeitrag). In: *SAE Noise and Vibration* (2015)
- [117] UNRUH, O ; GEWETH, C: Experimental study of inhomogeneously damped plates with complex structural modes (begutachteter Vollbeitrag). In: *ICSV21, Beijing, China* (2014)
- [118] UNRUH, O ; SINAPIUS, M: Sound radiation properties of complex modes of vibration. In: *Noise Con 2013, Denver, USA* (2013)
- [119] UNRUH, O ; SINAPIUS, M ; MONNER, HP: Sound Radiation Properties of Complex Modes in Rectangular Plates: A Numerical Study. In: *Acta Acustica united with Acustica* 101 (2015), Nr. 1, S. 62–72
- [120] VELEY, Duane E. ; RAO, SS: A comparison of active, passive and hybrid damping in structural design. In: *Smart Materials and Structures* 5 (1996), Nr. 5, S. 660
- [121] WALLACE, CE: Radiation resistance of a rectangular panel. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 51 (1972), S. 946
- [122] WILLIAMS, E.G.: Supersonic acoustic intensity on planar sources. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 104 (1998), S. 2845
- [123] WILLIAMS, E.G.: *Fourier acoustics: sound radiation and nearfield acoustical holography*. Academic Pr, 1999
- [124] WILLIAMS, E.G. ; MAYNARD, JD: Numerical evaluation of the Rayleigh integral for planar radiators using the FFT. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 72 (1982), S. 2020
- [125] WODTKE, H-W ; LAMANCUSA, JS: Sound power minimization of circular plates through damping layer placement. In: *Journal of Sound and vibration* 215 (1998), Nr. 5, S. 1145–1163
- [126] XIE, G. ; THOMPSON, DJ ; JONES, CJC: The radiation efficiency of baffled plates and strips. In: *Journal of sound and vibration* 280 (2005), Nr. 1, S. 181–209
- [127] ZAREK, JHB ; GIBBS, BM: The derivation of eigenvalues and mode shapes for the bending motion of a damped beam with general end conditions. In: *Journal of Sound and Vibration* 78 (1981), Nr. 2, S. 185–196



Abbildungsverzeichnis

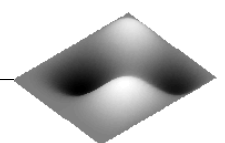
| | |
|---|----|
| 1.1. Beispiele von Dämpfungsmaßnahmen für flächige Strukturen | 1 |
| 1.2. Zeitabhängige Amplituden der Eigenformen des Balkens | 2 |
| 2.1. Polardiagramme sowie Amplituden- und Phasenverteilungen der Eigenformen einer Flugzeugseitenwand | 5 |
| 2.2. Unterschiedliche Konfigurationen inhomogener Dämpfung | 8 |
| 2.3. Akustischer Transmissionsprüfstand Braunschweig (ATB) | 9 |
| 2.4. Übersicht über die Simulationstheorie des Kapitels 6 | 10 |
| 2.5. Übersicht über die experimentelle Methodik des Kapitels 7 | 11 |
| 3.1. Abstrahleffizienz von Platten mit unterschiedlichen Randbedingungen [82] . . | 12 |
| 3.2. Eigenformen einer gelenkig gelagerten Platte | 13 |
| 3.3. Akustischer Kurzschluss und Abstrahlgrade der Eigenformen | 13 |
| 3.4. Unterschiedliche Abstrahlcharakteristika der Platte [33] | 14 |
| 3.5. Kreuzkopplungseffizienzen einiger Paare von Struktureigenformen nach Fahy [33] | 15 |
| 3.6. Abstrahlgrade der Eigenformen (—) und der Gesamtabstrahlgrad der Platte (—) [126] | 16 |
| 3.7. Die Abstrahlgrade einer Sandwichplatte mit unterschiedlicher Dämpfung [35] | 16 |
| 3.8. Normierte Amplitude (—) und zeitabhängige Verläufe der Auslenkung (---) der 2. komplexen Eigenform des Biegebalkens [102] | 18 |
| 3.9. Laufende Welle in einer Membran (links) und die dazugehörige Mehrpunktanregung (rechts) [39] | 18 |
| 3.10. Realteil (oben) und Imaginärteil (unten) komplexer Eigenformen einer klassischen Gitarre [113] | 19 |
| 3.11. Dämpfung mit aktiver viskoelastischer Zwischenschicht | 20 |
| 3.12. Räumliche Verteilungen modaler Dehnungsenergie (oben) und der dazugehörigen optimalen Platzierungen (unten) [10] | 21 |
| 3.13. Amplitudenverteilung der 3. Schwingform (links) und die dazugehörige Verteilung der reaktiven Strukturintensität der Schubwellen mit resultierender CLD-Platzierung (rechts) [61] | 21 |
| 4.1. Verlauf der Rayleigh-Dämpfung | 27 |
| 4.2. Modale Strukturschnellen (---) und die Gesamtantwort (—) | 31 |
| 4.3. Ebenes Wellenfeld für $k_x = 6$, $k_y = 0$, $k_z = 2$ | 34 |
| 4.4. Abklingendes Wellenfeld für $k_x = 6$, $k_y = 0$, $k = 5.95$ | 35 |
| 4.5. Wellenzahlen und der Abstrahlgrad einer unendlichen Platte | 36 |
| 4.6. Das Schallfeld einer unendlichen Platte für unterschiedliche f/f_c | 37 |
| 4.7. Definitionen des Rayleigh - Integrals | 38 |
| 4.8. Akustische Antwort der Referenzplatte bei einer Punktkraftanregung an der Position $x = 0.13\text{ m}$, $y = 0.11\text{ m}$ | 40 |

| | |
|--|----|
| 4.9. Abstrahleffizienzen einiger Eigenformen der Referenzplatte | 42 |
| 4.10. Abstrahlverhalten der Eigenformen unterschiedlicher Ordnung. | 42 |
| 4.11. Kreuzkopplungseffizienzen der gelenkig gelagerten Platte | 44 |
| 4.12. Einfluss der Kreuzkopplung auf die abgestrahlte Schalleistung | 45 |
| 4.13. Einfluss der Kreuzkopplung auf die abgestrahlte Schalleistung mit erhöhter Dämpfung | 45 |
| 4.14. Verlauf der Effizienzen der ersten fünf Abstrahlmoden | 47 |
| 4.15. Die ersten vier Abstrahlmoden der Referenzplatte | 48 |
| 4.16. Einfluss der Schallstrahlungsmoden auf die Schalleistung | 48 |
| 4.17. Kopplungsfaktoren der Eigenformen auf die vier Abstrahlmoden | 49 |
| 4.18. Klassifikation der Eigenformen in der k -Ebene | 51 |
| 4.19. Abstrahlgrad einer 7×7 -Eigenform mit einzelnen Bereichen | 51 |
| 4.20. Verteilung der Wirkintensität der 7×7 -Eigenform | 52 |
| 4.21. Wellenzahlspektrum der 4×2 -Schwingungseigenform | 54 |
| 4.22. Überschallintensität einiger Eigenformen der Referenzplatte | 55 |
| 4.23. Überschallintensität der 7×7 -Eigenform der Referenzplatte | 55 |
| 4.24. Hemisphäre zur Berechnung der Richtcharakteristik | 56 |
| 4.25. Richtcharakteristik der 1×1 -Eigenform der Referenzplatte | 56 |
| 4.26. Richtcharakteristik der 2×1 -Eigenform der Referenzplatte | 57 |
| 4.27. Richtcharakteristik der 2×2 -Eigenform der Referenzplatte | 57 |
| 4.28. Richtcharakteristik der 7×7 -Eigenform der Referenzplatte | 57 |
| 4.29. Die Abstrahlgrade und die gemittelte Strukturschnelle einer gelenkig gelager- ten Platte | 59 |
| 4.30. Abstrahlgrade der Referenzplatte bei einer Punktkraftanregung mit (σ) und ohne (σ_{Eig}) Berücksichtigung der Kreuzkopplung | 60 |
| 4.31. Einfluss der Dämpfung auf die Abstrahlgrade und gemittelten Strukturschnel- len einer gelenkig gelagerten Platte | 60 |
| 4.32. Betriebsschwingformen der Referenzplatte bei 670 Hz und unterschiedlicher Dämpfungen | 61 |
| 4.33. Abstrahleffizienzen der gelenkig gelagerten (—) und eingespannten (---) Re- ferenzplatte | 62 |
| 5.1. Zeit- und ortsabhängige Darstellung der Wellenfunktion | 67 |
| 5.2. Beschreibung einer Welle mit der Ellipse | 68 |
| 5.3. Schema der Berechnung der SWRs und e -Werten in Platten | 70 |
| 5.4. Schematische Darstellung des FE-Modells | 71 |
| 5.5. Rayleigh-Koeffizienten und Dämpfungsgrade der Platte | 71 |
| 5.6. Amplitudenverteilung reeller und komplexer Eigenmoden | 72 |
| 5.7. Kennwerte der 3×4 -Eigenform | 73 |
| 5.8. Approximation einer Ellipse der komplexen 3×4 -Eigenform | 73 |
| 5.9. Reziproke SWR einiger Eigenformen in x - und y -Richtung | 74 |
| 5.10. Komplexitätskenngrößen der gelenkig gelagerten (links) und eingespannten (rechts) Platte | 74 |
| 5.11. Verlauf von e_x der eingespannten und gelenkig gelagerten Platte | 75 |
| 5.12. Unterschiedliche symmetrische $W_x(x)$ und die Imaginärteile | 78 |
| 5.13. Symmetrische und unsymmetrische $W_x(x)$ und die Imaginärteile | 78 |
| 5.14. Real- und Imaginärteile der 3×2 - und 4×4 -Eigenform | 80 |
| 5.15. Symmetrische und unsymmetrische Schwingformen | 80 |



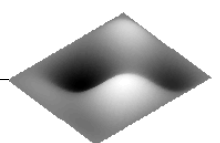
| | |
|--|-----|
| 5.16. Amplituden, \circ - FE-Rechnung, \times - Analytischer Ansatz | 81 |
| 5.17. Phasenwinkel, \circ - FE-Rechnung, \times - Analytischer Ansatz | 81 |
| 6.1. Platten mit unterschiedlichen Dämpfungsconfigurationen | 84 |
| 6.2. Modale Dämpfungsgrade komplexer Eigenformen der Platten | 86 |
| 6.3. MCI-Werte komplexer Eigenformen der untersuchten Platten | 86 |
| 6.4. Abstrahlgrade der Eigenformen der Platte 1 | 87 |
| 6.5. Bewertungskoeffizienten unterschiedlicher Platten | 89 |
| 6.6. Gemittelte und normierte Bewertungskoeffizienten $\hat{\delta}$ | 89 |
| 6.7. Variation der Amplitudenverteilung der 8×4 -Eigenform | 91 |
| 6.8. Polardiagramme am Beispiel der 4×4 -Eigenform | 91 |
| 6.9. Zeitlicher Verlauf der 2×1 -Eigenform der Platte 3 (Gruppe A) | 92 |
| 6.10. Abstrahlgrade einiger Eigenformen der Platten mit Zweifachsymmetrie aus der Gruppe A | 92 |
| 6.11. Abstrahlgrade einiger Eigenformen der Platten mit einfacher Symmetrie aus der Gruppe B | 93 |
| 6.12. Zeitlicher Verlauf der 2×1 -Eigenform der Platte 1 (Gruppe B) | 95 |
| 6.13. Abstrahlgrade der 2×2 - und 4×2 -Eigenformen der Platten mit einer Punkt- symmetrie aus der Gruppe C | 96 |
| 6.14. Zeitlicher Verlauf der 4×2 -Eigenform der Platte 10 (Gruppe C) | 97 |
| 6.15. Abstrahlgrade einiger Eigenformen der Platten ohne Symmetrie aus der Grup- pe D | 98 |
| 6.16. Zeitlicher Verlauf der 2×2 -Eigenform der Platte 4 (Gruppe D) | 99 |
| 6.17. Aufsummierte Amplituden einiger Eigenformen | 99 |
| 6.18. Abstrahlgrade komplexer und reeller Schwingformen einer gelenkig gelagerten Platte aus dem analytischen und dem FE-Modell | 100 |
| 6.19. Abstrahlgrade der Schwingformen mit verschiedener Symmetrie | 101 |
| 6.20. Abstrahlgrade reeller und komplexer Schwingformen mit unterschiedlichen reziproken SWRs | 102 |
| 6.21. Änderungen des Abstrahlgrades bei $\gamma = 0.01$ | 103 |
| 6.22. Kopplungsfaktoren der reellen (---) und komplexen 2×1 -Eigenform aus der FEM (----) und analytischem Modell (—) | 104 |
| 6.23. Kopplungsfaktoren der 2×1 -Eigenform | 104 |
| 6.24. Kopplungsfaktoren der 1×1 -Eigenform für einige Abstrahlmoden mit un- terschiedlicher reziproker SWR | 105 |
| 6.25. Verteilung der Wirkintensität der 4×4 -Eigenform der gelenkig gelagerten Platte 1 mit $e_x = 0.86$ (FEM) | 107 |
| 6.26. Wirkintensität der 4×4 -Eigenform einer eingespannten Platte 1 (FEM) . . . | 108 |
| 6.27. Verteilung der Wirkintensität der 5×3 -Eigenform der Platte 1 mit $e_x = 0.37$ (FEM) | 109 |
| 6.28. Wirkintensität der 4×4 -Schwingform bei verschiedenen e_x | 110 |
| 6.29. Wirkintensität der 5×3 -Schwingform bei verschiedenen e_x | 111 |
| 6.30. Wirkintensität, 4×4 -Eigenform der Platte 7 (FEM) | 111 |
| 6.31. Wirkintensität der 2×2 - und 4×2 -Eigenformen der Platten aus Gruppe C (FEM-Rechnung) | 112 |
| 6.32. Blindintensität einer 4×4 -Eigenform der Platte 1 | 113 |
| 6.33. Die Überschallintensität einer 4×4 -Eigenform der Platte 1 | 113 |
| 6.34. Die Überschallintensität einiger Eigenformen der Platte 7 | 114 |

| | |
|---|-----|
| 6.35. Richtcharakteristik einer 4×4 -Eigenform der Referenzplatte | 115 |
| 6.36. Richtcharakteristik einer 4×4 -Eigenform der Platte 1 | 116 |
| 6.37. Richtcharakteristik einer komplexen 4×4 -Schwingform bei 1300 Hz für unterschiedliche Werte der reziproken SWR | 116 |
| 6.38. Richtcharakteristik reeller (oben) und komplexer (unten) Schwingformen aus dem analytischen Ersatzmodell bei 70 Hz | 117 |
| 6.39. Richtcharakteristik der komplexen 3×3 -Schwingform | 118 |
| 6.40. Richtcharakteristik der komplexen 5×2 -Schwingform | 118 |
| 6.41. Verteilung der Wirkintensität, 3×3 -Eigenform der Platte 1 | 119 |
| 6.42. Richtcharakteristik einiger Eigenformen der Platte 7 bei 70 Hz | 120 |
| 6.43. Richtcharakteristik der komplexen 4×4 -Eigenform, Platte 7 | 120 |
| 6.44. Richtcharakteristik der komplexen 3×3 -Eigenform, Platte 10 | 121 |
| 6.45. Richtcharakteristik der komplexen 4×2 -Eigenform, Platte 10 | 121 |
| 6.46. Kreuzkopplungseffizienz zwischen der 1×1 - und 3×1 -Eigenform | 123 |
| 6.47. Kreuzkopplungseffizienzen ungerader und gerader Eigenformen | 123 |
| 6.48. Kreuzkopplungseffizienzmatrizen unterschiedlicher Platten | 125 |
| 6.49. Ortskurven der Kreuzkopplungseffizienzen | 126 |
| 6.50. Ortskurven der Beiträge der Kreuzkopplungseffizienzen in Abhängigkeit des Phasenwinkels der modalen Verschiebung | 127 |
| 6.51. Beiträge der Kreuzkopplungseffizienzen zu L_W | 128 |
| 6.52. Schalleistungen mit und ohne Kreuzkopplungseffizienzen | 128 |
| 6.53. Schalleistungsanteile nur aus Kreuzkopplungseffizienzen unterschiedlicher Platten bei erhöhter Dämpfung $\zeta = 0.05$ | 129 |
| 6.54. Einfluss der Kreuzkopplungseffizienzen komplexer Eigenformen auf die abgestrahlte Schalleistung | 129 |
| 6.55. Schalleistung und Abstrahlgrad einiger Platten | 131 |
| 6.56. Schalleistung und Abstrahlgrad der Platten bei $\zeta = 0.01$ | 132 |
| 6.57. Gesamtabstrahlgrade der Gesamtabstrahlgraddifferenzen | 133 |
| 6.58. Gesamtabstrahlgrade der Platten mit $\zeta = 0.005$ | 134 |
| 6.59. Abstrahlgrade mit $\zeta = 0.005$ und verringerten Eigenfrequenzen | 135 |
| 6.60. Abstrahlgraddifferenzen der Platten | 135 |
| 7.1. Plattenprüfstand mit der Platte 1 | 139 |
| 7.2. Verwendete Messtechnik (Quellen: Polytec, Brüel&Kjær) | 140 |
| 7.3. Beispiele für verwendete Dämpfungsmaßnahmen | 140 |
| 7.4. Gemessene Verlustfaktoren $\eta = 2\zeta$ für eine Lage CLD auf 18 mm Stahl bei 22°C (Quelle: Datenblatt 3M) | 141 |
| 7.5. Schematische Darstellung der experimentell untersuchten inhomogen bedämpften Platten | 143 |
| 7.6. Experimentelle Validierung der Elementarstrahlertheorie anhand gemessener Schnellen einer homogen bedämpften Platte | 145 |
| 7.7. Experimentelle Validierung der Elementarstrahlertheorie anhand gemessener Schnellen einer inhomogen bedämpften Platte | 145 |
| 7.8. Experimentelle Validierung der Schalleistungsberechnung mit der Elementarstrahlertheorie anhand simulierter Schnellen | 146 |
| 7.9. Validierung der Schallintensitätsverteilung | 147 |
| 7.10. Schematische Darstellung der Schalldruckvalidierungsmessung | 148 |
| 7.11. Validierung des Schalldrucks, Messpunkt 1 | 149 |



| | |
|---|-----|
| 7.12. FRFs der Referenzplatte und den Platten 1 und 2 | 150 |
| 7.13. FRFs der Referenzplatte und den Platten 4 und 10 | 150 |
| 7.14. 3×2 -Betriebsschwingform der Referenzplatte bei 235 Hz | 151 |
| 7.15. 3×2 Betriebsschwingform der Platte 1 bei 231 Hz | 151 |
| 7.16. 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 2 bei 236 Hz | 152 |
| 7.17. 6×1 -Betriebsschwingform der Platte 4 bei 532 Hz | 152 |
| 7.18. 2×2 -Betriebsschwingform der Platte 10 bei 177 Hz | 153 |
| 7.19. RFP-Z-Konsistenzdiagramm und Dichteplot der Referenzplatte | 154 |
| 7.20. Vergleich der gemittelten FRFs der Referenzplatte | 155 |
| 7.21. Konsistenzdiagramme aus den PFD- und RFP-Z-Verfahren | 155 |
| 7.22. Vergleich gemittelter FRFs der Platte 1 | 156 |
| 7.23. MCI- und MAC-Werte der Platte 1 | 157 |
| 7.24. 3×2 -Eigenform aus dem RFP-Z- und LS Global-Verfahren | 158 |
| 7.25. Komplexe Anteile der 3×2 -Eigenform ermittelt mit dem RFP-Z | 158 |
| 7.26. Reziproke SWR experimenteller Eigenformen der Platte 1 | 159 |
| 7.27. MCI-Werte der untersuchten Platten | 159 |
| 7.28. Identifizierte 2×2 -Eigenform der untersuchten Platten | 160 |
| 7.29. FRAC-Werte der untersuchten Platten | 161 |
| 7.30. Komplexe 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 1 bei 232 Hz | 164 |
| 7.31. Komplexe 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 2 bei 240 Hz | 164 |
| 7.32. Komplexe 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 4 bei 244 Hz | 164 |
| 7.33. Komplexe 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 10 bei 225 Hz | 165 |
| 7.34. Komplexe 2×2 -Betriebsschwingform der Platte 1 bei 186 Hz | 165 |
| 7.35. Komplexe 2×2 -Betriebsschwingform der Platte 2 bei 195 Hz | 165 |
| 7.36. Komplexe 2×2 -Betriebsschwingform der Platte 4 bei 196 Hz | 165 |
| 7.37. Komplexe 2×2 -Betriebsschwingform der Platte 10 bei 187 Hz | 166 |
| 7.38. Komplexe 4×4 -Betriebsschwingform der Platte 1 bei 630 Hz | 166 |
| 7.39. Komplexe 4×4 -Betriebsschwingform der Platte 4 bei 615 Hz | 166 |
| 7.40. Abstrahlgrade der gemessenen 2×2 -Betriebsschwingformen | 167 |
| 7.41. Abstrahlgrade der gemessenen 3×2 -Betriebsschwingformen | 167 |
| 7.42. Abstrahlgrade der gemessenen 4×4 -Betriebsschwingformen | 168 |
| 7.43. Wirkintensität der gemessenen 3×4 -Schwingform der Platte 1 | 169 |
| 7.44. Wirkintensität der gemessenen 3×4 -Betriebsschwingform der Referenzplatte | 169 |
| 7.45. Vergleich der gemessenen und der berechneten Schallintensität der Betriebs- schwingform der Platte 1 bei 592 Hz | 170 |
| 7.46. Schallintensitätsverteilungen der gemessenen und simulierten 3×2 -Betriebsschwingform der Platte 1 | 171 |
| 7.47. Berechnete Schallintensitäten der gemessenen 1×1 -Schwingform der Referenz- platte und der Platte 1 bei 68 Hz | 171 |
| 7.48. Richtcharakteristik der gemessenen 1×1 -Schwingform, Platte 1 | 172 |
| 7.49. Richtcharakteristik der gemessenen 3×2 -Schwingform, Platte 1 | 172 |
| 7.50. Richtcharakteristik der gemessenen 2×2 -Schwingform, Platte 1 | 173 |
| 7.51. Richtcharakteristik der gemessenen 4×4 -Schwingform, Platte 4 | 173 |
| 7.52. Darstellung der Beträge der Kreuzkopplungseffizienzmatrizen experimentell ermittelter Eigenformen bei 400 Hz | 174 |
| 7.53. Ortskurven der Kreuzkopplungseffizienzen der identifizierten Schwingungs- eigenformen der Platten | 176 |

| | |
|---|-----|
| 7.54. Gemessene Schalleistungen der Referenzplatte (—) und der inhomogen bedämpften Platten (---) | 177 |
| 7.55. Abstrahlgrade der Referenzplatte (—) und der inhomogen bedämpften Platten (---) | 178 |
| A.1. 11 Freiheitsgrade Feder-Masse-Dämpfer-System | 202 |
| A.2. Vergleich der MAC-Werte | 203 |
| A.3. Komplexitätskenngrößen der berechneten Eigenformen | 203 |
| A.4. Abstrahlmoden 1 bis 5 | 204 |
| A.5. Abstrahlmoden 6 bis 10 | 205 |
| A.6. Wirkintensität der 4×4 -Eigenform der Platte 3 | 206 |
| A.7. Wirkintensität der 4×4 -Eigenform der Platte 4 | 206 |
| A.8. Wirkintensität der 4×4 -Eigenform der Platte 10 | 206 |
| A.9. Richtcharakteristik der 4×4 -Eigenform der Platte 2 | 207 |
| A.10. Richtcharakteristik der 2×2 -Eigenform der Platte 7 | 207 |
| A.11. Richtcharakteristik der 7×1 -Eigenform der Platte 7 | 207 |
| A.12. Richtcharakteristik der 4×4 -Eigenform der Platte 10 | 207 |
| A.13. Validierung des Schalldrucks, Messpunkt 2, 3 | 208 |
| A.14. Validierung des Schalldrucks, Messpunkte 4, 5 und 6 | 209 |
| A.15. Validierung des Schalldrucks, Messpunkte 7, 8 und 9 | 210 |
| A.16. Validierung des Schalldrucks, Messpunkt 10 | 211 |
| A.17. Mit RFP-Z- und LS-Global-Verfahren identifizierte 4×3 -Eigenform der Platte 1211 | 211 |
| A.18. Identifizierte 3×2 -Eigenform untersuchter Platten | 212 |
| A.19. Simulierte komplexe 3×2 -Eigenform der Platte 2 | 212 |
| A.20. Simulierte komplexe 3×2 -Eigenform der Platte 10 | 213 |
| A.21. Simulierte komplexe 4×4 -Eigenform der Platte 1 | 213 |
| A.22. Simulierte komplexe 4×4 -Eigenform der Platte 4 | 213 |
| A.23. Gemessene komplexe 3×4 -Schwingform der Platte 1 | 213 |
| A.24. Polardiagramme der 2×2 -Schwingformen | 214 |
| A.25. Polardiagramme der 3×2 -Schwingformen | 214 |
| A.26. Position der Erregerpunkte A und B auf der Platte 10 | 215 |
| A.27. Ergebnisse der Reziprozitätsprüfung der Referenzplatte | 217 |
| A.28. Ergebnisse der Reziprozitätsprüfung der Platte 10 | 217 |
| A.29. Abweichungen der FRFs bei unterschiedlicher Anregung | 217 |



Tabellenverzeichnis

| | |
|--|-----|
| 4.1. Kenndaten der Referenzplatte | 33 |
| 6.1. Eigenschaften untersuchter Platten | 85 |
| 7.1. Eckdaten der experimentell untersuchten Referenzplatte | 142 |
| 7.2. MAC-Werte der Eigenformen und der Betriebsschwingformen | 162 |
| A.1. Koordinaten der Messpunkte zur Schalldruckvalidierung in [mm] | 208 |
| A.2. Klirrfaktoren in % der Referenzplatte und der Platte 10 | 216 |

A. Anhang

A.1. Mathematische Herleitungen

A.1.1. Zeitlich gemittelte Strukturschnelle einer reellen Schwingung

Zunächst wird gezeigt, dass die Strukturschnelle einer reellen Schwingung, gemittelt über eine Schwingungsperiode, folgendem Ausdruck entspricht:

$$\langle v_n^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \Re(\tilde{v}_n)^2 dt = \frac{|v_n|^2}{2} \quad (\text{A.1})$$

Für eine reelle Schwingung im Zeitbereich gilt:

$$\tilde{v}_n = v_n e^{j\omega t} = v_n (\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)) \quad (\text{A.2})$$

Im Zeitbereich ist nur der Realteil der Schwingung relevant, so dass für die quadratische Schnelle folgendes gilt:

$$\Re(\tilde{v}_n)^2 = v_n^2 \cos^2(\omega t) \quad (\text{A.3})$$

Eingesetzt in die Gleichung A.1:

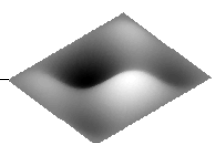
$$\langle v_n^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v_n^2 \cos^2(\omega t) dt = \frac{v_n^2}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t) dt \quad (\text{A.4})$$

Mit Hilfe der Substitution von $u = \omega t$ und $du = \omega dt$ ergibt sich für $\omega T = 2\pi$:

$$\langle v_n^2 \rangle = \frac{v_n^2}{\omega T} \int_0^T \cos^2(u) du = \frac{v_n^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2(u) du \quad (\text{A.5})$$

Mit $\int_0^{2\pi} \cos^2(u) du = \pi$ folgt:

$$\langle v_n^2 \rangle = \frac{|v_n|^2}{2} \quad (\text{A.6})$$



A.1.2. Zeitlich gemittelte Strukturschnelle einer komplexen Schwingung

Die komplexe Schwingung im Zeitbereich ist gegeben durch:

$$\tilde{v}_n = \left(\Re(v_n) + j\Im(v_n) \right) \left(\cos(\omega t) + j\sin(\omega t) \right) \quad (\text{A.7})$$

Der relevante Realteil der komplexen Schwingung im Zeitbereich ist:

$$\tilde{v}_n = \Re(v_n)\cos(\omega t) - \Im(v_n)\sin(\omega t) \quad (\text{A.8})$$

Im quadratischer Form ergibt sich:

$$\Re(\tilde{v}_n)^2 = \Re(v_n)^2 \cos^2(\omega t) - 2\Re(v_n)\Im(v_n)\cos(\omega t)\sin(\omega t) + \Im(v_n)^2 \sin^2(\omega t) \quad (\text{A.9})$$

Das Einsetzen der quadratischen Schnelle \tilde{v}_n^2 in das Zeitintegral liefert unter Berücksichtigung der Tatsache, dass

$$\frac{1}{T} \int_0^T 2\Re(v_n)\Im(v_n)\cos(\omega t)\sin(\omega t)dt = 0 \quad (\text{A.10})$$

in Analogie zur Gleichung A.6 folgenden Ausdruck:

$$\langle v_n^2 \rangle = \frac{\Re(v_n)^2 + \Im(v_n)^2}{2} = \frac{|v_n|^2}{2} \quad (\text{A.11})$$

A.1.3. Orthogonalitätseigenschaften

Reelle Eigenformen

In Abschnitt 4.3 wurde die Eigenwertzerlegung für dynamische Systeme mit unterschiedlichen Dämpfungseigenschaften diskutiert. Eine wichtige Eigenschaft der dabei resultierenden Eigenvektoren ist die Orthogonalität. Physikalisch bedeutet es, dass die Auslenkungen einer Eigenform keine Arbeit an anderen Eigenformen verrichtet, wodurch das System durch Superposition von linear unabhängigen Eigenlösungen beschrieben werden kann.

In der linearen Algebra sind zwei Vektoren ϕ_1 und ϕ_2 zu einander orthogonal wenn deren Skalarprodukt $\phi_1 \cdot \phi_2 = 0$ oder das Produkt $\phi_1^T \phi_2 = 0$ ist. Diese Orthogonalitätsbedingung kann für die Eigenvektoren eines dynamischen Systems unter bestimmten Voraussetzungen angewendet werden. Für den Fall eines ungedämpften Systems mit reellen Eigenformen wird im Folgenden die allgemeingültige Orthogonalitätsbedingung formuliert.

Gleichung 4.8 in Abschnitt 4.3.2, welche das allgemeine Eigenwertproblem beschreibt lautet für die Eigenform ϕ_i wie folgt:

$$-\omega_i^2 \mathbf{M}\phi_i + \mathbf{K}\phi_i = 0 \quad (\text{A.12})$$

Werden beide Glieder dieser Gleichung mit dem Eigenvektor ϕ_j multipliziert so ergibt sich:

$$-\omega_i^2 \phi_j^T \mathbf{M} \phi_i + \phi_j^T \mathbf{K} \phi_i = 0 \quad (\text{A.13})$$

Durch Transponieren unter Berücksichtigung der Symmetrie von \mathbf{M} und \mathbf{K} entsteht:

$$-\omega_i^2 \phi_i^T \mathbf{M} \phi_j + \phi_i^T \mathbf{K} \phi_j = 0 \quad (\text{A.14})$$

Entsprechend der Gleichung A.12 gilt für die Eigenform ϕ_j

$$-\omega_j^2 \mathbf{M} \phi_j + \mathbf{K} \phi_j = 0 \quad (\text{A.15})$$

Multiplikation mit ϕ_i^T ergibt:

$$-\omega_j^2 \phi_i^T \mathbf{M} \phi_j + \phi_i^T \mathbf{K} \phi_j = 0 \quad (\text{A.16})$$

Subtraktion von A.14 in A.16 liefert:

$$(\omega_j^2 - \omega_i^2) \phi_i^T \mathbf{M} \phi_j = 0 \quad (\text{A.17})$$

Unter der Annahme, dass die Eigenfrequenzen der i -ten und j -ten Eigenform nicht gleich sind und im Hinblick auf die Beziehungen in A.14 und A.16 ergibt sich:

$$\phi_i^T \mathbf{M} \phi_j = 0 \quad \phi_i^T \mathbf{K} \phi_j = 0 \quad (\text{A.18})$$

Dies Gleichung beschreibt die allgemeine Orthogonalitätsbedingung der Struktureigenformen. Im physikalischen Sinne bedeutet die Orthogonalität hinsichtlich der Massematrix, dass die Arbeit der Massenkräfte der j -ten Eigenform durch die Verschiebungen der i -ten Eigenform gleich null ist. Gleiches gilt auch für die Orthogonalitätsbedingung hinsichtlich der Steifigkeitsmatrix wo die Arbeit der Steifigkeitskräfte gleich null ist.

Werden die Eigenvektoren derart skaliert, dass die modalen Massen gleich eins sind, also $\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{E}$ gilt, so folgt für die Orthogonalität der Eigenformen:

$$\phi_i^T \mathbf{M} \phi_j = 0 \quad \phi_i^T \mathbf{M} \phi_i = 1 \quad (\text{A.19})$$

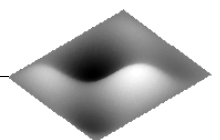
Komplexe Eigenformen

Bei dynamischen Systemen mit nichtproportionaler Dämpfung gilt die oben beschriebene Orthogonalitätsbedingung nicht mehr. Entsprechend der Formulierung im Zustandsraum, gegeben in Abschnitt 4.3.3, ergibt das Eigenwertproblem für die Eigenvektoren $\check{\phi}_i$ und $\check{\phi}_j$:

$$\lambda_i \check{\phi}_j^T \mathbf{A} \check{\phi}_i + \check{\phi}_j^T \mathbf{B} \check{\phi}_i = 0 \quad (\text{A.20})$$

Ähnlich zu der Gleichung A.14 resultiert aufgrund der Symmetrie von \mathbf{A} und \mathbf{B} :

$$\lambda_i \check{\phi}_i^T \mathbf{A} \check{\phi}_j + \check{\phi}_i^T \mathbf{B} \check{\phi}_j = 0 \quad (\text{A.21})$$



Formuliert wie im ungedämpften Fall in der Gleichung A.16 ergibt sich für ein System mit nichtproportionaler Dämpfung:

$$\lambda_j \check{\phi}_i^T \mathbf{A} \check{\phi}_j + \check{\phi}_i^T \mathbf{B} \check{\phi}_j = 0 \quad (\text{A.22})$$

Aus dem Einsetzen der Gleichung A.21 in A.22 resultiert:

$$(\lambda_i - \lambda_j) \check{\phi}_i^T \mathbf{A} \check{\phi}_j = 0 \quad (\text{A.23})$$

Die Orthogonalitätsbedingung für ein nichtproportional bedämpftes System lautet unter der Annahme $\lambda_i \neq \lambda_j$:

$$\check{\phi}_i^T \mathbf{A} \check{\phi}_j = 0 \quad \check{\phi}_i^T \mathbf{B} \check{\phi}_j = 0 \quad (\text{A.24})$$

Diese Beziehung bedeutet, dass die Eigenvektoren eines inhomogen bedämpften Systems nicht mehr hinsichtlich der Steifigkeits- und Massebelegung sondern der Systemmatrizen \mathbf{A} \mathbf{B} orthogonal sind. Die Orthogonalitätsbedingung kann auch mit Hilfe der \mathbf{M} , \mathbf{D} und \mathbf{K} Matrizen formuliert werden:

$$\check{\phi}_i^T \mathbf{A} \check{\phi}_j = \begin{bmatrix} \lambda_i \phi_i \\ \phi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_j \phi_j \\ \phi_j \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{A.25})$$

$$\check{\phi}_i^T \mathbf{B} \check{\phi}_j = \begin{bmatrix} \lambda_i \phi_i \\ \phi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & 0 \\ 0 & \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_j \phi_j \\ \phi_j \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{A.26})$$

A.2. Verifikation der komplexen FE-Modalanalyse mit einem analytischen Modell

Ein Beispiel des inhomogen bedämpften Systems mit elf Freiheitsgraden, bestehend aus einer Anordnung von Feder-Masse-Dämpfern ist in [38]) gezeigt. Zur Validierung der komplexen Modalanalyse in ANSYS wird dieses analytische Beispiel betrachtet. Der prinzipielle Aufbau des analytischen Modells sowie das entsprechende Pendant in FE ist in folgender Abbildung A.1(a) gezeigt. Das Modell besteht aus elf verbundenen Feder-Masse-Dämpfer-

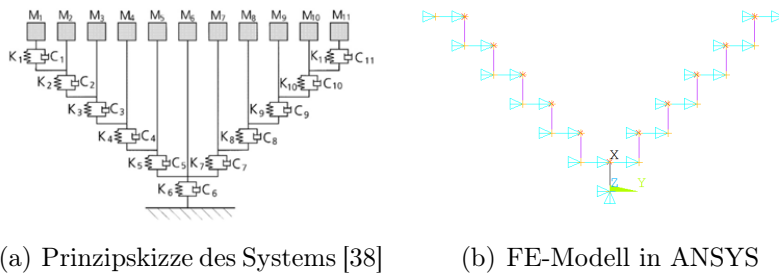


Abbildung A.1.: 11 Freiheitsgrade Feder-Masse-Dämpfer-System

Systemen gleicher Masse M_i von 1 kg. Die Federsteifigkeit K_i hat einen maximalen Wert am sechsten Freiheitsgrad von 18000 kg/s^2 und nimmt nach außen hin spiegelsymmetrisch auf ein Wert von 2421 kg/s^2 ab. Die Dämpfern C_i sind unsymmetrisch verteilt um nichtproportionalen Charakter der Dämpfung zu erhalten. Die Feder-Dämpfer-Elemente sind mit Hilfe der COMBIN14-Elemente abgebildet. Die horizontale Verbindung einzelner Freiheitsgrade geschieht mit unendlich steifen BEAM3-Elementen. Damit das System die nötige Anzahl an Freiheitsgraden besitzt werden die mit MASS21-Elementen modellierten Punktmassen in ihrer Bewegung in Y- und Z-Richtung gesperrt. Die Modalanalyse mit Hilfe des DAMP-Lösers liefert ein Satz aus elf komplexen Eigenwerten und Eigenvektoren. Um das Ergebnis mit analytischer Lösung zu vergleichen werden die Abweichungen des Dämpfungsgrades und der Eigenfrequenz betrachtet. Dabei unterschreitet in beiden Fällen der maximale Absolutfehler einen Wert von 0.015. Um zusätzlich noch die Ähnlichkeit der beiden Sätze an Eigenformen zu bewerten werden MAC-Wert berechnet und in Abbildung A.2 gezeigt. In der Hauptdiagonale zeigt ein MAC-Wert von 1 auf eine deutliche Übereinstimmung beider Lösungen.

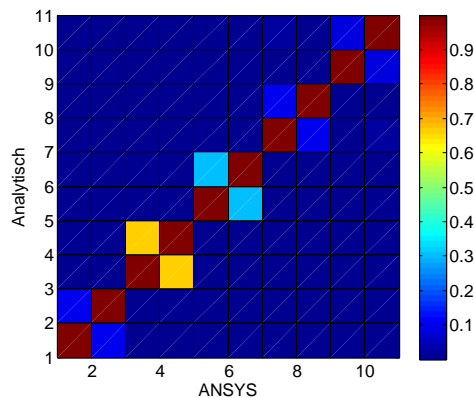


Abbildung A.2.: Vergleich der MAC-Werte

Die berechneten Eigenformen können mit Hilfe der in Kapitel 5.1 vorgestellten Kenngrößen klassifiziert werden. Abbildung A.3 zeigt die MPD-, MCI- und MSI-Werte der elf Eigenformen. Es ist erkennbar, dass jede der drei Größen ähnliche Aussagen liefert über die Auswirkung der Dämpfungsinhomogenität auf die Komplexität berechneter Moden.

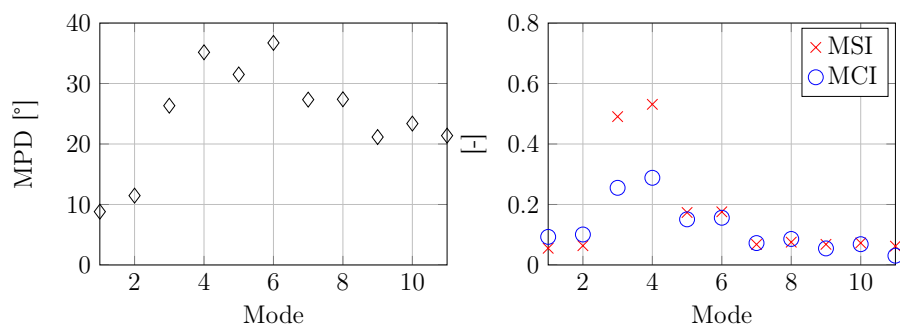
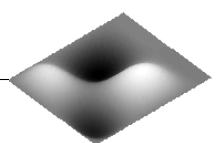


Abbildung A.3.: Komplexitätskenngrößen der berechneten Eigenformen



A.3. Schallstrahlungsmoden

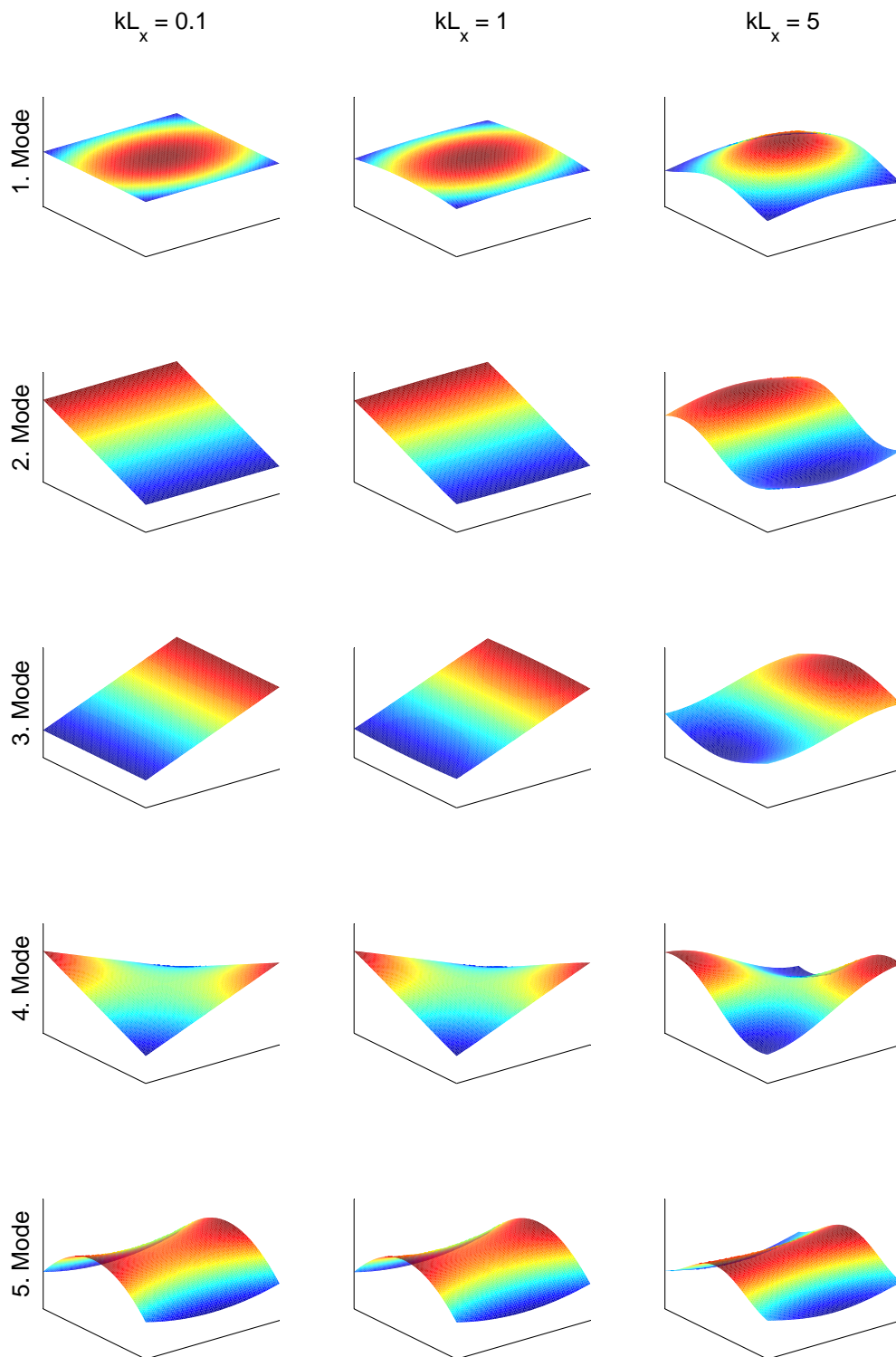


Abbildung A.4.: Abstrahlmoden 1 bis 5

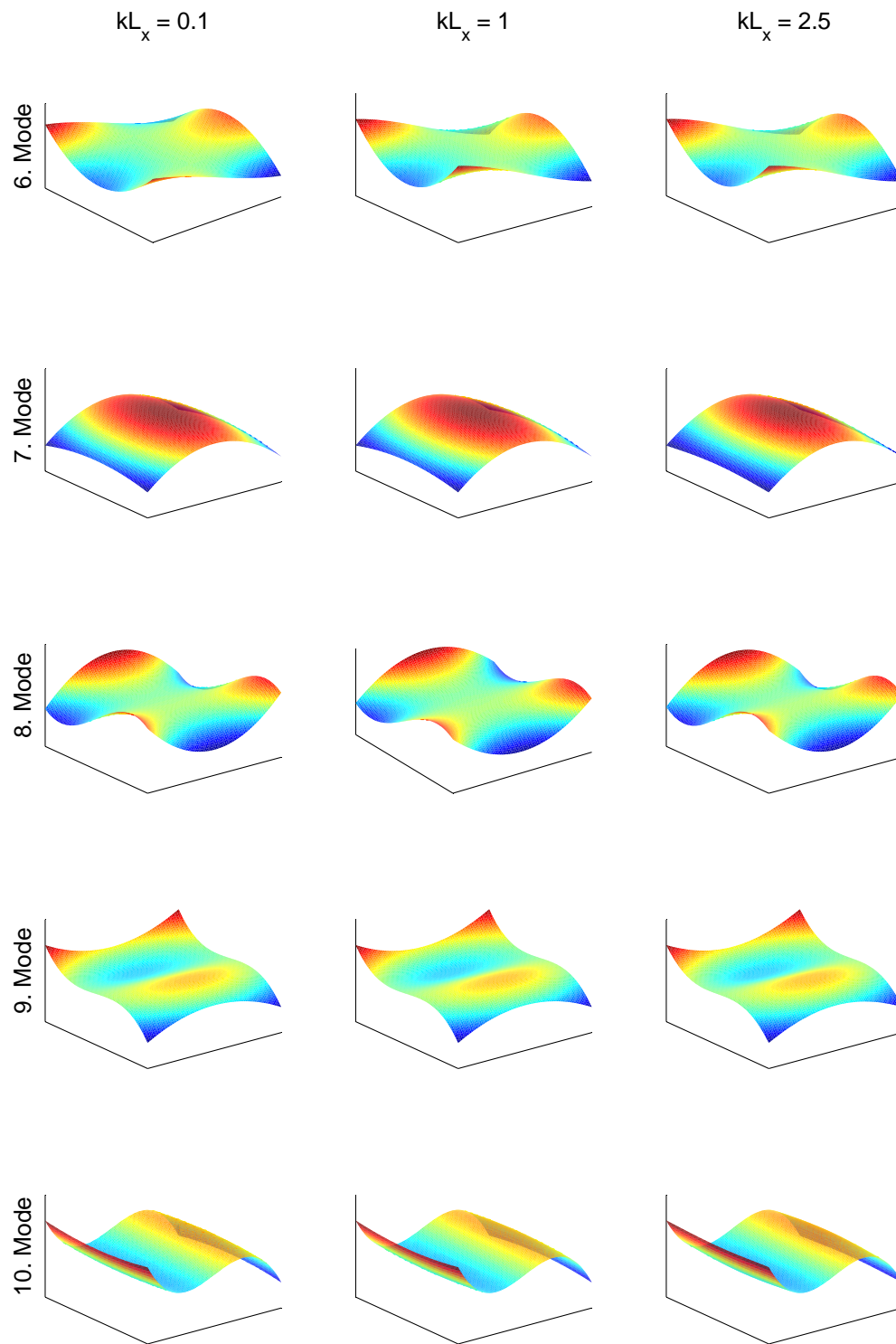
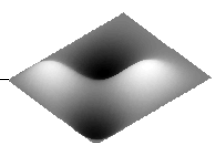


Abbildung A.5.: Abstrahlmoden 6 bis 10



A.4. Schallintensitätsverteilungen komplexer Schwingformen

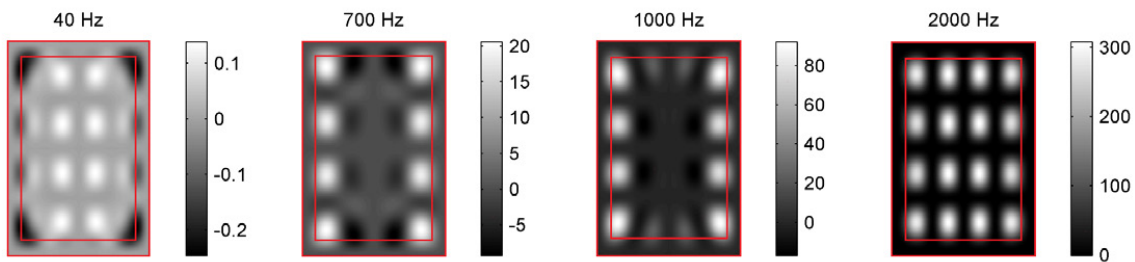


Abbildung A.6.: Wirkintensität der 4×4 -Eigenform der Platte 3

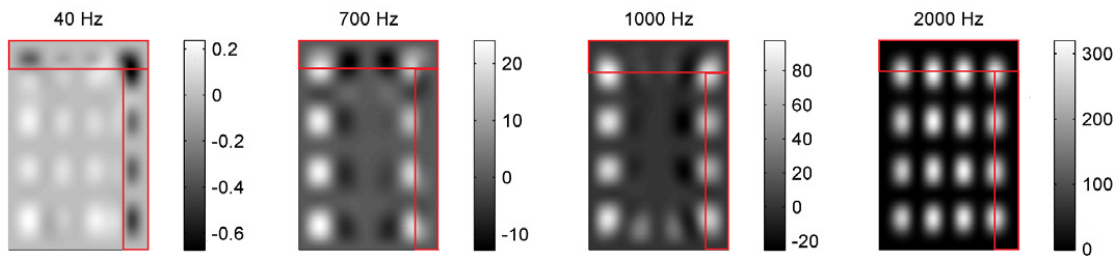


Abbildung A.7.: Wirkintensität der 4×4 -Eigenform der Platte 4

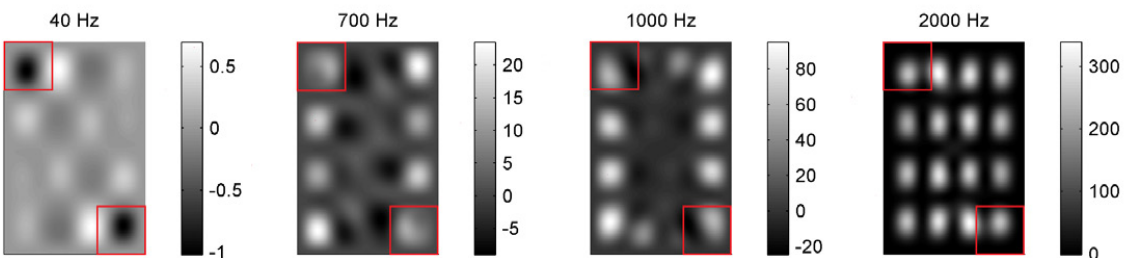


Abbildung A.8.: Wirkintensität der 4×4 -Eigenform der Platte 10

A.5. Richtcharakteristik des Schallfeldes

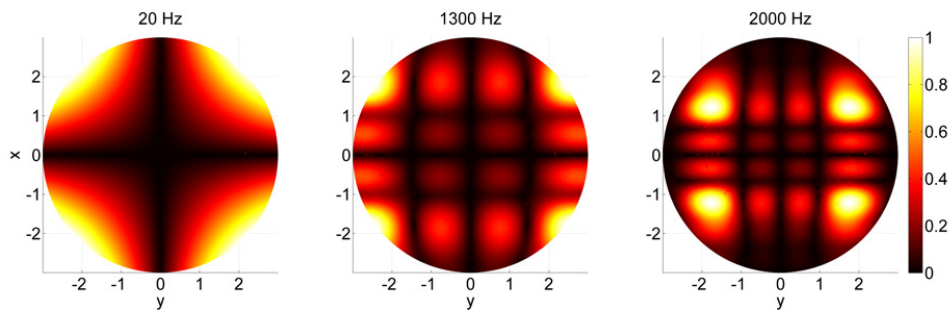


Abbildung A.9.: Richtcharakteristik der 4×4 -Eigenform der Platte 2

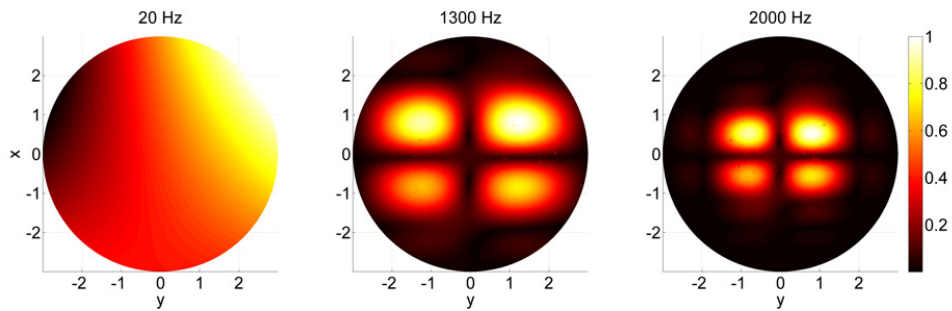


Abbildung A.10.: Richtcharakteristik der 2×2 -Eigenform der Platte 7

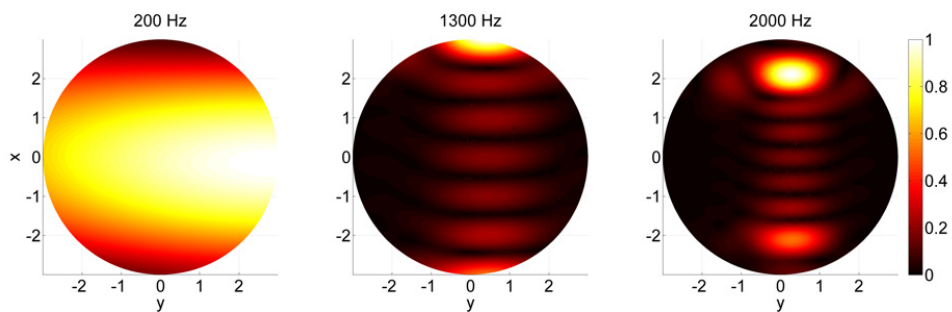


Abbildung A.11.: Richtcharakteristik der 7×1 -Eigenform der Platte 7

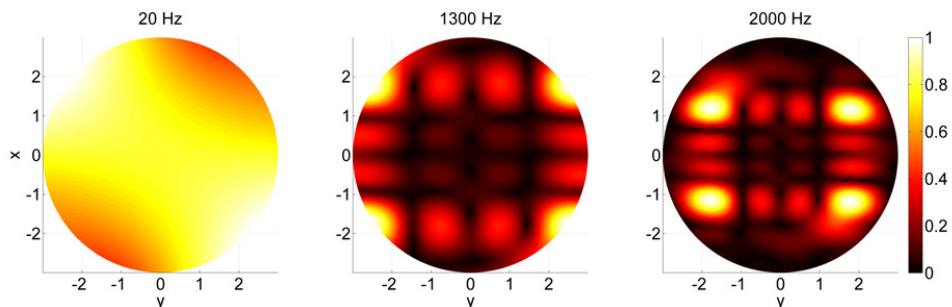
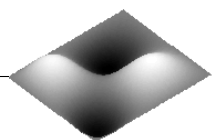


Abbildung A.12.: Richtcharakteristik der 4×4 -Eigenform der Platte 10



A.6. Validierung der Elementarstrahlertheorie

| | | | |
|--------------|-----|-----|------|
| Messpunkt 1 | 34 | 120 | -560 |
| Messpunkt 2 | 150 | 400 | -557 |
| Messpunkt 3 | 225 | 448 | -225 |
| Messpunkt 4 | 363 | 825 | -212 |
| Messpunkt 5 | 385 | 340 | -545 |
| Messpunkt 6 | 465 | 900 | -545 |
| Messpunkt 7 | 492 | 350 | -228 |
| Messpunkt 8 | 782 | 125 | -232 |
| Messpunkt 9 | 815 | 231 | -222 |
| Messpunkt 10 | 861 | 593 | -430 |

Tabelle A.1.: Koordinaten der Messpunkte zur Schalldruckvalidierung in [mm]

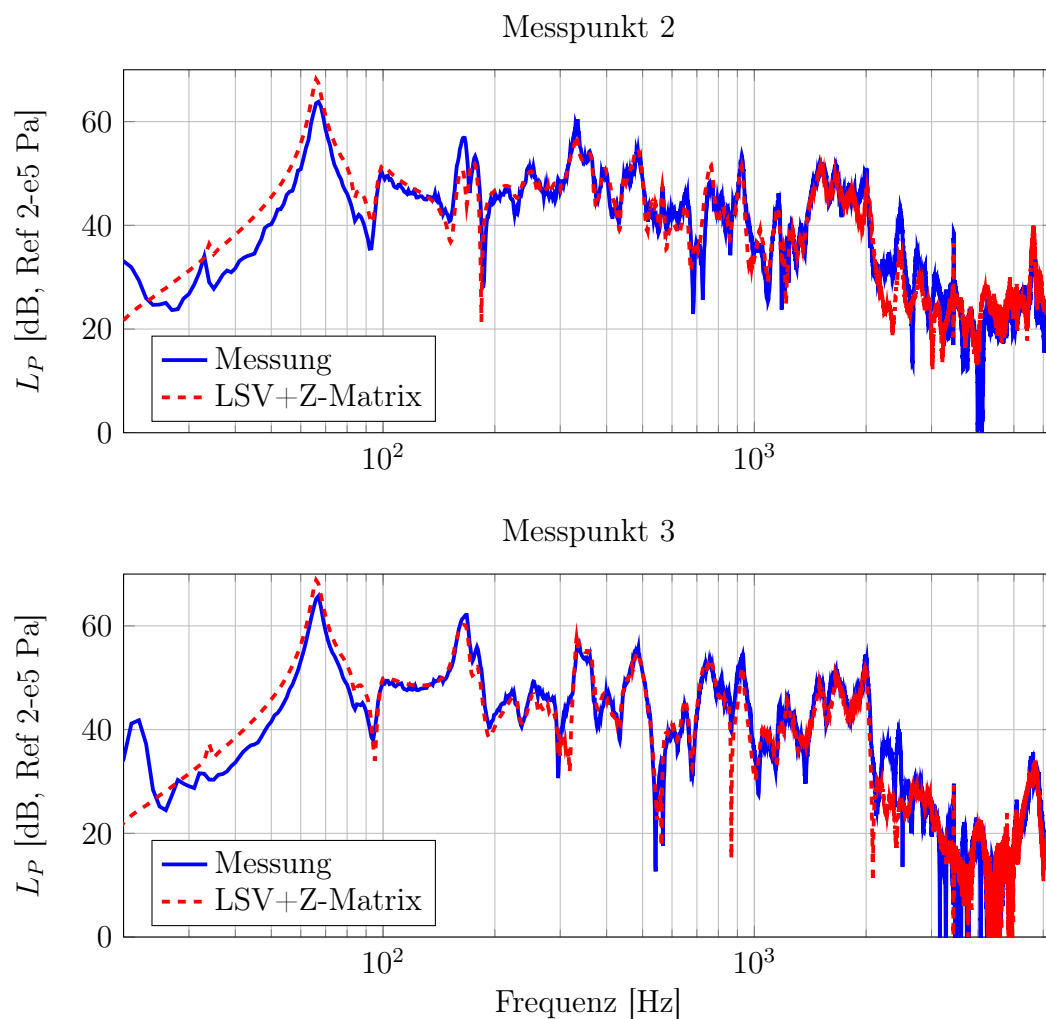


Abbildung A.13.: Validierung des Schalldrucks, Messpunkt 2, 3

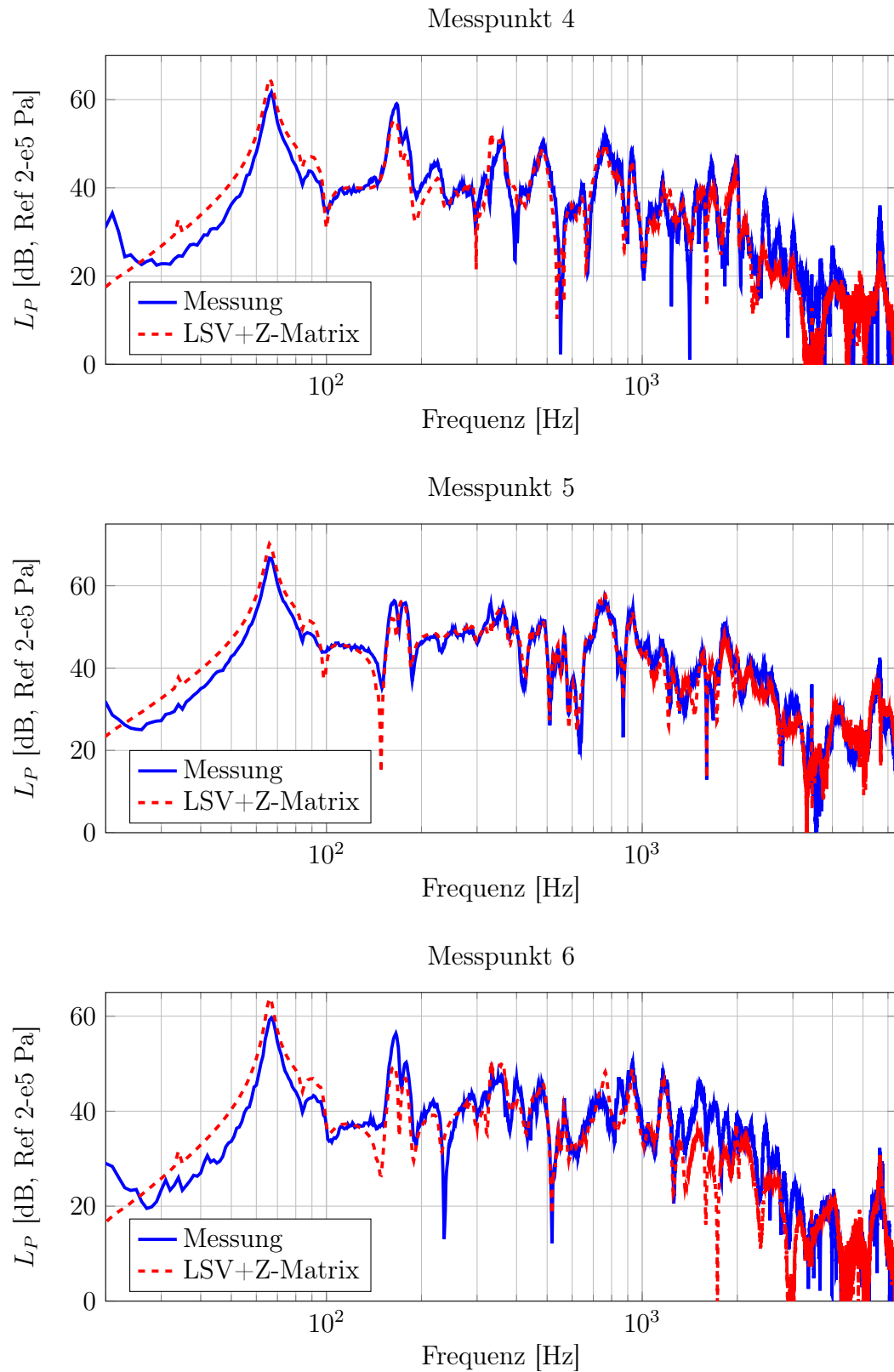
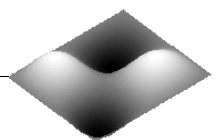


Abbildung A.14.: Validierung des Schalldrucks, Messpunkte 4, 5 und 6



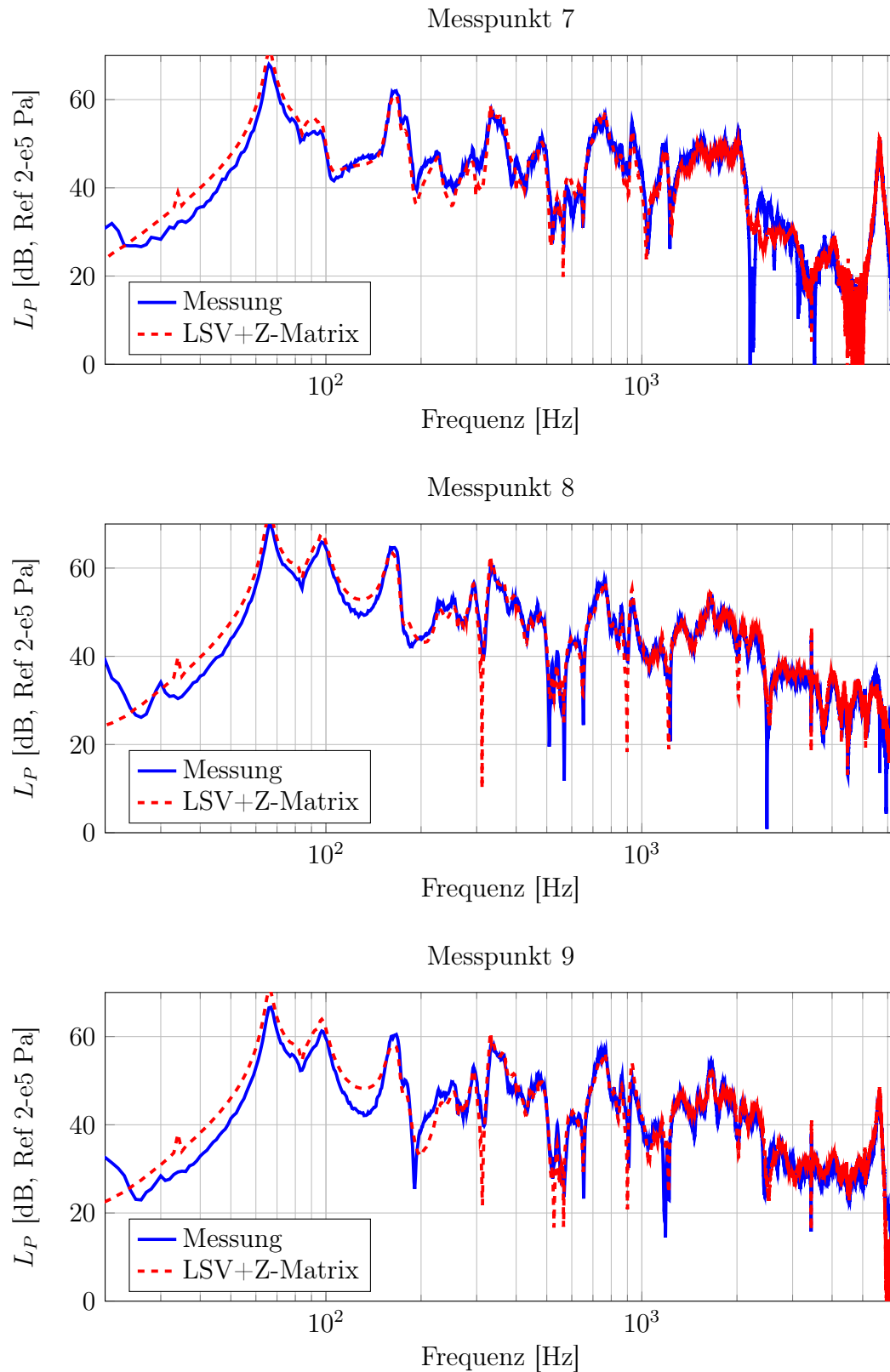


Abbildung A.15.: Validierung des Schalldrucks, Messpunkte 7, 8 und 9

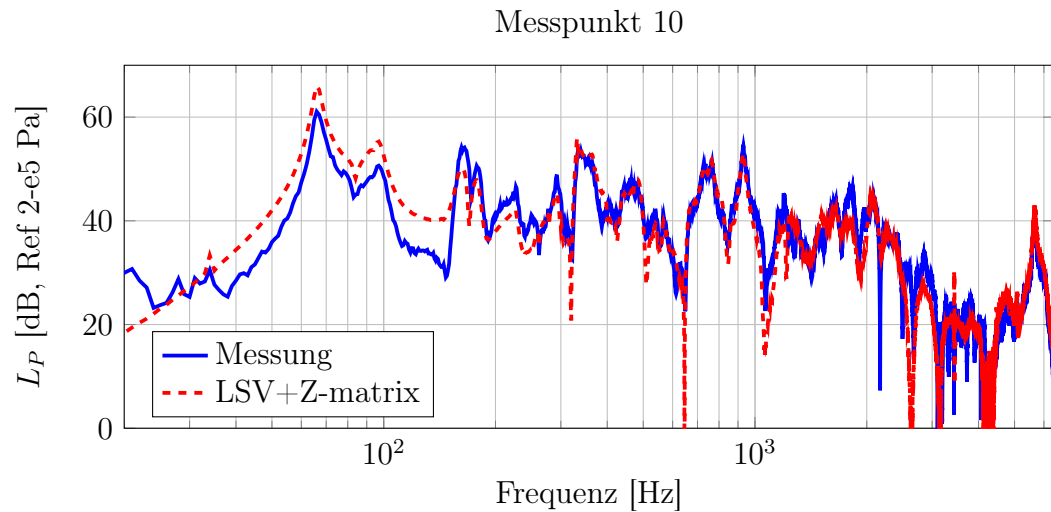
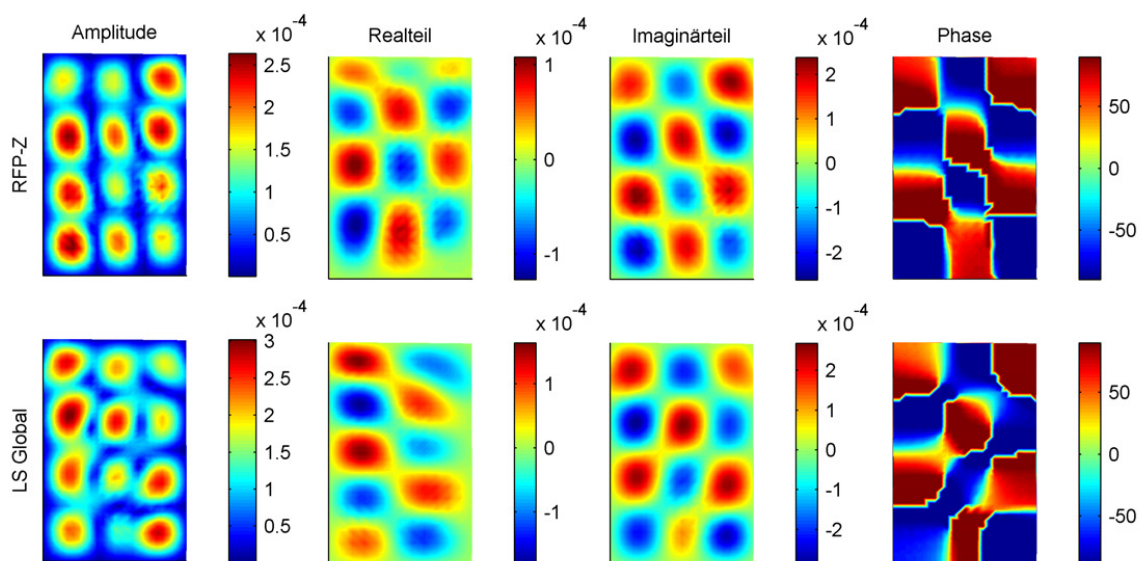
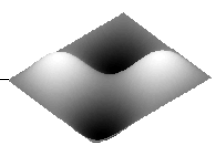


Abbildung A.16.: Validierung des Schalldrucks, Messpunkt 10

A.7. Experimentelle Modalanalyse

Abbildung A.17.: Mit RFP-Z- und LS-Global-Verfahren identifizierte 4×3 -Eigenform der Platte 1

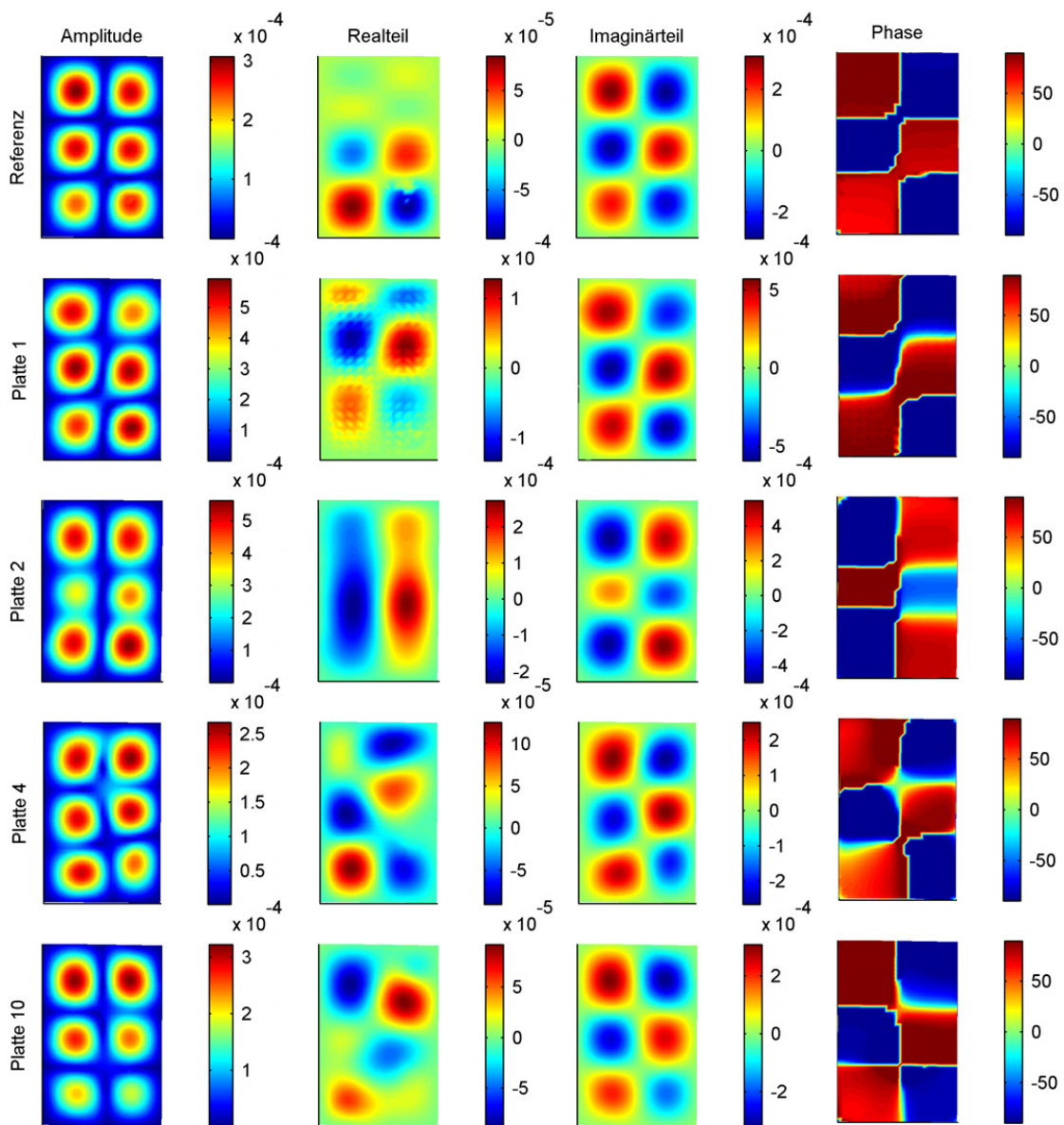


Abbildung A.18.: Identifizierte 3×2 -Eigenform untersuchter Platten

A.8. Validierung der Simulationsergebnisse

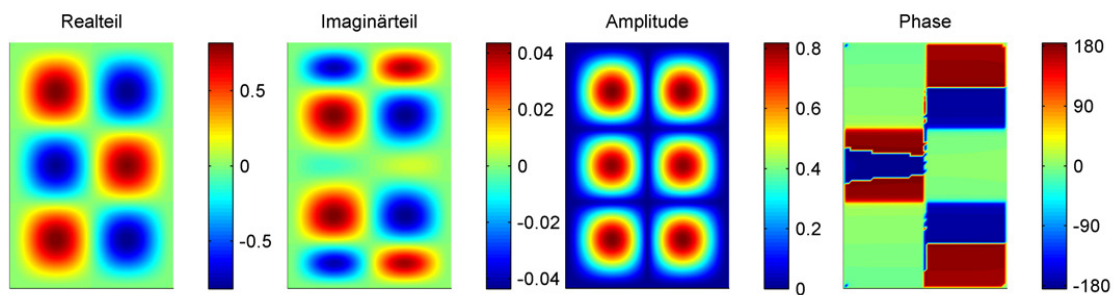
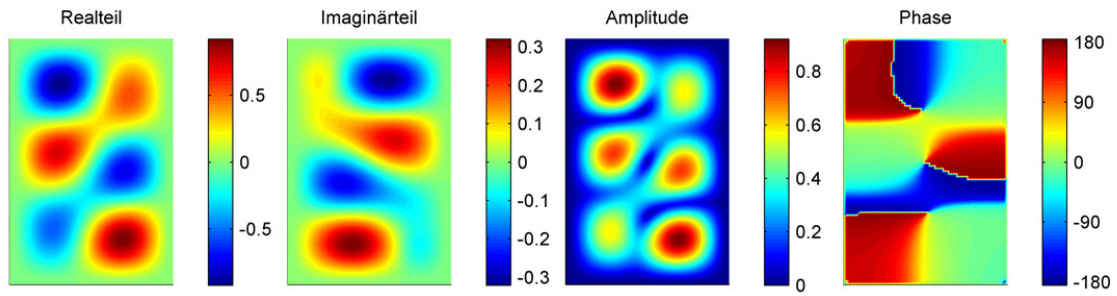
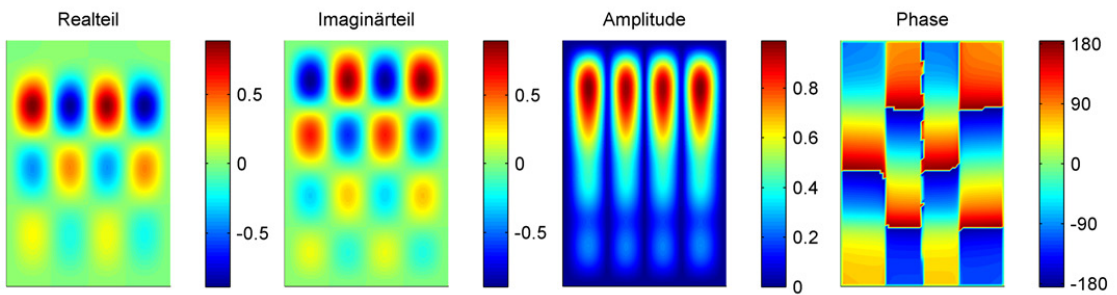
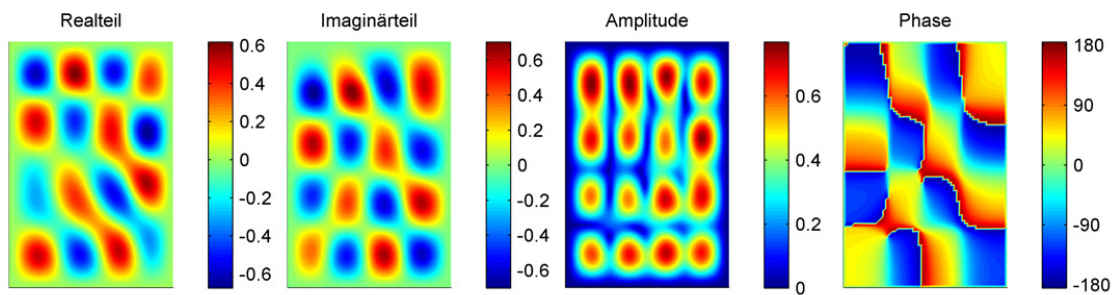
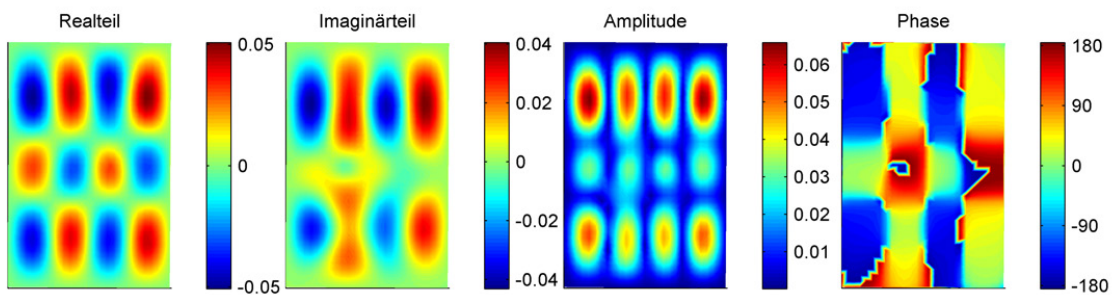
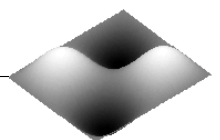


Abbildung A.19.: Simulierte komplexe 3×2 -Eigenform der Platte 2

Abbildung A.20.: Simulierte komplexe 3×2 -Eigenform der Platte 10Abbildung A.21.: Simulierte komplexe 4×4 -Eigenform der Platte 1Abbildung A.22.: Simulierte komplexe 4×4 -Eigenform der Platte 4Abbildung A.23.: Gemessene komplexe 3×4 -Schwingform der Platte 1

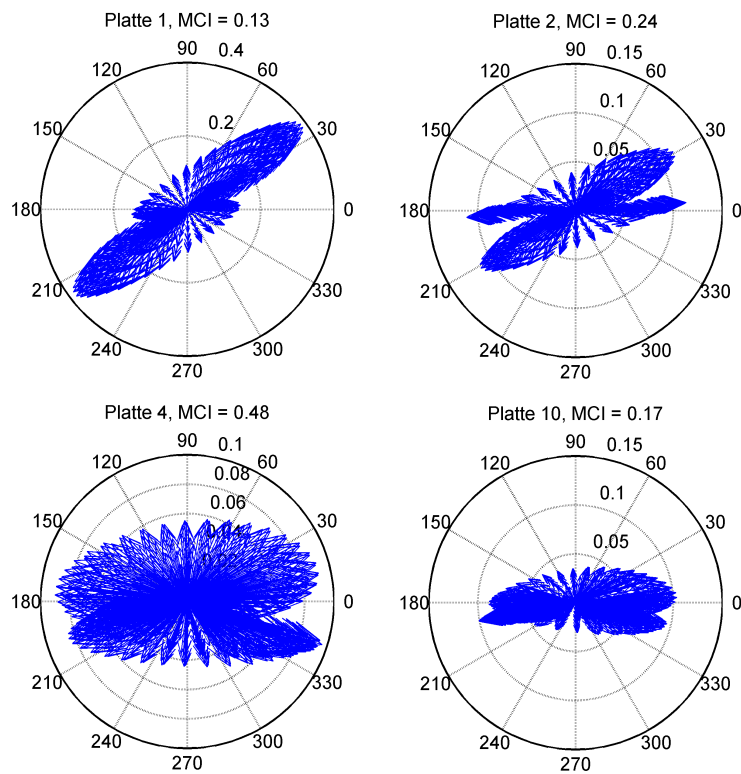


Abbildung A.24.: Polardiagramme der 2×2 -Schwingformen

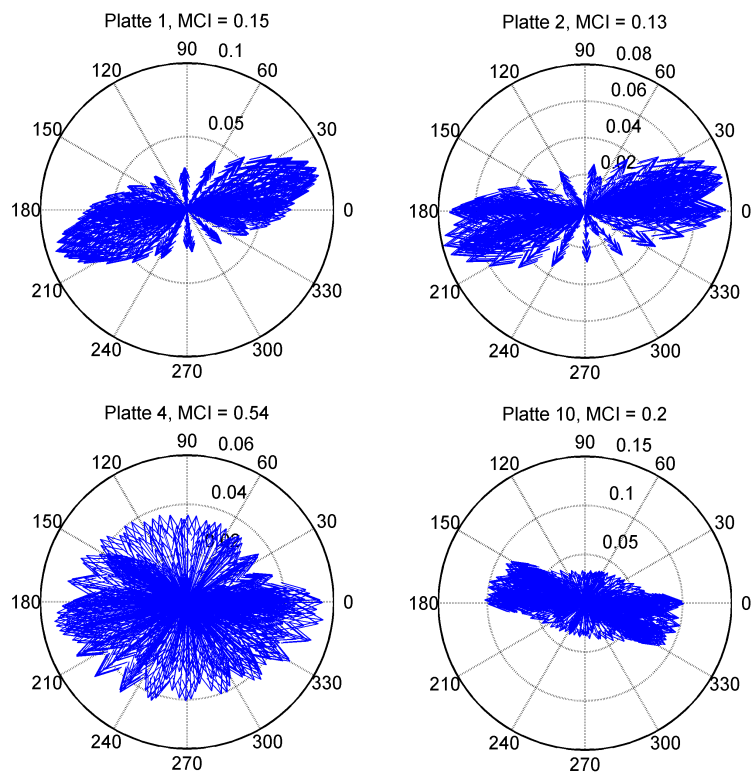


Abbildung A.25.: Polardiagramme der 3×2 -Schwingformen

A.9. Linearitätsbetrachtung des Versuchsstandes

Zur Analyse der Nichtlinearitäten werden die Klirrfaktoren, die Reziprozitätsprüfung und die Abweichungen der FRFs der Referenzplatte und der Platte 10 mit punktsymmetrischer Dämpfungsverteilung verwendet. Beide Platten werden an den Punkten A und B mit Punktkräften angeregt, die von den Rändern der Platte um $0.175m$ entfernt sind (siehe Abbildung A.26). Die Platzierung dieser Punkte ist so gewählt, dass bei der Platte 10 die Anregung an der blanken und an der zusätzlich bedämpften Stelle ermöglicht wird. Für die Anregung werden drei unterschiedliche Anregungsniveaus gewählt, um die Auswirkungen unterschiedlicher Schwingungsamplituden auf die gewählten Metriken zu erfassen.

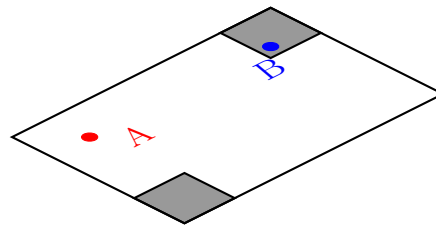


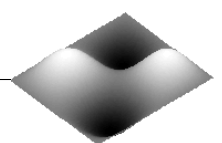
Abbildung A.26.: Position der Erregerpunkte A und B auf der Platte 10

Der Klirrfaktor ist einer der einfachsten und am weitesten verbreiteten Indikatoren für die Präsenz von Nichtlinearitäten in dynamischen Systemen [46]. Dieser beschreibt den prozentualen Anteil der Oberschwingungen $A_2 + A_3 + A_4 + \dots$ am Ausgangssignal eines Systems unter harmonischer Anregung mit einer Grundschiwingung A_1 . Die Berechnung des Klirrfaktors in Prozent erfolgt nach folgendem Zusammenhang:

$$K = \sqrt{\frac{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \dots}{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 \dots}} \cdot 100 \quad (\text{A.27})$$

Um den Klirrfaktor für die untersuchten Platten zu bestimmen, wird eine sinusförmige Anregung an einem der beiden Punkte A und B angelegt. Anschließend werden die Oberflächenschnellen der Platte mit dem LSV für drei Anregungsniveaus gemessen und räumlich gemittelt. Die Anregungsfrequenz entspricht der 2×2 -Resonanz bei 181 Hz für die Referenzplatte und 177 Hz für die Platte 10. Diese Wahl der Anregungsfrequenz ist einerseits dadurch begründet, dass vor allem der Bereich um die Resonanzen für die aufgestellten Thesen dieser Arbeit von Interesse ist. Andererseits lassen sich im Bereich der Resonanzen besonders hohe Schwingungsamplituden generieren, welche die möglichen Nichtlinearitäten aufdecken sollen.

Die Tabelle A.2 zeigt die Klirrfaktoren der beiden Platten für die drei Anregungsniveaus, ausgewertet für die ersten 11 höherharmonischen Schwingungen bis zu einer Frequenz von 2000 Hz . Die Ausgangsspannung des Funktionsgenerators von 0.5 V bis 2 V entspricht dem mittleren Anregungsniveau, welches bei allen bisherigen Experimenten verwendet wurde. Die Anregung mit 4 V soll die Obergrenze darstellen, ab der kein reibungsloser Betrieb der gesamten Messkette (z.B. keine Sättigung) und des Laboraufbaus mehr gewährleistet ist.



| (a) Referenzplatte | | | (b) Platte 10 | | |
|--------------------|---------|---------|---------------|---------|---------|
| Anregung | Punkt A | Punkt B | Anregung | Punkt A | Punkt B |
| 0.5 V | 0.39 | 0.39 | 0.5 V | 0.19 | 0.15 |
| 2 V | 1.31 | 1.49 | 2 V | 0.49 | 0.31 |
| 4 V | 1.96 | 1.72 | 4 V | 2.91 | 6.48 |

Tabelle A.2.: Klirrfaktoren in % der Referenzplatte und der Platte 10

Anhand der Klirrfaktoren der Referenzplatte ist zu sehen, dass selbst für die höchste Anregungsamplitude von 4V der Anteil der Oberschwingungen unterhalb von 2 % angesiedelt ist. Dieser Wert signalisiert ein annähernd lineares Verhalten des untersuchten Systems im gesamten relevanten Anwendungsbereich. Wie erwartet, zeigen die beiden Anregungspunkte bei der Referenzplatte annähernd den gleichen Oberwellengehalt. Bei der Platte 10 sind die Klirrfaktoren bei moderaten Anregungen sogar etwas kleiner, als bei der Referenzplatte, was möglicherweise auf die generell erhöhte Dämpfung der Oberschwingungen zurückzuführen ist. Lediglich bei den maximalen Anregungsamplituden übersteigt der Klirrfaktor der inhomogen bedämpften Platte die 2 % und erreicht am Punkt B, der direkt auf der Dämpfungsfolie liegt, den höchsten Wert von $K = 6.48$ %. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass der Klirrfaktor im moderaten Amplitudenbereich, der im Rahmen der Experimente verwendet, eine ausreichend hohe Linearität des Prüfstandes aufzeigt.

Eine weitere Möglichkeit zur Charakterisierung von Nichtlinearitäten ist die Reziprozitätsprüfung, die auf dem Satz von Maxwell und Betti basiert. Demnach gilt ein System als linearelastisch, wenn die Arbeit der Kraft F_A mit dem Weg x_{BA} , der am Punkt A infolge der Kraft F_B entsteht, gleich der Arbeit von F_B am Weg x_{AB} ist. Es muss also gelten:

$$F_A x_{BA} = F_B x_{AB} \quad (\text{A.28})$$

Zur Prüfung der Reziprozität werden die Platten an beiden Punkten mit einem Pseudo-Rauschsignal wieder mit drei unterschiedlichen Pegeln angeregt. Dadurch, dass beim Rauschen die Energie über viele Frequenzlinien verteilt wird, kann die Obergrenze der Anregung auf 6 V angehoben werden. Abbildung A.27 zeigt die Reziprozität der Referenzplatte für die Punkte A und B. Für die Anregungsunter- und Obergrenze sind annähernd gleiche Ergebnisse zu sehen. In beiden Fällen stimmen die Verläufe der Arbeit $F_A x_{BA}$ und $F_B x_{AB}$ vor allem unterhalb der Frequenz von 500 Hz überein, was auf ein hohes Maß an Linearität hindeutet. Die Abweichungen werden zu höheren Frequenzen hin größer, was allerdings auch an den relativ geringen Pegeln der gemessenen Schwingungssignale liegen kann.

Ein sehr ähnliches Ergebnis liefert die Betrachtung der Reziprozität der inhomogen bedämpften Platte 10 in Abbildung A.28. Auch hier deuten die Verläufe mit guter Übereinstimmung unterhalb von 500 Hz auf einen geringen Anteil an Nichtlinearitäten. Auch wenn die Abweichungen im Vergleich zur Referenzplatte etwas größer sind, zeigt das Ergebnis eine ausreichende Linearität der bedämpften Platte im unteren Frequenzbereich, wo die Betrachtung aller bisher gezeigten Schwingformen stattfindet.

Zum Abschluss der Linearitätsbetrachtung werden die Abweichungen der gemittelten Übertragungsfunktionen von Punkt B der Platte 10 auf alle Messpunkte infolge unterschiedlicher Anregungsamplituden betrachtet. Abbildung zeigt neben der gemittelten FRF für 0.5 V An-

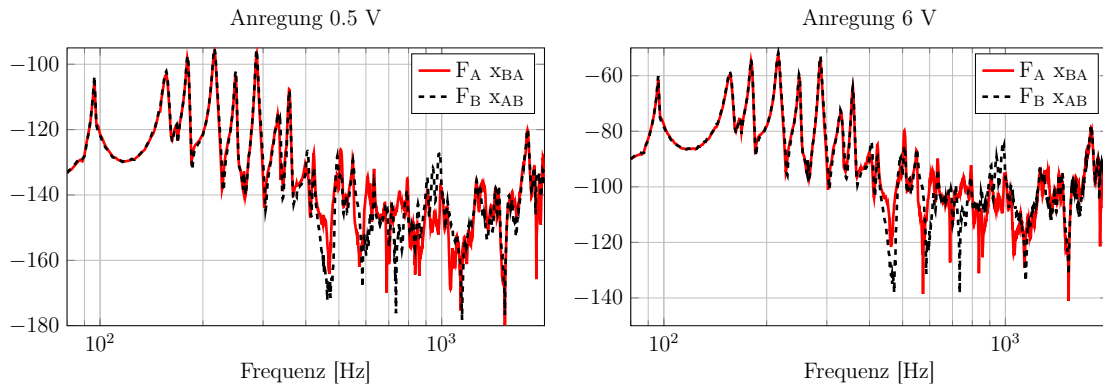


Abbildung A.27.: Ergebnisse der Reziprozitätsprüfung der Referenzplatte

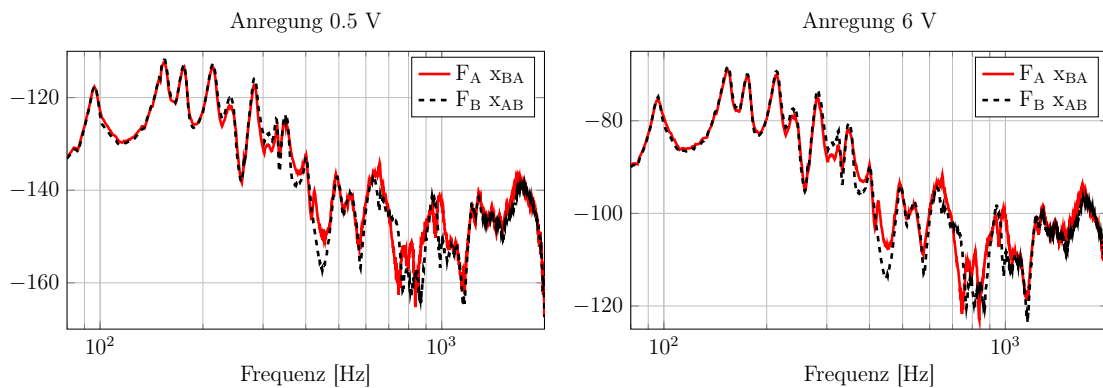


Abbildung A.28.: Ergebnisse der Reziprozitätsprüfung der Platte 10

regung deren Differenzen zu den höheren Anregungsniveaus von 2 V und 6 V. Auch hier ist ein hohes Maß an Linearität zu erkennen mit einem Abstand der Abweichungen vom Grundpegel von 20 dB bis 60 dB. Die gezeigte Betrachtung der Linearität anhand einiger weitverbreiteter Metriken zeigt in allen Fällen nur einen geringen Anteil an Nichtlinearitäten im gesamten Prüfstand. Daraus folgt, dass die ursprünglichen Annahme des linearen Systemverhaltens annähernd erfüllt sind.

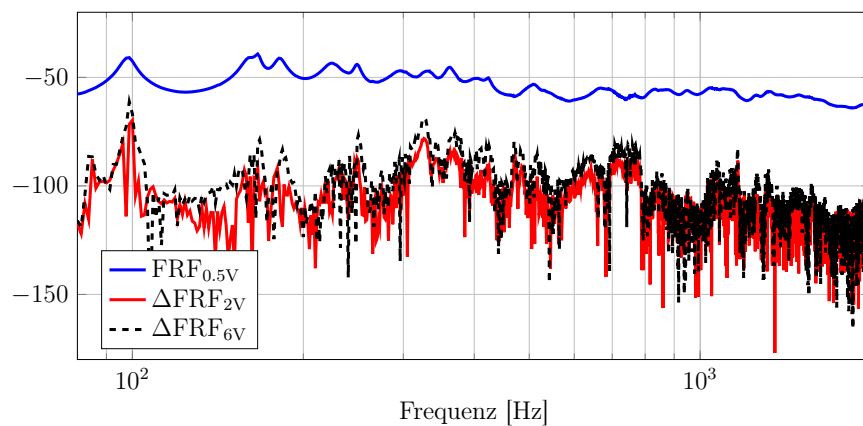


Abbildung A.29.: Abweichungen der FRFs bei unterschiedlicher Anregung